

(修订版)

SHU XUE

数学

高一年级

ZHISHIJINGJIANGYUNENGLIXUNLIAN

知识精讲与能力训练

与人教版最新教材（试验修订本）高中数学同步配套

特级教师 刘锐诚◎主编

- 强化综合能力 课内重点点拨
- 典型例题解析 指点考试迷津
- 模拟试卷练习 综合能力检测
- 名校名师伴学 解你学习之忧



人民日报出版社

数 学

知识精讲与能力训练

顾 问 费孝通 (修订版)
策 划 张正武
主 编 刘锐诚

(高一·上册)

本册主编 刘风兰
本册编者 刘风兰 雷英俊 王振国

(高一·下册)

本册主编 刘风兰
本册编者 刘风兰 雷英俊
王振国 吴根师



· 人民日报出版社

114 0-15

图书在版编目(CIP)数据

知识精讲与能力训练·高一/刘锐诚 主编. -北京:

人民日报出版社,2001.5

ISBN 7-80153-399-2

I. 知... II. 刘... III. 课程-高中-教学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 021774 号

(修订版)

书 名:知识精讲与能力训练·高一 (数学)

主 编:刘锐诚

责任编辑:曼 煜

装帧设计:吴本泓

出版发行:人民日报出版社(北京金台西路2号,

邮编:100733)

经 销:新华书店

印 刷:北京市朝阳区飞达印刷厂

开 本:890×1240 1/32

字 数:2781.86 千

印 张:85.5

印 数:5000

印 次:2002年6月第1版 第2次印刷

书 号:ISBN 7-80153-399-2/G·237

高一全套定价:106.00 元 (本册定价:15.00 元)

前 言

《知识精讲与能力训练》丛书是配套 2000 年秋季开始正式使用的人教版最新初、高中教材而编写的辅导与练习丛书。本丛书较好地体现了最新大纲的精神,而且与最新教材的内容和进度同步,既重视了基础知识和基本技能的落实,又照顾到了优等生拓宽拔高的特殊需要。整套丛书的编写强调了科学性与实用性的统一,旨在帮助学生掌握系统的基础知识,训练有效的学习方法,培养思维能力、应用能力和创新能力,全面提高学生的综合素质。

本书《数学知识精讲与能力训练》(高一年级)主要分为“知识精讲”和“能力训练”两大部分。

一、“知识精讲”主要有三个栏目:

【重点难点】 是将本小节内容的重点和难点指出,并指出处理他们的关键所在。

【学法指导】 是将本小节所涉及到的内容、方法、定理、公式、概念等加以梳理,特别是对易错的概念、公式等加以讲评。

【巧学妙思】 主要是解决本小节内容与以往所学知识之间的联系,以及各类题型的处理方法,选择有代表性的题目做例题(有些是历年的高考试题),进行分析、讲解,给出处理各类题型的方法、技巧,使学生的思维能力有所提高。

二、“能力训练”主要有两个栏目:

【双基过关】 提供有选择题、填空题、解答题三大类型的题,可供教师课堂上检查教学落实的情况,也可用于学生课后练习,以巩固本节内容。题型全、题目新,且大部分是基础题,符合大纲规定的教学要求的水平。

【拔高挑战】 一般配备两个习题,是本学科的综合性习题,其中有一个题以实际应用为主。本部分为学有余力的同学提供了一个提

高分析能力、解题能力的机会,以期达到激发兴趣、培养能力、开发智力的目的。

各章综合检测试题以及期中和期末综合检测试题采用标准题型,便于学生进行阶段自测和考前热身。

书后集中附有训练题和检测题的参考答案及解题思路点拨,便于练习后及时反馈;也可将答案预先统一撕掉,以供老师们在课堂上统一讲用。

参加本书编写工作的全部人员都是亲自教过这套新教材(实验本)而且教学成绩优秀的教师,他们把教学这套新教材中的丰富经验融入了本书的编写工作中,更增加了本书的实用性和科学性。

我们真诚地希望本丛书能成为广大新教材学习者的良师益友,同时也恳请广大师生批评指正。

编 者

2002年6月

开卷有益
创新求实

費孝通



二〇〇五年六月

目 录

(上 册)

第一章 集合与简易逻辑	(3)
第一部分 集合	(3)
§ 1.1 集合	(3)
§ 1.2 子集、全集、补集	(8)
§ 1.3 交集、并集	(13)
§ 1.4 含绝对值的不等式解法	(18)
§ 1.5 一元二次不等式解法	(23)
第二部分 简易逻辑	(30)
§ 1.6 逻辑联结词	(30)
§ 1.7 四种命题	(34)
§ 1.8 充分条件与必要条件	(38)
第一章综合检测试题	(43)
第二章 函数	(46)
第一部分 映射与函数	(46)
§ 2.1 映射	(46)
§ 2.2 函数(一)	(51)
§ 2.2 函数(二)	(57)
§ 2.3 函数的单调性和奇偶性	(64)
(一) 函数的单调性	(64)
(二) 函数的奇偶性	(71)
§ 2.4 反函数	(77)
期中综合检测试题	(83)
第二部分 指数与指数函数	(86)
§ 2.5 指数	(86)
§ 2.6 指数函数	(92)
第三部分 对数与对数函数	(98)

§ 2.7 对数	(98)
§ 2.8 对数函数	(105)
§ 2.9 函数的应用举例	(112)
§ 2.10 实习作业	(112)
第二章综合检测试题	(118)
第三章 数列	(121)
§ 3.1 数列	(121)
§ 3.2 等差数列	(127)
§ 3.3 等差数列的前 n 项和	(133)
§ 3.4 等比数列	(140)
§ 3.5 等比数列的前 n 项和	(147)
§ 3.6 研究性课题:分期付款的有关计算	(154)
第三章综合检测试题	(158)
期末综合检测试题	(161)
附录: 能力训练与综合检测试题参考答案	(164)

(下 册)

第四章 三角函数	(201)
第一部分 任意角的三角函数	(201)
§ 4.1 角的概念的推广	(201)
§ 4.2 弧度制	(207)
§ 4.3 任意角的三角函数	(213)
§ 4.4 同角三角函数的基本关系式	(220)
§ 4.5 正弦、余弦的诱导公式	(226)
第二部分 两角和与差的三角函数	(231)
§ 4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切	(231)
§ 4.7 二倍角的正弦、余弦、正切	(238)
第三部分 三角函数的图像和性质	(247)
§ 4.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质	(247)
§ 4.9 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	(257)
§ 4.10 正切函数的图像和性质	(265)
§ 4.11 已知三角函数值求角	(271)
第四章综合检测试题	(279)

期中综合检测试题	(282)
第五章 平面向量	(285)
第一部分 向量及其运算	(285)
§ 5.1 向量	(285)
§ 5.2 向量的加法与减法	(290)
§ 5.3 实数与向量的积	(296)
§ 5.4 平面向量的坐标运算	(302)
§ 5.5 线段的定比分点	(307)
§ 5.6 平面向量的数量积及运算律	(312)
§ 5.7 平面向量数量积的坐标表示	(318)
§ 5.8 平移	(324)
第二部分 解斜三角形	(330)
§ 5.9 正弦定理、余弦定理	(330)
§ 5.10 解斜三角形应用举例	(338)
§ 5.11 实习作业	(343)
§ 5.12 研究性课题:向量在物理中的应用	(343)
第五章综合检测试题	(346)
期末综合检测试题	(348)
附录:能力训练与综合检测试题参考答案	(350)

数 学

(高一·上册)



第一章 集合与简易逻辑

第一部分 集合

§ 1.1 集合

知识精讲

【重点难点】

重点是集合的概念理解与表示法,难点是能正确运用列举法和描述法表示集合

【知识联系】

集合的概念及其基本理论,是近、现代数学的一个重要的基础,一方面许多重要的数学分支,如数理逻辑、近世代数、实变函数、概率统计等,都建立在集合的基础上;另一方面集合论及其所反映的数学思想在越来越广泛的领域中得到应用.

【学法指导】

1. 有关集合的概念

- (1)点、直线、平面等概念都是集合中原始的不定义的概念,集合则是集合论中原始概念,而原始概念只进行描述说明,教材中对集合的描述是:“某些指定的对象集在一起就成为一个集合”.在理解时可理解为“把具有某些具有共同特征的对象放在一起”从而使“指定”有所依据,易于判定对象是在指定范围,其中是否具“共同特征”为判定根据.
- (2)明确集合中元素的确定性、互异性、无序性.所谓确定性是指:给定一个集合,则任何一个对象是与不是这个集合的元素,也就确定了;互异性是指:集合中元素只表示有无,而不能重复出现,更不能说有几个相同元素,既是有相同的对象若干,也只能算作这个集合的一个元素;无序性是指集合中元素没前后顺序,只要有这些元素,先表示哪一个都是一样的.

2. 集合的分类

集合按元素的个数可分为:有限集、无限集和空集.有时也按元素性质分成点集、数集等若干类.

3. 集合的表示法

- (1) 集合的常用表示法有: 列举法、描述法、文氏图法. 要注意根据元素多少和元素满足的“特征”“规律”选择恰当的表示方法. 例如无限集宜用描述法;
- (2) 集合表示为了便于研究集合之间的关系也常用大写英文字母表示.
- (3) 专用集合符号: N : 非负整数集(或自然数集); N^+ 或 N_+ : 正整数集; Z : 整数集; Q : 有理数集; R : 实数集; \emptyset : 空集.

4. 集合与元素的关系

集合与元素的关系有属于和不属于两种. 用符号 \in 和 \notin 表示. 注意任意一个元素与任意一个集之间上述关系二者必具其一.

【巧学妙思】

1. 如何正确表示一个集合?

集合中元素的三要素是判定“一组对象是否构成集合的依据”, 注意空集形式的多样化.

【例 1】下列各表示中, 正确表示集合的是哪些?

- ① $\{1, 2, \sqrt{3}, \sqrt{2}, \dots\}$;
- ② $\{1, 2, 3, 2, 1\}$;
- ③ $\{\text{我们班高个子的同学}\}$;
- ④ $\{\text{平方等于负数的实数}\}$;
- ⑤ $\{X | X^2 + 1 > 0\}$.

分析:

- ① 中元素用省略号表示无规律, 其它元素是什么不知道, 所以不正确;
- ② 中元素 1, 2 出现两次与互异性矛盾;
- ③ 中元素不确定, 所以不正确;
- ④, ⑤ 正确, 因为研究对象“特征”明确.

2. 如何确定集合中的元素?

描述法表示集合需先指出研究对象(或称代表元素), 再表示出它们的共同特征. 而这个特征也是我们判定元素归属的依据之一.

【例 2】说明集合 $A = \{x | y = x^2 + 1, x \in R\}$, $B = \{y | y = x^2 + 1, x \in R\}$, $C = \{(x, y) | y = x^2 + 1, x \in R\}$ 它们的区别.

分析:

集合中元素都满足等式 $y = x^2 + 1$. 这是共性, 也即我们研究对象的“公共特征”, 但是 A 中元素是自变量 x 具有“特征”, 所以 $A = R$; 而 B 中是因变量 y 具有“特征”, 所以 $B = \{y | y \geq 1\}$; C 中则是二次函数图像(抛物线)上点的坐标具有“特征”, 所以 C 是抛物线上点构成的集合; 即 A, B 为数集, C 为点集.

3. 如何选集合的表示方法正确表示一个集合?

表示集合通常有三种常用方法:描述法、列举法、文氏图法,一般有限集常用列举法,无限集用描述法.若无限集元素有规律,也可用列举法表示.

[例 3] 把元素 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{99}{100}$ 组成的集合表示出来

分析:

元素数量较多,规律或特征明确,所以可以表示成 $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{99}{100} \right\}$

或 $\left\{ x \mid x = \frac{n}{n+1}, 1 \leq n \leq 100, n \in \mathbb{N} \right\}$.

4. 如何利用集合中元素的三要素解决含有字母参数的集合问题?

注意集合中元素的互异性,即集合中任意两个元素都不相同,相同元素归入一个集合只能写一个.

[例 4] 设 $A = \{x \mid x^2 + (a+2)x + a+1 = 0, a \in \mathbb{R}\}$, 求 A 中所求元素之和.

分析:

由 $\Delta = (a+2)^2 - 4(a+1) = a^2 \geq 0$ 知:当 $a=0$ 时, $A = \{-1\}$ 此时 A 中所有元素之和为 -1 , 当 $a \neq 0$ 时, A 中含有两个元素, 此时由韦达定理得所有元素之和为 $-(a+2)$

注意:

当 $\Delta=0$ 时, 方程有二等根, 但此时集合中只能有唯一元素 -1 , 所求 A 中元素之和不能认为 $(-1) + (-1) = -2$.

能力训练

【双基过关】

一、选择题(单选)

- 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合最多有多少个元素 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+Z=2 \\ Z+x=3 \end{cases}$ 的解集为 ()
A. $\{(1,0,2)\}$ B. $\{1,0,2\}$
C. $\{(1,0,2)\}$ D. $\{(x,y,Z)|1,2,3\}$
- 集合 $M = \{\text{与一已知三角形相似的三角形}\}$, $N = \{\text{不大于 10 的自然数}\}$, $P = \{x | 1 < x < 2, x \in Q\}$, $Q = \{\text{被 5 除余 1 的自然数}\}$ 中无限集是 ()
A. M, N, P B. M, P, Q
C. M, N, Q D. N, P, Q
- 坐标轴上的点的集合可表示为 ()
A. $\{(x,y) | x=0, y \neq 0 \text{ 或 } x \neq 0, y=0\}$
B. $\{(x,y) | x^2 + y^2 = 0\}$
C. $\{(x,y) | xy = 0\}$
D. $\{(x,y) | x^2 + y^2 \neq 0\}$
- 集合 $P = \{x | x = 2K, K \in Z\}$, $Q = \{x | x = 2K + 1, K \in Z\}$
 $R = \{x | x = 4K + 1, K \in Z\}$, $a \in P, b \in Q$, 则有 ()
A. $a + b \in P$ B. $a + b \in Q$
C. $a + b \in R$ D. $a + b$ 不属于 P, Q, R 中任意一个
- 当 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有负根的时候, a 的取值集合是 ()
A. $\{a | 0 < a \leq 1\}$ B. $\{a | a \leq 1\}$
C. $\{a | 0 < a \leq 1 \text{ 或 } a < 0\}$ D. $\{a | 0 \leq a \leq 1\}$

二、填空题

- 集合 $A = \{1, x, x^2\}$ 中元素 x 应满足的条件是_____.
- 已知 $3 \in A$ 且 $A = \{1, a^2 + a + 1\}$ 则 $a^3 =$ _____.
- 集合 $M = \{x | x = \frac{m}{n}, m \in Z, |m| < 2, n \in N, n \leq 3\}$, 用列举法表示集合 $M =$ _____.

10. 设 $A = \{0, 2, 3, 5\}$, $B = \{A \text{ 中两元素之积}\}$, $C = \{A \text{ 中两元素之和}\}$, $D = \{A \text{ 中两元素之差}\}$, 用列举法表示, $B = \underline{\hspace{2cm}}$, $C = \underline{\hspace{2cm}}$, $D = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

11. 用适当的方法表示下列集合

- ① 所有能被 7 整除的整数;
- ② 第二象限内点的集合;
- ③ 不等式组 $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 < 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$ 的整数解;
- ④ 以 A 为圆心, m 为半径的圆上所用点.

12. 在坐标系下表示下列集合

- ① $\{(x, y) \mid y = |x + 1|, x \in \mathbb{Z}\}$
- ② $\{(x, y) \mid y = |x + 1|, x \in \mathbb{R}\}$
- ③ $\{(x, y) \mid y = |x|\}$
- ④ $\{(x, y) \mid \frac{x^2}{y} = 1\}$

13. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + (2a + 1)x - a^2 + 1 = 0\}$, 若 $A = \emptyset$, 求实数 a 的范围.

【拔高挑战】

14. (本学科内综合) 设 $S = \{x \mid x = m + n\sqrt{2}, m, n \in \mathbb{Z}\}$

- ① 若 $a \in \mathbb{Z}$, 则 a 是否是集合 S 的元素?
 - ② 对 S 中任意两个元素 $x_1, x_2, x_1 + x_2, x_1 x_2$ 是否属于 S ?
 - ③ 对于给定的整数 n , 试求满足 $0 < m + \sqrt{2}n < 1$ 的 S 中元素的个数.
15. 设 a, b 是整数, 集合 $M = \{(x, y) \mid (x - a)^2 + 3b \leq 6y\}$, 点 $(2, 1) \in M$, 但是点 $(1, 0) \notin M, (3, 2) \notin M$
求 a, b 的值.

§ 1.2 子集、全集、补集

知识精讲

【重点难点】

难点是正确理解子集、全集和补集的概念,尤其是全集的概念理解;重点是会求一个集合的补集,并判定一个集合是另一个集合的子集.

【学法指导】

1. 子集、全集和补集的概念

(1)子集:它是研究两个集合之间的‘包含’与‘相等’关系的概念.语言叙述为:若集合 A 的元素都是集合 B 的元素,则称 A 为 B 的子集.数学语言也表示为:对于 A 中任意一个元素 x (即 $x \in A$),有 $x \in B$,则称 A 为 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $A \subset B$).

(2)真子集: A 是 B 的真子集即: $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$) $\Leftrightarrow x \in A$ 则 $x \in B$ 且存在元素 $y \in B$,但 $y \notin A$.

(3)全集和补集:它们是相互依存不可分离的两个概念;全集:把我们所研究的各个集合的全部元素看成是一个集合,则称之为全集.或理解为:所研究问题(对象)的全体构成的集合.例如研究一元一次方程的解,因为可能为全体实数中任意一个,所以称把实数集 R 称为全集.而补集则是:在 $A \subseteq S$ 时,所有不属于 A 但属于 S 的元素组成的集合.记作 $C_U A$,又叫 S 的补集或余集,数学表示:若 $A \subseteq S$ 则 S 中子集 A 的补集 $C_U A = \{x | x \in S \text{ 且 } x \notin A\}$.

2. 子集的性质

- (1) $\emptyset \subseteq A$ 空集是任何集合的子集.
- (2) $A \subseteq A$ 任何一个集合都是它本身的子集.
- (3) $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A \Rightarrow A = B$.
- (4) 若 $A \neq \emptyset$ 则 $\emptyset \subsetneq A$ 或 $A \supsetneq \emptyset$ 空集是任何非空集合的真子集.
- (5) 传递性:若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$ 则 $A \subseteq C$.

3. 补集和全集的性质

$$\textcircled{1} C_U(C_U A) = A \quad \textcircled{2} A \subseteq U \quad C_U A \subseteq U.$$

4. 注意符号的特点

元素与集合的关系是属于和不属于的关系,常用 \in 、 \notin ($\bar{\in}$) 表示;而集合与集合的关系是包含、真包含、相等关系.一般只能用“ \subset 、 \supset 、 \subseteq 、 \supseteq 、 $=$ ”联结,当然两个