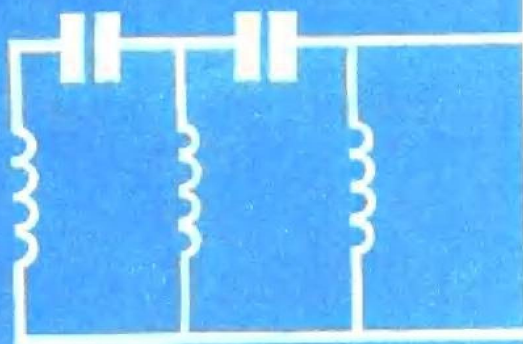
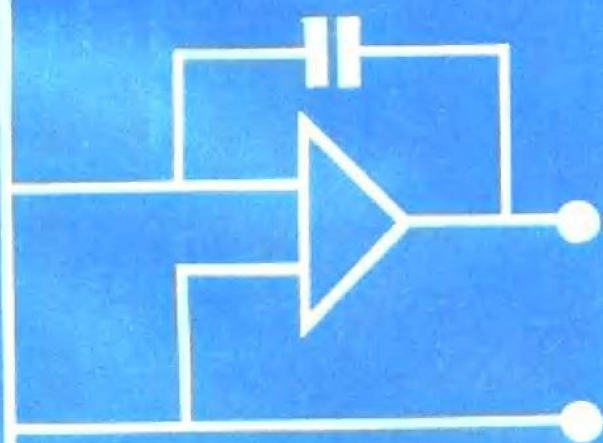


电路理论 ·上册·

电路基础理论

杨山 主编



天津大学出版社

简介

本书是天津大学电工原理教研室在原电路理论课程改革取得了一定经验的基础上编写的。全书分上、下两册，分别为《电路基础理论》和《网路理论导论》。

上册包括：电路和电路定律；线性电路的系统解法；电路的基本定理；含受控源和运算放大器电路；一阶和二阶电路；正弦交流电路；三相电路；非正弦周期电流电路；用拉氏变换解电路的过渡过程和非线性电路等十章。下册共九章，内容是网络图论和网络方程，二端口网络，状态变量法，网络函数和固有频率，网络综合，信号频谱，离散时间电路，均匀传输线的正弦稳态和均匀传输线的暂态。各章均配有例题和习题。

本书可作为高等院校大学本科电类专业“电路理论”课程教材。上、下两册皆可单独设课。下册还可作为继续教育方面的教材或自学用书。本书也可作为科技参考书。

电路理论上册

电路基础理论

杨 山 主编

*

天津大学出版社出版

(天津大学内)

河北省永清县印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

*

开本：787×1092毫米¹/₁₆印张：20³/₈字数：510千字

1988年7月第一版 1988年7月第一次印刷

印数：1—7750

ISBN 7-5618-0036-8

TM·3

定价：3.40元

前 言

本书为天津大学本科电类专业《电路基础理论》和《网路理论导论》课程的教材。自一九八二年以来，我们已将原有“电路”课程的理论部分改革成上述两门课程。

全书分上、下两册。上册包括：电路和电路定律；线性电路的系统解法；电路的基本定理；含受控源与运算放大器电路；一阶和二阶电路；正弦交流电路；三相电路；非正弦周期电流电路；用拉氏变换解电路的过渡过程和非线性电路等十章。是本着提高起点，加强基础，适当更新和便于教学的原则编写的。对于电类专业的本科生，在学完高等数学和物理的电学部分后，可尽早开设“电路基础理论”课程。目前天津大学有关专业均在第三学期内学完该课程。授课时数80学时左右。

下册共九章。包括网络图论和网络方程；二端口网络；状态变量法；网络函数和固有频率；网络综合；信号频谱；离散时间电路；均匀传输线的正弦稳态和均匀传输线的暂态。特点是内容广泛，理论性强，各章独立和使用方便。用此册书所开设的相应课程适宜设置在较高年级。在学生有了必要的工程数学和初步专业知识后，再进一步学习本册书所包括的有关电路理论各领域更加深入和广泛的内容。实践证明，这样安排收到了较好的效果。此外，对于不同专业，使用本册书时可以有侧重或取舍，也可以作为选修课教材。目前天津大学一般安排在第五或第六学期，授课时数为60学时左右。本册书还可作继续教育的教材或自学用书，也可供有关工程技术人员参考。

参加全书编写工作的有杨山、刘美轮、刘建猷、张荣华、钱巨玺、李文中和周树棠七同志，杨山同志主编定稿。天津大学电工原理教研室的许多同志参加了本书的讨论和试用，提供了不少素材和修改意见，为本书的出版做了大量的工作。

本书原稿先后承蒙天津大学李修恕老师和河北工学院李望超、唐孝磁老师在百忙中进行了仔细的审阅，提出了不少极为宝贵的修改意见，在此谨表谢忱。

本书的错误和不足之处恳切希望读者批评指正。

编 者

一九八七年四月

目 录

第一章 电路和电路定律	(1)
§1-1 电路和电路模型.....	(1)
§1-2 元件中的电压、电流和功率.....	(2)
§1-3 无源二端元件.....	(6)
§1-4 有源二端元件.....	(12)
§1-5 克希霍夫定律.....	(15)
§1-6 线性电阻和独立源支路的等效变换.....	(19)
§1-7 星形与三角形连接电阻网络的等效变换.....	(24)
习题.....	(28)
第二章 线性电路的系统解法	(33)
§2-1 电路方程的独立性.....	(33)
§2-2 支路电流法.....	(34)
§2-3 回路电流法.....	(36)
§2-4 节点电压法.....	(42)
§2-5 改进的节点电压法.....	(46)
习题.....	(48)
第三章 电路的基本定理	(51)
§3-1 叠加定理.....	(51)
§3-2 互易原理.....	(55)
§3-3 替代原理.....	(57)
§3-4 戴维宁定理和诺顿定理.....	(58)
§3-5 对偶原理.....	(62)
习题.....	(64)
第四章 含受控源与运算放大器电路	(68)
§4-1 受控元件和理想受控源.....	(68)
§4-2 含受控源电路的一般解法.....	(71)
§4-3 线性网络定理的应用.....	(74)
§4-4 运算放大器及其奇异子偶模型.....	(79)
§4-5 含理想运算放大器电路的一般解法.....	(82)
习题.....	(89)

第五章 一阶和二阶动态电路	(93)
§5-1 动态电路的经典解法和几种典型波形.....	(93)
§5-2 初始条件的确定.....	(98)
§5-3 一阶电路的零输入响应.....	(101)
§5-4 一阶电路阶跃激励的零状态响应.....	(105)
§5-5 一阶电路单位冲激激励的零状态响应.....	(108)
§5-6 一阶电路的全响应.....	(110)
§5-7 一阶电路动态分析的三要素法.....	(114)
§5-8 二阶电路的动态过程.....	(118)
§5-9 线性电路对任意波形激励的响应、卷积.....	(126)
§5-10 用经典法解一般电路过渡过程简述.....	(129)
习题.....	(132)
第六章 正弦交流电路	(137)
§6-1 正弦交流电的基本概念.....	(137)
§6-2 电阻、电容及电感中的正弦电流.....	(142)
§6-3 正弦量的相量表示法.....	(150)
§6-4 复阻抗、复导纳及其等效转换.....	(159)
§6-5 正弦稳态电路的功率.....	(164)
§6-6 正弦稳态电路的分析计算.....	(171)
§6-7 谐振.....	(179)
§6-8 含互感电路的分析计算.....	(188)
§6-9 理想变压器.....	(199)
§6-10 交流电路的过渡过程.....	(201)
习题.....	(207)
第七章 三相电路	(212)
§7-1 三相电源和三相电路.....	(212)
§7-2 对称三相电路的主要特点.....	(215)
§7-3 三相电路的功率.....	(218)
§7-4 对称三相电路的计算.....	(220)
§7-5 不对称三相电路的计算.....	(225)
习题.....	(228)
第八章 非正弦周期电流电路	(231)
§8-1 非正弦周期电流.....	(231)
§8-2 有效值、平均值和平均功率.....	(237)
§8-3 非正弦周期电流电路的计算.....	(240)

§8-4 滤波和滤波器.....	(244)
§8-5 对称三相电路中的高次谐波.....	(246)
习题.....	(250)
第九章 用拉氏变换解电路的过渡过程.....	(253)
§9-1 拉氏变换.....	(253)
§9-2 拉氏变换的基本性质.....	(254)
§9-3 运算形式的电路定律和电路图.....	(262)
§9-4 用拉氏变换计算电路过渡过程.....	(266)
§9-5 用展开成部分分式法求原函数.....	(271)
习题.....	(279)
第十章 非线性网络.....	(282)
§10-1 非线性元件.....	(282)
§10-2 电阻性非线性电路的三个基本概念.....	(286)
§10-3 电阻性非线性电路图解法.....	(288)
§10-4 用分段线性迭代法求解电阻性非线性电路.....	(295)
§10-5 确定非线性电路工作点的数值方法.....	(302)
§10-6 非线性电路的小信号分析.....	(306)
§10-7 动态非线性电路.....	(308)
习题.....	(314)
参考书目.....	(317)

第一章 电路和电路定律

§1-1 电路和电路模型

电路的功能是进行电能（或电信号）传输、分配及与其他形式能量（或信号）的相互转换。为实现某种目的，将若干个电气器件以一定方式连接起来，形成电流通路，这就是人们经常遇到的实际电路。

实际电路中的电气器件，种类繁多，涉及的物理过程很广泛。例如图1-1(a)所示的最简单电路中，电池把化学能转变为电能，电灯泡把电能转变为热能和光能。把其他形式能量（化、机、光、热等）转变为电能的器件叫做电源；把电能转变为其他形式能量的器件叫做负载。所以，实际电路是由电源和负载通过控制、测量等器件连接而成的。

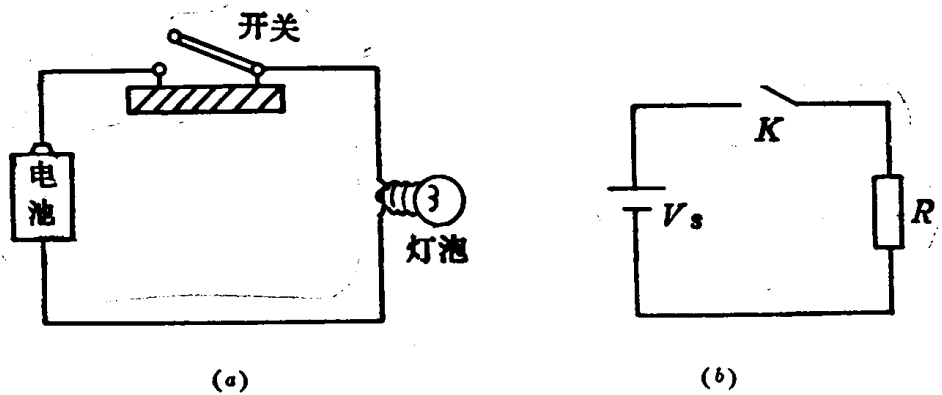


图 1-1 实际电路及其模型

电路理论不研究各种能量相互转换的机理，只关心电路中的电磁过程，即由电压、电流、电荷和磁通所表征的过程。这四个物理量是电路的基本变量。电气器件的性能可用它们外接端钮处基本变量之间的关系，如电压和电流的代数方程或微分方程来描述。实际电气器件的性能方程常很复杂，为了简化对器件的数学描述，常略去其次要的物理过程，把它理想化。理想化的方程在一定条件下能正确反映实际器件的基本物理现象。理想化器件的数学模型叫做电路元件。

电路元件是单个部件。每一元件只反映一种电磁现象，用一种特定的函数来表示。电路元件由实际器件抽象而来，然而并非与实际器件一一对应。尽管实际电气器件有成千上万种，电路元件却只有少数几种。任何实际电气器件都可用一个或几个元件的组合来代表，且具有足够的精确度。

表示电路元件端子变量间关系的数学表达式叫做元件的约束方程。如果元件的约束方程是线性代数方程或线性微分方程，则称它为线性元件。在电压与电流（有时还涉及电荷或磁通）之间及与它们的导数之间相互联系的系数叫做元件的参数。元件参数是常数时叫做非时

变元件，元件参数随时间按某种规律变化时叫做时变元件。

如果电路元件的约束方程是非线性代数方程或非线性微分方程，则称它为非线性元件。非线性元件的参数是其端子变量的函数。

若元件端钮的电压、电流不是空间坐标的函数，叫做集中参数元件。这只有在电气器件的几何尺寸比电压、电流波长小很多的条件下才成立。这时可把器件看作一个点，而不考虑空间因素。若此条件不满足，电压、电流将既与时间有关，又与空间坐标有关，也就是说它们将是时空函数。描述这种器件的约束方程将是偏微分方程。这种器件的理想化模型叫做分布参数元件。

由电路元件连接而成的理想化电路可做为实际电路的模型。简称为电路。将电路元件用图形符号表示，便是理论分析用的电路图（如图1-1(b)）。

电路理论的内容有二：一是在电路元件的约束方程和连接方式已知时，研究该电路对给定激励（输入）产生的响应（输出）——电路分析；二是研究如何构成电路，使其满足响应与激励之间预定关系的要求——电路综合。

电路的响应与激励之间的关系决定该电路是否为线性、时变或集中参数的。可以把元件有关性质的定义推广应用到电路。一般地说，只含有线性元件的电路为线性电路。其基本特点是适用叠加原理：对电路同时施加若干个激励的响应等于每一个单独激励所产生的响应之和。含有一个以上非线性（或时变，或分布参数）元件的电路为非线性（或时变，或分布参数）电路。

严格地说，实际电路都是非线性、分布参数的。但在多数情况，用集中的线性元件连接来模拟，可以达到工程所需的精确度。

§1-2 元件中的电压、电流和功率

电路元件按其外接端钮的数目，可分为二端元件、三端元件、多端元件等。图1-2为任意二端元件。端子1、2与其他元件相连接。端子间电压和电流分别用 v 和 i 表示，它们的计量单位分别是伏[特]V和安[培]A。

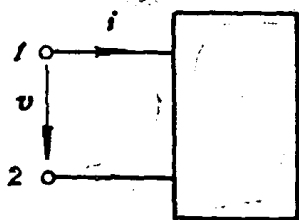


图 1-2 二端元件

对集中二端元件，在任何瞬时，从一个端子流进的电流等于从另一个端子流出的电流。所以，通常只标出一个端子的电流。箭头所指方向为电流的正方向，或称为参考方向。

电流 i 等于穿过端子1处导线横截面电荷 q 的变化速率，即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

电荷 q 是沿所指方向穿过截面的正电荷 q_+ 与反方向穿过截面的负电荷 q_- 的绝对值之和，电荷量的计算单位是库[仑]C。

电流 i 通常是时间函数 $i = i(t)$ 。图1-3中给出了几种电流的典型波形，在某指定的瞬时，电流值可以为正、负或等于零。在指定正方向情况下，若 $i > 0$ 就意味着电流的实际方向与正方向一致；若 $i < 0$ ，表明电流实际方向与正方向相反。

电压 v 等于端子1和2之间的电位差，即

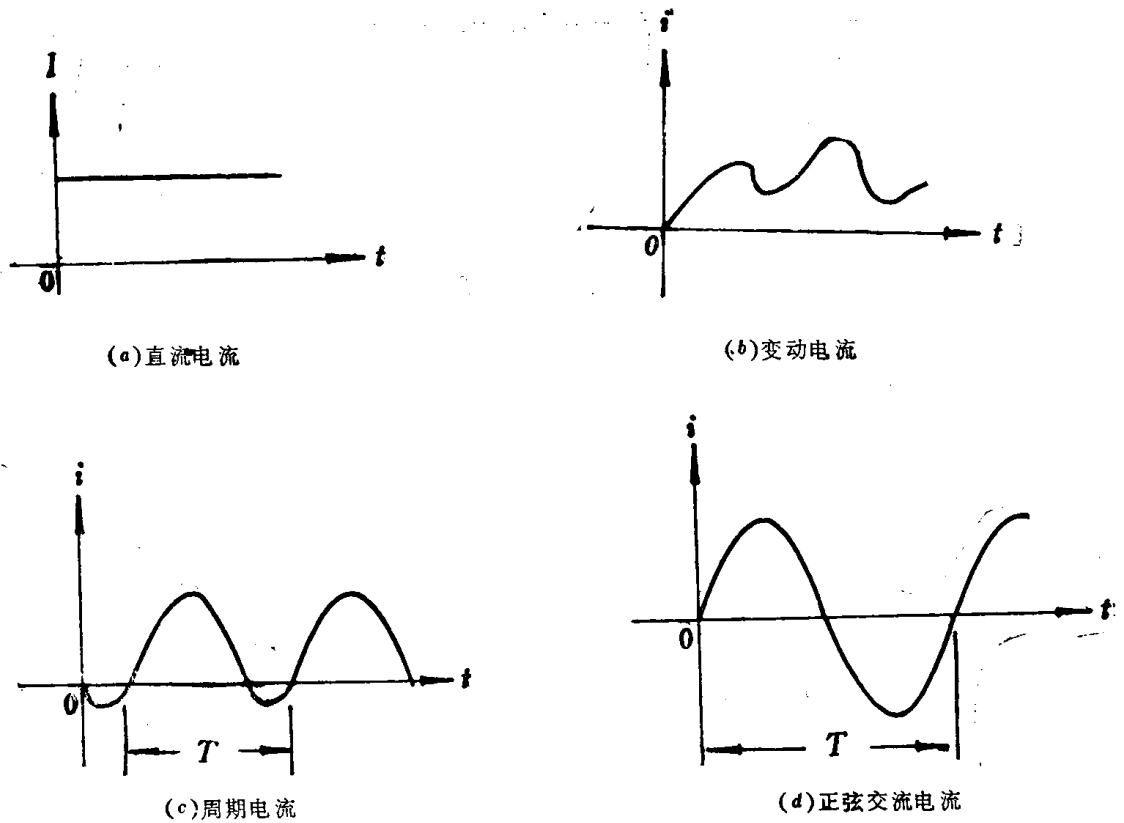


图 1-3 几种典型的电流波形

$$v = v_{12} = v_1 - v_2$$

(1-2)

式中, v_1 和 v_2 分别为端子 1、2 对选定参考点而言的电位、对集中元件, 它们都是确定的值。

电压 v 通常也是时间的函数 $v = v(t)$ 。在某一瞬时, 若 $v > 0$, 则意味着端子 1 的电位 v_1 高于端子 2 的电位 v_2 ; 若 $v < 0$, 则 v_1 低于 v_2 。

电路中元件的电压和电流必须指定正方向, 从它们的解析表达式 $v(t)$ 和 $i(t)$ 计算出的正、负值才有确切含义。描述元件 (以及整个电路) 电压与电流之间关系的任何方程, 也只对选定的正方向才有意义。复杂电路事先不能判断各元件电压和电流的真实方向, 交替变化的电压和电流, 真实方向随时变化, 则可任意选定正方向, 并据以列写表达式及关系方程, 由计算结果的正、负再来确定在某瞬时的真实方向。

电流的正方向也可不用箭头而用“双下标”方法表示, 如 $i_{a,b}$ 表示电流从 a 端经元件流向 b 端。电压的正方向也可用 (+)、(-) 极性符号表示, 如图 1-4。电压的正方向是从 (+) 极指向 (-) 极, 显然有

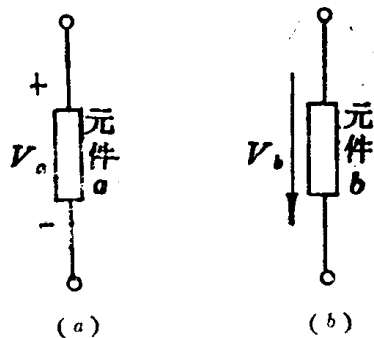


图 1-4 电压极性的表示

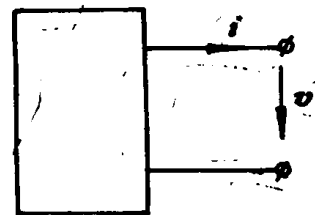


图 1-5 非关联参考方向

$$i_{12} = -i_{21}, v_{21} = -v_{12} \quad (1-3)$$

在复杂电路分析中，为了简化，常把电压（或电流）的正方向省去，只画出电流（或电压）的正方向。这是因为已约定电流从高电位流向低电位，即电压正方向与电流的正方向相互关联，图中所画的一个方向表示两个相互关联的正方向。叫做关联参考方向。图 1-2 中电压与电流正方向相互关联，可省去一个，而图 1-5 中电压与电流正方向并非相关联，则两个正方向符号不能省去。

电压 v_{12} 等于单位正电荷在电场力作用下从端子 1 移到端子 2 时所作的功，或局外力克服电场力把单位正电荷从 2 点移到 1 点所作的功。

在关联参考方向下，正电荷在电场力作用下，从高电位经元件移向低电位，则元件将消耗电能。乘积 vi 表示二端元件消耗的瞬时功率

$$P(t) = v(t) i(t) \quad (1-4)$$

功率的计量单位是瓦[特]W，它等于能量 $w(t)$ 的变化速率，即

$$P(t) = \frac{d w(t)}{dt} \quad (1-5)$$

在 $[t_0, t]$ 时间间隔内输送给元件的能量为

$$w(t) = \int_{t_0}^t v(\tau) i(\tau) d\tau \quad (1-6)$$

电能的单位是焦[耳]J。

如果：

$$w(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) i(\tau) d\tau \geq 0 \quad (1-7)$$

成立，就是说，到任意瞬时 t 为止，送入元件的能量总为非负值，则该二端元件是能量的需求者。这类元件称为无源元件。

如果一个元件的初始电压和初始电流为零，然后随时间按任意规律增长，最后又都衰减到零，在整个过程中送入元件的总能量为零，则这种元件称为无损元件。用公式表示则为

$$w = \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) i(\tau) d\tau = 0 \quad (1-8)$$

这里假定 $v(-\infty) = v(\infty) = i(-\infty) = i(\infty) = 0$ 。

应注意，式 (1-4) - (1-8) 在关联参考方向下，表示元件吸收的功率或能量。如果电压和电流的参考方向关系如图 1-5 所示，则这几个式子表示元件供出的功率或能量。图 1-2 所示的电压、电流正方向关系也叫做无源惯例方向。

以上定义和结论都是从二端元件得出的，但不难推广应用到多端元件中去。

例题一 图 1-6 所示电路。已知元件电压 $V_1 = -20V$, $V_3 = 10V$, $V_4 = 15V$ 。试求各点电位（以 d 为参考点）及其他元件上的电压。

解： d 为参考点，其电位为零。其他各点

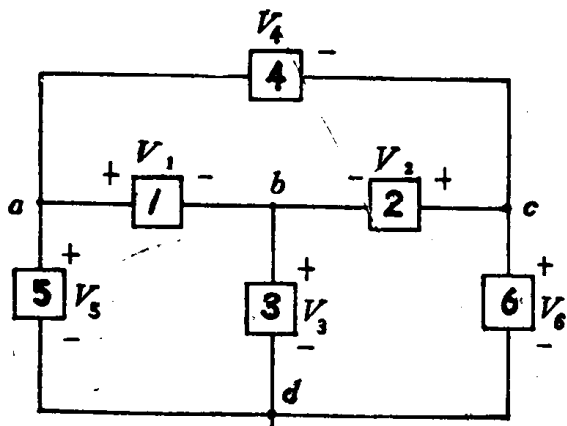


图 1-6 电路中的电位

电位为

$$V_b = V_{bd} = V_s = 10\text{V}$$

$$V_a = V_{ad} = V_{ab} + V_{bd} = V_1 + V_s = -20 + 10 = -10\text{V}$$

$$\begin{aligned} V_c &= V_{cd} = V_{ca} + V_{ab} + V_{bd} \\ &= -V_a + V_1 + V_s = -15 - 10 \\ &= -25\text{V} \end{aligned}$$

式中 $V_{ca} = -V_a$ 是因为两者极性相反。其他各元件电压为

$$V_4 = V_c = -25\text{V}$$

$$V_5 = V_a = -10\text{V}$$

$$V_2 = V_c - V_b = -25 - 10 = -35\text{V}$$

例题二 计算图1-7 所示各元件的功率。

已知图(a)中 $I = 1\text{A}$, $V = -2\text{V}$;

图(b)中 $I = -2\text{A}$, $V = 3\text{V}$ 。

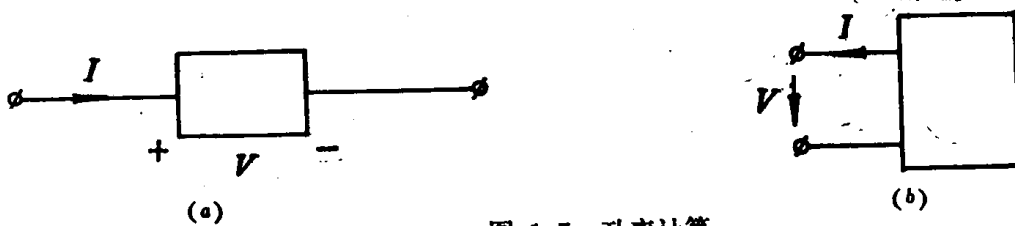


图 1-7 功率计算

解：图1-7(a)中，电压与电流正方向关系符合无源惯例方向，所以 V 与 I 的乘积表示该元件吸收的功率

$$P = VI = (-2) \times 1 = -2\text{W}$$

计算结果负值，表明该元件实际向外供出 2 瓦功率。

图1-7(b)中，电压与电流的正方向关系为非无源惯例方向。 V 与 I 的乘积表示该元件所供出的功率

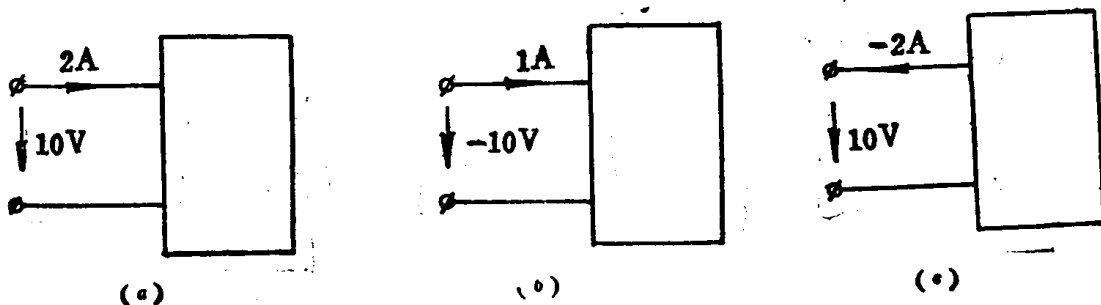
$$P = VI = 3 \times (-2) = -6\text{W}$$

结果为负值，表明该元件实际吸收 6 瓦功率。

练习题

1-2-1 图1-6所示电路，已知元件电压 $V_1 = -20\text{V}$, $V_3 = 10\text{V}$, $V_4 = 15\text{V}$ 。若选 C 点为参考点，求其他各点电位及其他元件电压，并与例题一中结果相比较。

1-2-2 图中所示二端元件，哪个吸收功率？哪个供出功率？其值各为多少？



图题 1-2-2

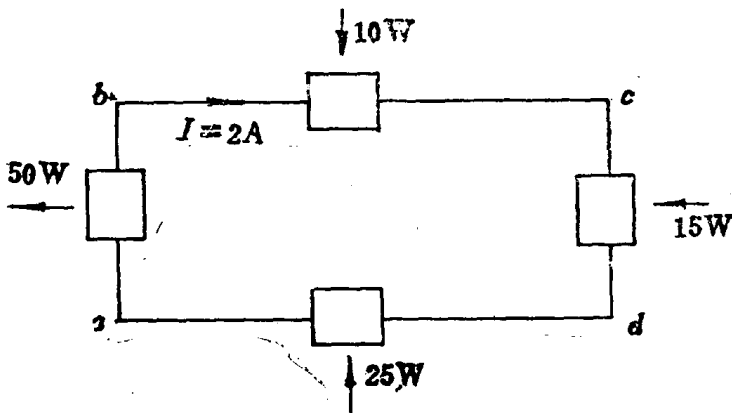
1-2-3 图示电路中，已知 ab 段产生电功率 50W 、其它三段吸收电功率分别为 10W 、 15W 和 25W 。试计算各段电压 V_{ab} 、 V_{bc} 、 V_{cd} 和 V_{da} 。

1-2-4 已知通过某元件的电流及其两端电压为

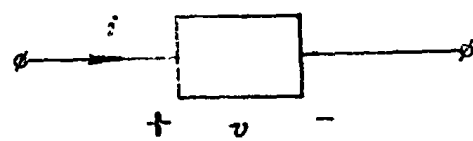
$$i = 5\sin(2\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ A}$$

$$v = 10\sin(2\pi t) \text{ V}$$

参考方向如图所示。试求当 $t = 1/8$ 、 $1/4$ 、 $3/8$ 秒时元件的功率。



图题 1-2-3

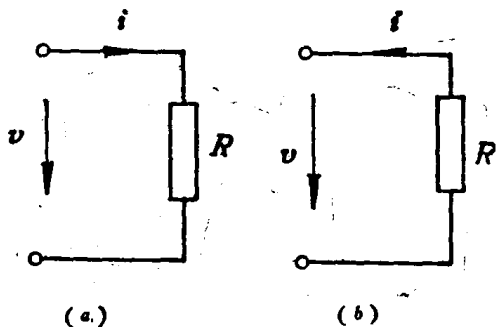


图题 1-2-4

§1-3 无源二端元件

1. 电阻元件

一个二端元件，如果在任何时间 t ，其端子间电压 v 与端子电流 i 之间的关系可用代数方程 $v = v(i)$ 或 $i = i(v)$ 来表示，则称为电阻元件，简称电阻。在电路图中用长方框表示，如图1-8所示，其中 R 是电阻的文字符号。



电压与电流间的关系式在指定正方向情况下才有意义。通常按图1-8(a)取正方向。

约束方程 $v = v(i)$ 或 $i = i(v)$ 称为电阻的伏安特性，或伏安关系。电阻元件的伏安特性可以用 $v - i$ 平面(或 $i - v$ 平面)的一条曲线表示。一般情况下，电阻的伏安特性是非线性的，图1-9所示是其一例，称为非线性电阻。

如果 $u = v(i)$ 是通过原点的直线，如图1-10所示，表示电压与电流成正比，称为线性电阻。这时有

$$v = Ri \tag{1-9}$$

或

$$i = \frac{1}{R} v = Gu \tag{1-10}$$

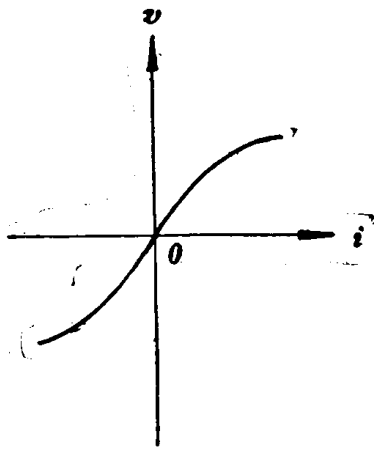


图 1-9 非线性电阻特性曲线

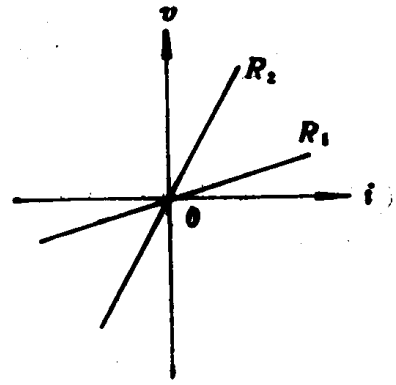


图 1-10 线性电阻特性曲线

这就是熟知的欧姆定律。式中常系数 R 为线性电阻元件的参数，其电阻值简称为电阻*。电阻的计量单位是欧[姆] Ω 。 R 的倒数 G 称为电阻元件的电导，简称电导。电导的计量单位是西[门子] S 。

线性电阻元件的电阻值可由其伏安曲线的斜率确定。在图 1-10 中，显然 $R_2 > R_1$ 。对非线性电阻元件，其伏安曲线上某一点电压坐标值与电流坐标值之比，即为该点处的电阻值。可见非线性电阻元件的电阻值不是固定的，而是 v 或 i 的函数，即 $R = R(i)$ 或 $R = R(v)$ 。

按图 1-8(a) 所选的正方向，电阻元件所消耗的电功率为

$$p = vi$$

对线性电阻

$$p = Ri^2 = Gv^2 \quad (1-11)$$

若伏安曲线在 $v-i$ 平面的第 I 和第 III 象限， R 和 G 的值均为正，功率 p 也是正值。就是说，线性电阻在任何时刻都从电路吸取能量。

由式 (1-7)，当 $R > 0$ 时，输送给元件的能量

$$w(t) = R \int_{-\infty}^t i^2(t) dt = G \int_{-\infty}^t v^2(t) dt > 0 \quad (1-12)$$

可见，若 $R > 0$ ，则在任何时刻 t 以前，电阻元件都是从电路吸取能量，因而是无源元件。

将式 (1-11) 代入式 (1-8) 得

$$w = R \int_{-\infty}^{\infty} i^2(t) dt = G \int_{-\infty}^{\infty} v^2(t) dt > 0 \quad (1-13)$$

可见，当 $R > 0$ 时，电阻元件不满足无损条件。

式 (1-12) 和式 (1-13) 均由线性电阻导出。不难理解，对非线性电阻，若其伏安曲线在 $v-i$ 平面的第 I 和第 III 象限，电阻值虽然是变动的但总是正值，也是无源有损元件。

这里所说电阻值的正或负，是对关联参考方向情况而言。在电路分析中，一般不特殊指明参考方向时，则认为选用的是关联参考方向。因而可以简单地说，具有正电阻值的电阻元件是无源有损元件。

此外，电阻元件中，某一瞬间的电流值只对应于同一瞬间的电压值，而与这一瞬间以前

* 电阻元件和线性电阻元件的参数都简称为电阻，都用 R 表示，但意义不同。

的情况无关。所以，电阻元件是无记忆元件。

2. 电容元件

一个二端元件，如果在任何时间 t ，其端子电压 U 与元件所储存电荷 q 之间的关系可用代数方程 $q = q(v)$ 或 $v = v(q)$ 来表示，则称为电容元件，简称电容。在电路图中用两条隔离的短线表示，对应着实际电容器的两个极板。电容的文字符号是 C ，如图 1-11 所示。

在图 1-11 中用 (+)、(-) 符号表示电荷 q 的正方向。在图示正方向（符合关联参考方向）下，有

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (1-14)$$

此时，
$$i(t) = dq(t)/dt \quad (1-15)$$
 为电容元件的充电电流。

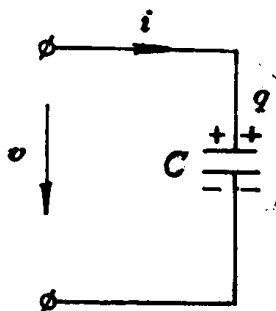


图 1-11 电容元件

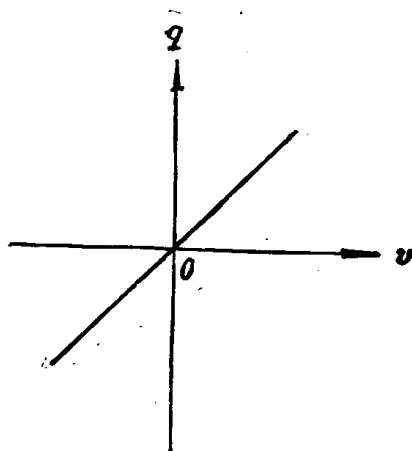


图 1-12 线性电容特性曲线

关系式 $q = q(v)$ 或 $v = v(q)$ 称为电容的库伏特性，可用 $q - v$ （或 $v - q$ ）平面上的一条曲线来表示。库伏特性为通过原点直线的电容元件称为线性电容，如图 1-12。

线性电容元件的电荷与电压成正比

$$q = cv \quad (1-16)$$

式中常数 $C = q/v$ 为电容元件的参数，简称为电容。电容的计量单位为法[拉]F。

电容元件端电压与电流之间的关系可由以下三式求出

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cv)}{dt}$$

对线性电容， $C =$ 常数，则

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (1-17)$$

电容元件的端电压

$$v = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (1-18)$$

式 (1-17) 说明，线性电容元件电流与其端电压的变化速率成正比。即某一瞬时元件电流不决定于该瞬时的电压值，而决定于这一瞬时电压变动的速率。

式 (1-18) 说明，线性电容元件某一时刻的电压或电荷值，不决定于当前的电流值，而

与该时刻以前电流的全部积累有关,因而它是一种记忆元件。

在关联参考方向下, $C = \text{常数} > 0$ 的线性电容也是无源元件。因为可证明输入该电容的能量总是非负值, 即

$$\begin{aligned} w(t) &= \int_{-\infty}^t v(\tau) i(\tau) d\tau = C \int_{-\infty}^t v(\tau) \frac{dv(\tau)}{d\tau} d\tau \\ &= C \int_0^{v(t)} v(\tau) dv(\tau) = \frac{1}{2} C v^2(t) = \frac{1}{2C} q^2(t) \geq 0 \end{aligned}$$

这里, 假定 $v(-\infty) = 0$

若在 t_1 时电容电压为 $v(t_1)$, t_2 时电容电压为 $v(t_2)$, 则在 t_1 至 t_2 一段时间内送入元件的能量为

$$w = C \int_{v(t_1)}^{v(t_2)} v(\tau) dv(\tau) = \frac{1}{2} C v^2(t_2) - \frac{1}{2} C v^2(t_1) \quad (1-19)$$

式中第一项是在 t_2 时刻电容含有的能量, 第二项是在 t_1 时刻电容含有的能量。在任一瞬时 t , 电容中的能量决定于该瞬时电压值或电荷值, 即

$$w(t) = \frac{1}{2} C v^2(t) = \frac{1}{2C} q^2(t) \quad (1-20)$$

由式 (1-19), 若 $v(t_2) = v(t_1)$, 则在 t_1 至 t_2 时间段内送入元件的能量为零。就是说, 电容元件从某一电压值开始, 按任意规律进行充电和放电, 最后恢复到原电压值, 电容元件从电路吸取的总能量等于零。这与式 (1-8) 的无损条件一致, 所以电容是无损元件。

电容元件电压绝对值增长的过程是充电过程。在此过程中, 电容元件从电路吸取能量。电容电压减小的过程是放电过程。在此过程中, 电容向电路释放能量。释放能量不能超过以前所吸收的能量, 这是无源特性。吸收的能量能够全部释放出来, 这是无损特性。输入给电容元件的能量并没有耗散, 而是储存在与此元件相关的电场中, 所以电容是一种储能元件。

现以实例来观察电容元件中的能量交换过程。设图 1-11 所示电容元件的电容 $C = 2\text{F}$, 电压 v 随时间变化的规律如图 1-13 (a) 所示。由式 (1-17) 得电流 i 随时间变化的波形如图 1-13 (b) 所示。从而求得电容吸收的功率为

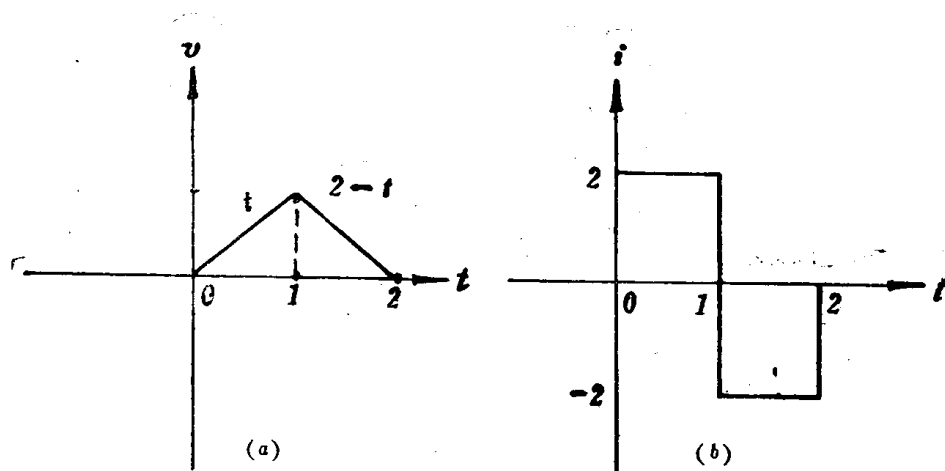


图 1-13 电容中的电流与电压波形

$$\begin{aligned} p(t) &= iv = 2t & 0 \leq t < 1 \\ p(t) &= iv = -2(2-t) & 1 \leq t < 2 \end{aligned}$$

在 $0 < t < 1$ 时间段内, $p(t) > 0$, 电容吸取能量; 在 $1 < t < 2$ 时间段内, $p(t) < 0$, 电容实际上是放出能量。不难算出, 电压从 0 到 1 又到 0 的变化过程中, 电容吸收与放出的能量相等。

3. 电感元件

一个二端元件, 如果在任何时间 t , 其端子电流 i 与其磁链 Ψ 之间的关系可用代数方程 $\Psi = \Psi(i)$ 或 $i = i(\Psi)$ 来表示, 则称为电感元件, 简称电感。电感元件的电路图符号如图 1-14 所示, 文字符号为 L 。

电感在实际电路中的原型是导线绕制的螺旋线圈。通常磁通的正方向选作与电流正方向符合右手螺旋关系。在图 1-14 所定的正方向情况下, 有

$$\Psi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (1-21)$$

此时

$$v(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} \quad (1-22)$$

磁链的计量单位是韦[伯]Wb。所以 $\Psi = \Psi(i)$ 或 $i = i(\Psi)$ 称为电感的韦安特性。可用 $\Psi - i$ (或 $i - \Psi$) 平面上的一条曲线表示, 韦安特性为一条通过原点直线的电感元件称为线性电感。如图 1-15 所示。

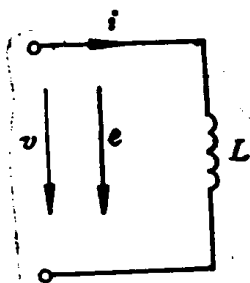


图 1-14 电感元件

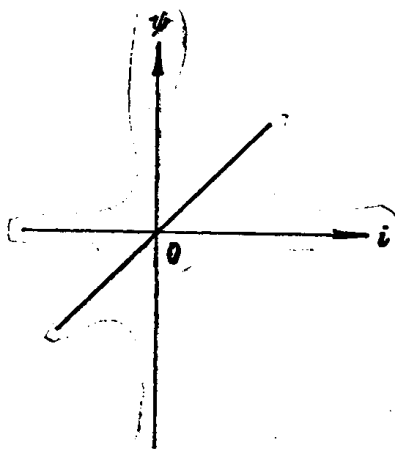


图 1-15 线性电感的特性曲线

线性电感元件的磁链与电流成正比, 即

$$\Psi = Li \quad \text{或} \quad i = \Psi / L \quad (1-23)$$

式中常数 $L = \Psi / i$ 为线性电感元件的参数, 简称为电感。电感的计量单位是亨[利]H。

由以上三式可以求出电感元件电压与电流的关系

$$v = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt}$$

对线性电感 $L = \text{常数}$, 则

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (1-24)$$

电感元件中的电流

$$i = \frac{\Psi}{L} = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (1-25)$$

式(1-24)说明,线性电感的电压与电流变化速率成正比。即某一时刻的电压值不取决于该时刻电流值,而取决于该时刻电流变动的速率。

式(1-25)表明,线性电感中某一瞬时的电流值与该时刻以前电压的全部积累有关。因而它也是一种记忆元件。

变动的电流*i*产生变动的磁链。按照电磁感应定律,在电感回路中要产生感应电动势(称为自感电动势)。在电路图中,用箭头表示电动势的正方向。但与电压正方向意义不同,电动势箭头的方向指向高电位。这与电动势在电路中的物理功能相一致,即把正电荷从低电位移向高电位。现取其正方向与电流正方向一致。(如图1-14所示),亦即与磁链的正方向符合右手螺旋关系,则感应电动势应为

$$e = -d\psi/dt \quad (1-26)$$

在线性情况

$$e = -L \frac{di}{dt} \quad (1-27)$$

由表达式和图1-14都可得出 $v = -e$ 。

感应电动势总是力图反抗磁链的变动。当磁链(电流)的增长率为正时, $e < 0$, 反抗磁链向正向增大;当磁链(电流)的增长率为负时, $e > 0$, 反抗磁链向负方向变化,符合楞次定律。

在关联参考方向下,到*t*瞬刻为止,从电路送入线性电感的能量总和为

$$\begin{aligned} w(t) &= \int_{-\infty}^t v(\tau) i(\tau) d\tau = L \int_{-\infty}^t \frac{di(\tau)}{d\tau} \cdot i(\tau) d\tau \\ &= L \int_0^{i(t)} i(\tau) di(\tau) = \frac{1}{2} Li^2(t) = \frac{1}{2L} \psi^2(t) \end{aligned}$$

假定 $i(-\infty) = 0$ 。可见,当 $L > 0$ 时,此能量为非负值,故电感为无源元件。

不难证明,在关联参考方向下的正电感是无损元件。

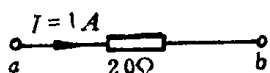
线性电感中的能量公式是

$$w(t) = \frac{1}{2} Li^2(t) = \frac{1}{2L} \psi^2(t) \quad (1-28)$$

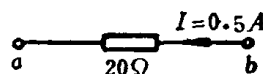
这些能量储存在与元件相关的磁场中并不耗散,所以电感是又一种储能元件。

练习题

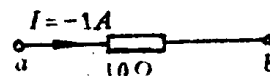
1-3-1 求图示各电阻两端的电压 V_{ab} 和消耗的功率。



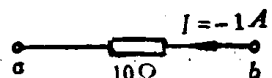
(a)



(b)



(c)



(d)

图题 1-3-1