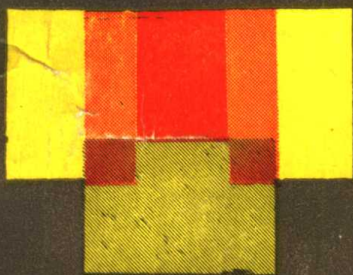


黄永宣

控制系统 计算机辅助分析

KONGZHI XITONG JISUANJI FUZHU FENXI



西安交通大学出版社

控 制 系 统 计 算 机 辅 助 分 析

黄永宣 编著

西安交通大学出版社

内 容 提 要

本书的重点是介绍自动控制系统的频域分析与时域分析中的计算机辅助分析方法。其中的计算机实用程序是在教学与科研实践的基础上,经过反复修改和应用得到的。具有通用性和使用方便的特点。

本书可以作为自动控制专业的教材或教学参考书,也可以作为有关科技人员的自学参考书。

控制系统计算机辅助分析

黄永宣 编著

责任编辑 张 敏

*

西安交通大学出版社出版

(西安市咸宁路28号)

西安交通大学出版社印刷厂印装

陕西省新华书店发行

各地新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32 印张 13 字数 270 千字

1986年10月第一版 1987年3月第一次印刷

印数: 1—2,500

统一书号: 15340·096 定价: 2.20 元

前 言

自动化技术包括自动控制和信息处理两个技术领域。二十世纪，从四十年代起，控制理论、技术工具和应用技术都取得了很大成就。根据分析、设计方法和所用技术工具的特点，控制系统的发展可以分为三个阶段。

一、以经典控制理论为基础、以自动控制器为核心的自动控制系统阶段。在这一阶段，研究的主要对象是单输入单输出的线性自动控制系统。系统的数学模型用传递函数表示；用于分析和设计自动控制系统的方法是频域法；涉及的理论基础是以反馈控制为中心的经典控制理论；研究的主要内容是稳定性问题；采用的主要装置是自动控制器；使用的主要技术工具有机械、气动、液动和电子等类型；自动化的主要标志是在生产现场装有各种检测仪表、控制器和调节器等，自动化的功能是实现局部自动化。

二、以现代控制理论为基础、以控制计算机为核心的最优控制系统阶段。在这一阶段，研究的主要对象是多输入多输出的复杂系统。系统的数学模型用状态方程表示；用于分析和设计系统的方法是时域法；涉及的理论基础是现代控制理论；研究的主要内容是最优性问题；采用的主要控制装置是电子计算机；自动化的主要标志是生产现场装有顺序控制器、数控装置以及电子计算机等；自动化的功能是实现企业管理和控制综合自动化。

三、以控制论、信息论、仿生学为基础，以智力机为核心的智能控制系统阶段。在这一阶段，光电子学技术会起到很大作用。

随着控制系统的发展，计算机辅助分析方法也越来越显得重要。本书是为适应控制系统计算机辅助分析教学需要而编写出来的。其中的计算机实用程序是在教学与科研实践的基础上，经过反复修改和应用得到的。

本书承蒙孙国基教授审阅。在编写过程中，得到胡保生教授、李人厚教授的指导。在改编 BASIC 语言程序为 FORTRAN 语言程序的过程中得到了王康盛同志的具体帮助。在此一并表示感谢。由于水平有限，缺点错误在所难免，敬请读者不吝指正。

编 者

1986年8月

目 录

第一章	绪论	(1)
§ 1-1	控制系统的术语	(1)
§ 1-2	控制系统计算机辅助分析	(8)
第二章	控制系统的频域分析及计算机	
	实用程序	(10)
§ 2-1	劳斯稳定判据及计算机实用程序	(10)
§ 2-2	奈魁斯特稳定判据及计算机实用程序	(25)
§ 2-3	伯德图及计算机实用程序	(47)
§ 2-4	根轨迹图及计算机实用程序	(83)
§ 2-5	相平面图及计算机实用程序	(137)
§ 2-6	采样控制系统稳定判据 (Z 稳定判据) 及计算机实用程序	(163)
第三章	控制系统的时域分析及计算机	
	实用程序	(173)
§ 3-1	状态方程及计算机实用程序	(173)
§ 3-2	转移矩阵及计算机实用程序	(202)
§ 3-3	能控性与能观测性及计算机实用程序	(226)
§ 3-4	状态观测器设计及计算机实用程序	(251)
§ 3-5	控制系统的结构分解及计算机 实用程序.....	(271)

§ 3-6 最优控制中的黎卡堤方程及计算机

实用程序.....(299)

附录一:

用 FORTRAN 语言编写的计算机实用程序 ... (325)

1. 劳斯稳定判据计算机实用程序.....(325)

2. 奈魁斯特稳定判据计算机实用程序.....(328)

3. 伯德图计算机实用程序.....(338)

4. 根轨迹图计算机实用程序.....(343)

5. 相平面图计算机实用程序.....(361)

6. 采样控制系统稳定判据计算机实用程序... (363)

7. 求系数 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$ 计算机实用程序
.....(367)

8. 求矩阵逆的计算机实用程序.....(368)

9. 求转移矩阵 e^{AT} 的计算机实用程序.....(372)

10. 求能控性与能观测性计算机实用程序.....(375)

11. 龙伯格观测器计算机实用程序.....(381)

12. 控制系统结构分解的计算机实用程序.....(383)

13. 解黎卡堤方程的计算机实用程序.....(392)

附录二:

计算机打印图.....(400)

第一章 绪 论

§ 1-1 控制系统的术语

控制系统可以从不同角度进行多种分类，各类的复杂程度以及结构均随其用途和职能而变化，我们不能一一列举。然而，各类系统在数学模型、方块图和性能指标等方面有很多共同点，这就奠定了我们分析和设计控制系统的共同基础。

一、控制系统的数学模型

对于线性定常控制系统，可以用以下微分方程描述：

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dc(t)}{dt} + a_n c(t) \\ = b_0 \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_{m-1} \frac{dr(t)}{dt} + b_m r(t) \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中， $c(t)$ 是系统的输出量， $r(t)$ 是系统的输入量。初始条件为零时，对方程(1-1)两边进行拉普拉斯变换，就可以得到该系统的传递函数。

$$\text{传递函数} = G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} \quad (1-2)$$

传递函数是一种以系统参数表示的线性定常系统的输入量与输出量之间的关系式，它表达了系统本身的特性，而与输入量无关。传递函数包含着联系输入量与输出量所必需的单位；但不能表明系统的结构。因为，许多物理性质不同的

控制系统，可以有相同的传递函数。如果传递函数中分母中 s 的最高阶数等于 n ，就称该系统为 n 阶系统。

具有多输入量和输出量的系统，叫做多变量系统。如果这种系统有 m 个输入量和 n 个输出量，并设第 i 个输出量和第 j 个输入量之间的传递函数为 $G_{ij}(s)$ ，那末第 i 个输出量的拉普拉斯变换与第 m 个输入量的拉普拉斯变换之间有下列关系：

$$C_i(s) = G_{i1}(s)R_1(s) + G_{i2}(s)R_2(s) + \cdots + G_{im}(s)R_m(s) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1-3)$$

在定义 $G_{ij}(s)$ 时，只考虑第 j 个输入量，其它输入量都假设等于零。若用矩阵形式，(1-3)式可以表示为

$$\begin{bmatrix} c_1(s) \\ c_2(s) \\ \vdots \\ c_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \cdots & G_{1m}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \cdots & G_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ G_{n1}(s) & G_{n2}(s) & \cdots & G_{nm}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1(s) \\ R_2(s) \\ \vdots \\ R_m(s) \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

或者改写成

$$\mathbf{C}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{R}(s) \quad (1-5)$$

式中， $\mathbf{C}(s)$ 是输出向量的拉普拉斯变换， $\mathbf{R}(s)$ 是输入向量的拉普拉斯变换，而 $\mathbf{G}(s)$ 则是 $\mathbf{C}(s)$ 与 $\mathbf{R}(s)$ 之间的传递矩阵。

(1-2)式至(1-5)式给出了控制系统在频域中的数学模型。如果将描述控制系统动态特性的高阶微分方程化为一阶微分方程组，就可以得出控制系统在时域中的数学模型。对于单输入单输出控制系统，其数学模型可用动态方程来表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u & (1-6) \\ y = \mathbf{C}^T\mathbf{X} + du & (1-7) \end{cases}$$

式中, $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 称为系统的状态变量向量。 u 是系统的输入量。 y 是系统的输出量。 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}^T$ 和 d 分别称为系统矩阵、控制矩阵、输出矩阵和传递系数。(1-6) 式称为状态方程, (1-7) 式称为输出方程, 合起来叫动态方程。

$\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}^T$ 可分别表示为下式

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}^T = [c_1 c_2 \cdots c_n]$$

对于多输入多输出控制系统, 设有 m 个输入量 $u_1, u_2, \dots, u_m$ 和 l 个输出量 $y_1, y_2, \dots, y_l$, 其动态方程用下式表示:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U} & (1-8) \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{U} & (1-9) \end{cases}$$

式中,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_l \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{l1} & c_{l2} & \cdots & c_{ln} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{l1} & d_{l2} & \cdots & d_{lm} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{X}$ 、 $\mathbf{Y}$ 、 $\mathbf{U}$ 分别称为系统的状态变量向量、输出向量和输入向量。 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{D}$ 分别称为系统的系数矩阵、控制矩阵、输出矩阵和传递矩阵。

二、控制系统的方块图

控制系统可以由许多元件组成。为了表明每一元件在系统中的功能，在控制工程中，常应用“方块图”的概念。系统方块图，是系统中每个元件的功能和信号流向的图解表示。方块图优于纯抽象的数学表达式，因为它能够清楚的表明系统中的信号流动情况。在方块图中，通过“函数方块”，可以将所有的系统变量联系起来。“函数方块”是对加到方块上的输入信号的一种运算符号，运算结果以输出量表示。元件的传递函数，通常写进相应的方块中，并以标明信号流向的箭头，将这些方块连接起来。对于一般的控制系统，可以用图 1-1 所示的方块图表示。

图 1-1 中，指令 ϕ 是指来自反馈控制系统外部的输入量，与反馈控制系统本身无关。参考输入环节 α ，产生正比于指令的信号。参考输入 r ，是正比于指令的信号。主反馈 b ，是被控制量的函数信号，它与参考输入信号进行比较并产生执行信号。执行信号 e ，等于参考输入信号与主反馈信号之差。控制环节 G_1 ，接受执行信号并产生相应控制量。控制量 m ，是来自控制环节并作用于控制系统的量值。扰动

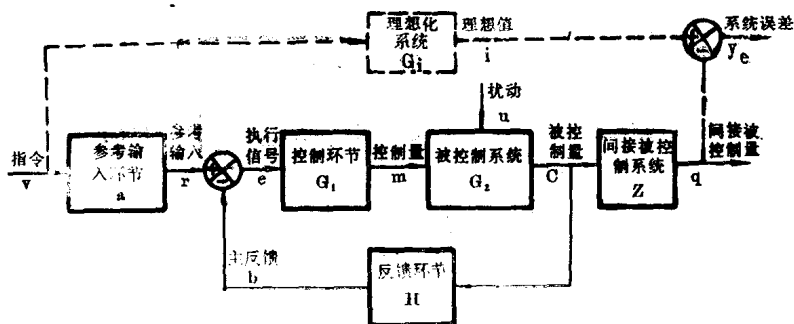


图 1-1 说明符号和术语的通用反馈控制系统方块图

u ，代表非所需要的而又影响被控制量 c 的一些量值。被控系统 G_2 ，是被控制的对象。被控制量 c ，为反馈系统中被控制的一个量值。间接被控系统 Z ，是在反馈回路外部、联系被控制量与间接被控制量的部分。间接被控制量 q ，是被控制量经过间接被控系统所得的相应量，它在反馈系统之外，而不被控制系统直接测量。反馈环节 H ，是将被控制量转换为主反馈信号的装置。理想化系统 G_i ，能从指令直接产生理想响应的一个系统。理想值 i ，在与实际系统相同的指令作用下，由理想化系统所产生的间接被控制系统的量值。系统误差 y_e ，是间接被控制量与理想值之间的误差值。

如果控制系统的数学模型由(1-6)式至(1-9)式所示的动态方程描述，则相应的方块图如图 1-2、图 1-3 所示。图中，单线箭头表示单变量，双线箭头表示多变量。小写字母表示标量，大写字母表示向量或矩阵。

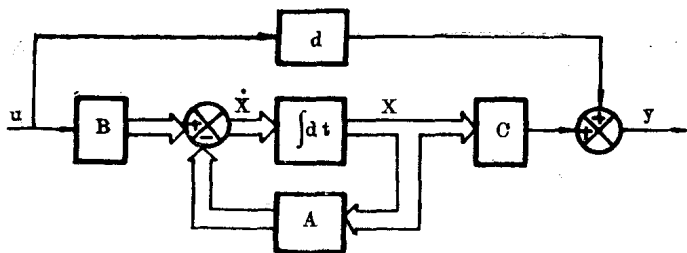


图 1-2 单输入单输出线性系统的时域方块图

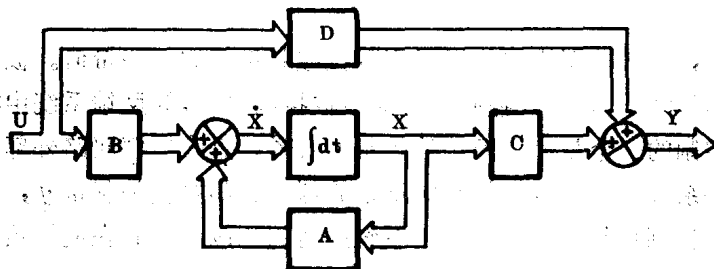


图 1-3 多输入多输出线性系统的时域方块图

三、瞬态响应的性能指标

图 1-1 所示的通用反馈控制系统方块图，可以用传递函数形式简化成图 1-4 所示。

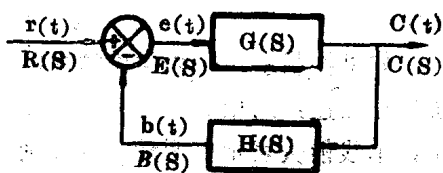


图 1-4 用传递函数表示的系统方块图

如果图 1-4 所示系统的输入 $r(t)$ 是单位阶跃信号，则

相应的输出 $c(t)$ 称为瞬态响应。瞬态响应的特征常常是根据单位阶跃输入来定的。已知系统对单位阶跃输入量的响应，就可以用数学的方法，计算系统对任何输入量的响应。我们用图 1-5 来说明瞬态响应的性能指标。

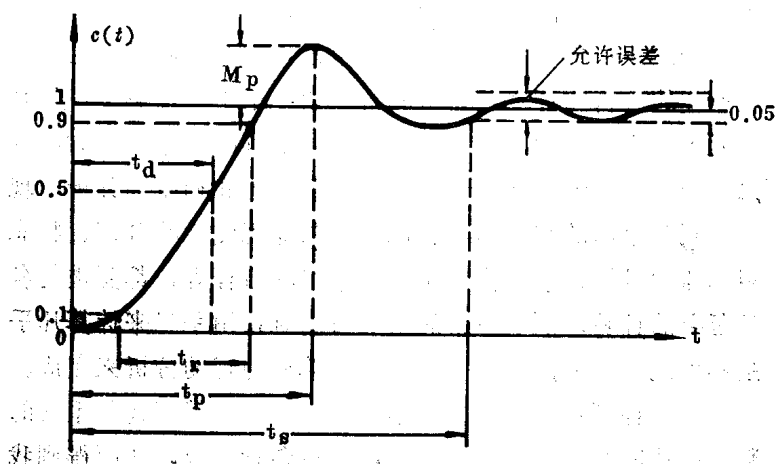


图 1-5 单位阶跃响应的性能指标

1. 延迟时间 t_d : 响应曲线第一次达到稳态值的一半所需的时间。
2. 上升时间 t_r : 响应曲线从稳态值的10%上升到90%所需的时间。
3. 峰值时间 t_p : 响应曲线达到过调量的第一个峰值所需的时间。
4. 调整时间 t_s : 响应曲线达到并保持在允许误差范围内所需的时间。
5. 最大过调量 M_p : 从1开始计算的响应曲线的最大过调量。

§ 1-2 控制系统计算机辅助分析

一个控制系统的构成，通常需要经过分析、综合的设计阶段和试验运行阶段。我们运用控制理论进行理论上的分析、计算，是十分重要的方法。但是，对于控制系统的许多理论上的分析与计算，通常非常复杂，用手工计算不仅要耗费大量的人力和时间，而且很难得到准确的结果。例如，经典控制理论中的稳定性分析、根轨迹分析和相平面分析；现代控制理论中的转移矩阵、能控性与能观测性的分析、状态观测器的设计、解最优控制中的黎卡堤方程等，都要进行各种复杂的计算。而当系统的阶数较高时，用手工来计算几乎是不可能的。因此，必须借助于计算机的辅助分析来完成。

所谓控制系统的计算机辅助分析，就是根据控制系统的数学模型以及给定的初始条件，进行各种计算，从而得到我们所需要的结果。例如，利用计算机对控制系统的稳定性、灵敏度、静态误差、瞬态响应、质量指标和最优控制规律等等方面的计算。然而，计算机辅助分析不同于用计算尺、计算器等进行数字计算的分析。计算尺、计算器等只能在人工控制下进行各种数据处理，不仅没有贮存数据的功能，也没有通用性。而计算机辅助分析，就是根据控制系统的各种计算公式和逻辑关系式，编写出各种计算机实用程序，解决各种类型的控制系统计算问题。

对于计算机实用程序，应该提出如下要求：

1. 计算机实用程序应具有通用性。例如，一个求解代数方程根的计算机实用程序，必须能解高阶代数方程，能求

出实数根、虚数根和复数根。

2. 计算机实用程序应具有要求的精度。即计算结果应该保证在允许的误差范围之内。

3. 计算机实用程序应使用方便。输入输出数据格式清楚明了。

4. 计算机实用程序应尽可能节省内存贮器容量和机时。这就要求有一个合适的计算方法，又要有好的技巧。

第二章 控制系统的频域分析及计算机实用程序

§ 2-1 劳斯稳定判据及计算机实用程序

一、劳斯稳定判据

在线性控制系统中，最重要的问题是稳定性。即是说，在什么条件下系统才是稳定的呢？如果不稳定，又如何使系统稳定呢？

对于大多数线性闭环系统，闭环传递函数可以表示成

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (2-1)$$

为了确定上述系统对任意给定输入量的瞬态响应，必须将分母多项式分解因式。一旦分母分解成因式的形式， $\frac{C(s)}{R(s)}$ 就可以写成

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K \prod_{i=1}^l (s + z_i)^{m_i}}{\prod_{j=1}^r (s + p_j)^{n_j}} \quad (2-2)$$

式中， p_j 是 $A(s)$ 的零点， n_j 是相应于 p_j 的重数，当 $n_j=1$ 时，表示 p_j 是单重零点； z_i 是 $B(s)$ 的零点， m_i 是相应于 z_i 的重数，当 $m_i=1$ 时，表示 z_i 是单重零点。若 p_j 或 z_i 是