

理论力学700题解

俞良家 王庆贵 朱金荣 高振鹏 编译

700
LILUNLIXUE 700 TIJIE
700

中国建筑工业出版社

理论力学 700 题解

俞良家 王庆贵 编译
朱金荣 高振鹏



中国建筑工业出版社

本书内容包括静力学、运动学及动力学三部分,全书分三十二章,共搜集700道题。这些题目多数取材于国外理论力学习题集或教材,也有相当一部分为作者编写,除此之外,还收选了部分研究生入学试题。本书简明扼要、概念清楚、取材广泛。为满足某些读者需要。本书还选编了一定数量难度较大的题目。

本书可供理工科高等院校的本科生、研究生及教师参考,也可供电大、函大、职大、中等专业学校的师生及工程技术人员参考。

理论力学700题解

俞良家 王庆贵 朱金荣 高振鹏 编译

中国建筑工程出版社出版(北京西郊百万庄)
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
中国建筑工程出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

开本: 850×1168毫米 1/32 印张: 29¹/₂; 字数: 785千字

1989年12月第一版 1989年12月第一次印刷

印数: 1—3,280册 定价: 25.40元

ISBN7—112—00810—7/TU·572

(5888)

前 言

理论力学是现代许多科学技术的基础，是理工院校一门重要的技术基础课。

为了深刻理解和掌握理论力学的基本理论和原理，必须多读、多作各种类型的习题。在学习和工作过程中，阅读题解（例题），有助于拓宽思路、理解概念、掌握技巧、举一反三，提高分析问题和解题的能力。

编者根据多年理论力学教学的实践经验，编写了这本题解。本书选题广泛。主要选自下列美、英、苏、日等国外原版习题集或教科书：

1. Колесников К.С.И. др. «Сборник задачи по теоретическоф Механике» (1983)

2. Мещерский И В. «Сборник задачи по Теоретической Механике» (1981)

3. Irving H. Shames, «Engineering Mechanics»

4. R. H. Atkin, «Classical Dynamics»

5. Grant R. Fowles, «Analytical Mechanics»

6. Frank Chorlton, «Textbook of Dynamics»

7. 后藤宪一、山本邦夫、神吉健编《力学演习》。并且精选了国内外研究生理论力学部分入学试题（题后注有出题学校），还有一部分是根据国内资料选编及作者自编。本书力求内容充实，叙述简明，推理严谨，概念清楚，选题难易兼顾，解题详略结合。

本书包括静力学、运动学、动力学三部分，分三十二章，共700道题。其中静力学234题，运动学144题，动力学322题。

本书可供理工科高等院校本科生、研究生，及教师参考，也

DAA 07/69

可供电大、函大、职大、中等专业学校的师生及工程技术人员参考。

由于编者水平有限，书中存在缺点和错误在所难免，谨请广大读者批评指正。

编 者

1988年11月于北京

目 录

第一篇 静力学	1
第一章 平面汇交力系	1
第二章 平面力偶系	14
第三章 平面任意力系	30
第四章 平面桁架	81
第五章 柔索	109
第六章 空间汇交力系	125
第七章 空间力偶系	146
第八章 空间任意力系	157
第九章 摩擦	219
第十章 重心、形心、质心	249
第二篇 运动学	276
第十一章 点的运动	276
第十二章 刚体的平动与转动	308
第十三章 点的复合运动	330
第十四章 刚体的平面运动	378
第十五章 刚体的定点运动及一般运动	426
第十六章 刚体的复合运动	455
第三篇 动力学	486
第十七章 质点运动微分方程	486
第十八章 质点的相对运动	520
第十九章 动量定理	547
第二十章 质心运动定理	563
第二十一章 变质量质点的动力学	583
第二十二章 转动惯量	606
第二十三章 动量矩定理	634
第二十四章 陀螺的近似理论	665

第二十五章	质点在有心力场中的运动	686
第二十六章	动能定理	707
第二十七章	碰撞理论	738
第二十八章	达朗伯原理	771
第二十九章	虚位移原理	800
第三十章	动力学普遍方程	823
第三十一章	拉格朗日方程	844
第三十二章	机械振动	891

第一篇 静 力 学

第一章 平面汇交力系

【1-1】 在螺栓环眼上作用有四个力，大小和方向如题图所示。求合力的大小和方向。

【解】 在题图所示的直角坐标系中，合力 R 在 x 、 y 轴上的投影为

$$\begin{aligned} R_x &= \sum X = 80\sin 30^\circ + 150\cos 45^\circ + 200\sin 75^\circ \\ &= 40 + 106.07 + 193.19 = 339.26(\text{N}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_y &= \sum Y = 80\cos 30^\circ + 150\sin 45^\circ - 200\cos 75^\circ - 60 \\ &= 69.28 + 106.07 - 51.76 - 60 = 63.59(\text{N}) \end{aligned}$$

$$\therefore R = R_x + R_y = (\sum x)i + (\sum y)j$$

$$\therefore R = 339.26i + 63.59j$$

合力 R 的大小为

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{339.26^2 + 63.59^2} \\ &= 345.17(\text{N}) \end{aligned}$$

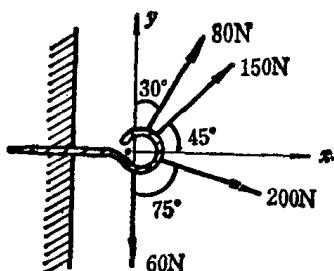
合力 R 与 x 轴的夹角

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{\sum y}{\sum x} = \text{tg}^{-1} \frac{63.59}{339.26} = \text{tg}^{-1} 0.1874 = 10^\circ 37'$$

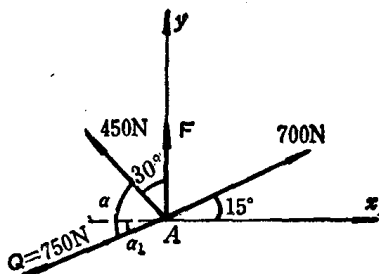
【1-2】 质点 A 受四个在同一平面内的力作用，求在平衡条件下，力 F 的大小和力 Q 的角度 α 。

【解】 四个力汇交于 A 点构成一平面汇交力系。选坐标轴 x 、 y 如图所示，列出平衡方程

$$\sum X = 0 \quad 700\cos 15^\circ - 450\sin 30^\circ - Q\cos \alpha_1 = 0 \quad (1)$$



题 1-1 图



题 1-2 图

$$\Sigma Y = 0 \quad F + 700 \sin 15^\circ + 450 \cos 30^\circ - Q \sin \alpha_1 = 0 \quad (2)$$

解(1)式得

$$\cos \alpha_1 = -\frac{700 \times 0.9659 - 450 \times 0.5}{750} = 0.6015$$

$$\therefore \alpha_1 = 53^\circ 01' 21''$$

解(2)式得

$$\begin{aligned} F &= Q \sin \alpha_1 - 450 \cos 30^\circ - 700 \sin 15^\circ \\ &= 750 \times 0.7990 - 450 \times 0.866 - 700 \times 0.2588 \\ &= 28.39(\text{N}) \end{aligned}$$

所求角度为

$$\alpha = 60^\circ + \alpha_1 = 113^\circ 01' 21''$$

【1-3】 球重 $P = 250(\text{N})$ ，置于光滑的两个斜面之间，并连在一个弹簧上。弹簧未伸长时的长度 $l_0 = 20(\text{cm})$ ，伸长后为 $l = 50(\text{cm})$ ，求斜面作用在球上的法向反力。设弹簧刚度系数 $k = 600(\text{N/m})$ 。

【解】 取球为研究对象，受力如图(b)所示。 $\bar{F}$ 为弹簧拉力，大小为 $F = k \Delta l = K(l - l_0) = 600 \times 0.3 = 180(\text{N})$ ，选坐标轴 x, y 如图示，列出平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad N_1 \sin 32^\circ - N_2 \sin 45^\circ = 0 \quad (1)$$

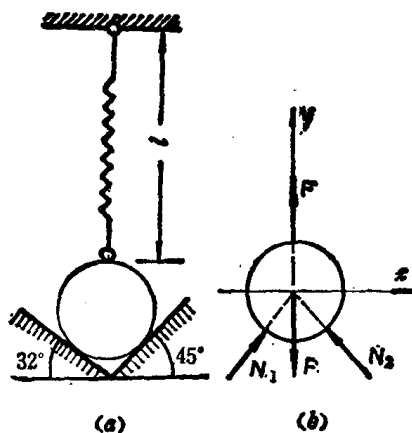
$$\Sigma Y = 0 \quad N_1 \cos 32^\circ + N_2 \cos 45^\circ + F - P = 0 \quad (2)$$

由(1)式解得

$$N_1 = 1.334N_2$$

并将其代入 (2) 式, 解得

$$N_2 = 38.08(\text{N}), N_1 = 50.81(\text{N})$$



题 1-3 图

【1-4】管重 $W = 200(\text{N})$, 放置在两个光滑的斜面上。若力 $P = 50(\text{N})$, 求斜面作用管子上的法向反力。

【解】 管子在三个力的作用下处于平衡, 故三个力必然汇交于一点。受力图如图 (b) 所示。选坐标轴 x, y 轴如图示, 列出平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad N_A \sin 70^\circ - N_B \sin 25^\circ + P \cos 60^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma Y = 0 \quad N_A \cos 70^\circ + N_B \cos 25^\circ + P \sin 60^\circ - W = 0 \quad (2)$$

由 (1) 式解得

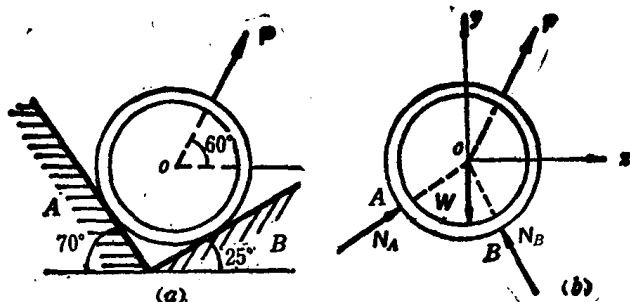
$$N_A = 0.45N_B - 26.6$$

将其代入 (2) 式解得

$$N_B(0.154 + 0.996) = 200 - 43.3 + 9.1$$

$$\therefore N_B = \frac{165.8}{1.06} = 156.4(\text{N})$$

$$N_A = 43.8(\text{N})$$



题 1-4 图

【1-5】 绳子一端系于动滑轮中心 O 处，另一端绕过定滑轮 A 及动滑轮，如图（ a ）所示。轮中心 O 处挂一重为 $P = 1000(\text{N})$ 的重物，求平衡时，绳端 B 的拉力应为多大？绳与水平线夹角 α 为何值？略去绳和轮的重量及轮的半径。

【解】 取轮 O 为研究对象，受力图如图（ b ）所示。绳子的拉力 T_1 、 T_2 的大小均等于 T ，即 $T_1 = T_2 = T$ ，且 T_1 和 T_2 的合力与力 T 相交于力 P 的作用线上一点，组成一平面汇交力系，取坐标轴 x 、 y 如图所示，列出平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad T \cos \alpha - (T_1 + T_2) \sin 25^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma Y = 0 \quad T \sin \alpha + (T_1 + T_2) \cos 25^\circ - P = 0 \quad (2)$$

由（1）式解得

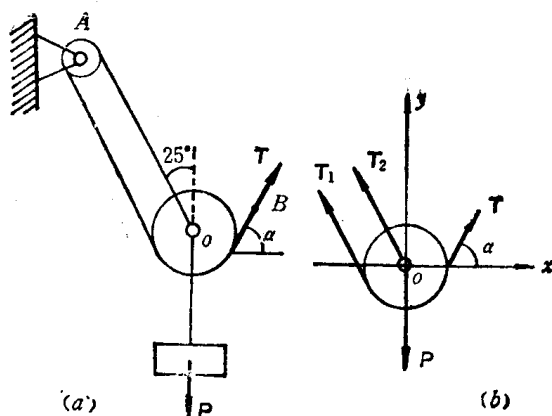
$$\alpha = \cos^{-1} \cdot 2 \sin 25^\circ = \cos^{-1} 0.845 = \pm 32^\circ 20'$$

若 $\alpha = 32^\circ 20'$ ，则

$$T = \frac{P}{\sin \alpha + 2 \cos 25^\circ} = \frac{1000}{0.534 + 1.813} = 426.15(\text{N})$$

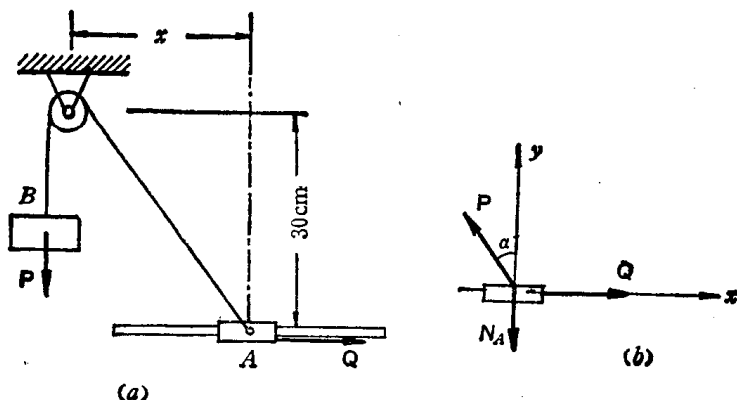
若 $\alpha = -32^\circ 20'$ ，则

$$T = \frac{P}{-0.534 + 1.813} = \frac{1000}{1.279} = 781.86(\text{N})$$



题 1-5 图

【1-6】 套筒 A 可沿光滑水平杆运动，在 A 点系一绕过定滑轮的绳子，并在其端点 B 挂一重为 $P = 135(\text{N})$ 的重物，为维持套筒的平衡，在其上加一水平力 Q ，求平衡时 Q 与距离 x 间的关系，若设 $x = 22.5(\text{cm})$ 时，力 Q 应为何值？略去绳、杆和套筒的重量。



题 1-6 图

【解】 取套筒 A 为研究对象，受力图如图 (b) 所示，选坐标轴 x, y 如图示。设绳与 y 轴夹角为 α ，则

$$\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{30^2 + x^2}}$$

列出平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad Q - P \sin \alpha = 0$$

得

$$Q = P \sin \alpha = \frac{135x}{\sqrt{30^2 + x^2}}$$

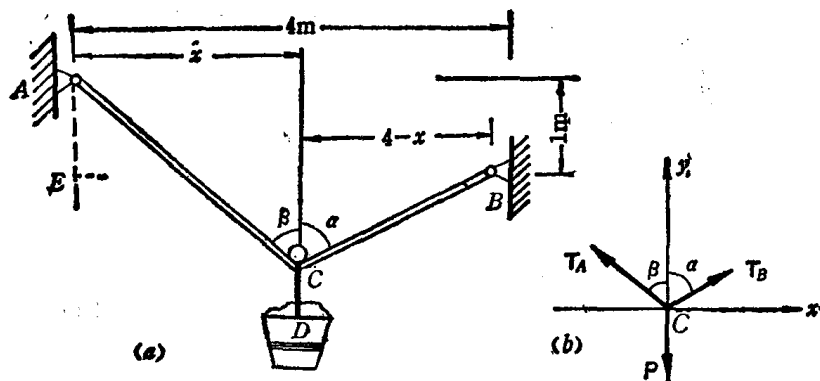
于是得 Q 与 x 的关系为

$$135x = \sqrt{900 + x^2} \quad Q$$

当 $x = 22.5(\text{cm})$ 时, 则

$$\begin{aligned} Q &= P \sin \alpha = 135 \times \frac{22.5}{\sqrt{30^2 + 22.5^2}} \\ &= 81(\text{N}) \end{aligned}$$

【1-7】 长6(m)的绳子 AB 其端点 A 、 B 分别固连在墙壁上, 重物 D 借助小滑轮悬挂在绳子上, 如图(a)所示, 求平衡时滑轮的位置及 AB 绳受力大小。已知重物 $P = 200(\text{N})$, 略去绳、滑轮的重量, 不计滑轮半径及接触处的摩擦。



题 1-7 图

【解】 取小滑轮C为研究对象，受力图如(b)所示，由于不考虑摩擦，所以 $T_A = T_B$ 。选坐标轴 x, y 如图示，列出平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad T_B \sin \alpha = T_A \sin \beta = 0 \quad (1)$$

$$\therefore \alpha = \beta$$

由图(a)的几何关系知， $AE = 1(\text{m})$

$$\frac{AE}{\cos \beta} + \frac{2(4-x)}{\sin \beta} = 6 \quad (2)$$

$$\frac{x - (4-x)}{AE} = \tan \beta \quad (3)$$

由(2)式得

$$\tan \beta = 6 \sin \beta - 8 + 2x \quad (4)$$

由(3)式得

$$\tan \beta = 2x - 4 \quad (5)$$

由(4)、(5)式得

$$6 \sin \beta = 4$$

$$\sin \beta = \frac{2}{3} = 0.666, \quad \beta = 41^\circ 45' 33''$$

$$\therefore x = \frac{\tan \beta + 4}{2} = \frac{0.8928 + 4}{2} = 2.446(\text{m})$$

此时绳子的张力由平衡方程

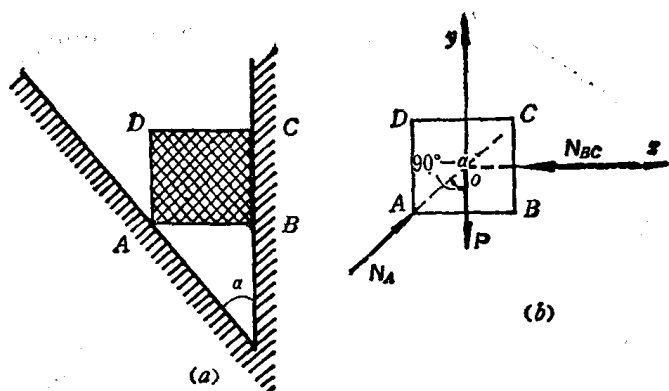
$$\Sigma Y = 0 \quad 2T_A \cos \beta = P \quad (6)$$

解得

$$T_A = T_B = \frac{P}{2 \cos \beta} = \frac{100}{2 \times 0.7453} = 67.09(\text{N})$$

【1-8】 均质立方体的重量为 P ，棱边长为 a ，一个侧面靠在光滑的铅直平面上，另一侧面放在倾角为 α 的光滑斜面上，求立方体平衡时，平面作用在其上的反力 N_A, N_B 的大小以及力 N_B 作用点的位置。

【解】 取立方体为研究对象，受力图如图(b)所示，因立



题 1-8 图

方体在三力作用下平衡，所以三力组成平面汇交力系。选坐标轴 x, y 如图示，列出平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad N_A \sin(90^\circ - \alpha) - N_{BC} = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma Y = 0 \quad N_A \cos(90^\circ - \alpha) - P = 0 \quad (2)$$

由 (2) 式解得

$$N_A = \frac{P}{\sin \alpha}$$

将 N_A 的值代入 (1) 式得

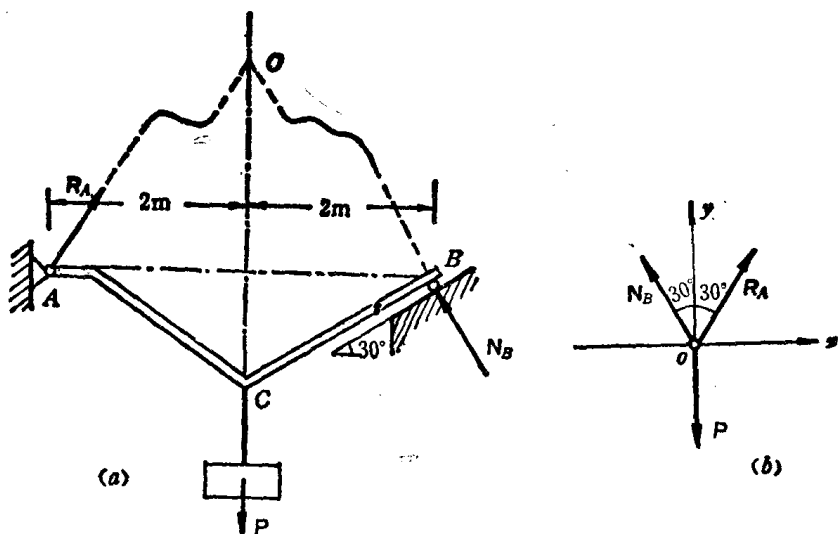
$$N_{BC} = \frac{P}{\tan \alpha}$$

设力 N_{BC} 作用点在 K ，则

$$BK = \frac{AB}{2} \tan \alpha = \frac{a}{2} \tan \alpha$$

【1-9】 弯杆 AB 自重不计，支承在 A, B 处， B 处为光滑支座， A 处为固定支座。在 C 点挂一重为 $P = 1000(N)$ 的重物，求 A, B 处的支座反力。

【解】 因杆 AB 只受三个力 P, N_B 和 R_A 作用而平衡，且 N_B 垂直于支承面 BC ，其作用线与 P 相交于点 O ，故知 R_A 的作用线必在 AO 连线上，如图 (a) 所示。三力汇交于 O 点，选坐标



题 1-9 图

轴 x, y 如图所示, 列出平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad (R_A - N_B) \sin 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma Y = 0 \quad (R_A + N_B) \cos 30^\circ - P = 0 \quad (2)$$

由 (1)、(2) 两式解得

$$R_A = N_B = \frac{P}{\sqrt{3}} = 577.37 \text{ (N)}$$

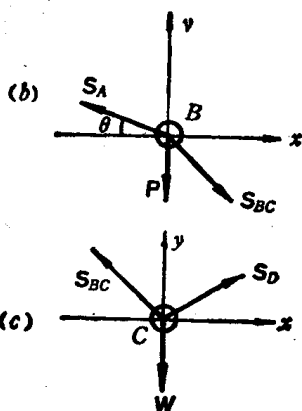
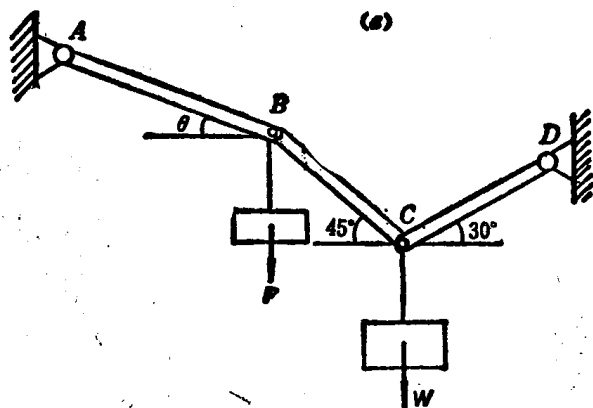
【1-10】 不计自重的直杆 AB 、 BC 和 CD , 在 B 、 C 处用铰链连接, 杆端 A 、 D 用铰链与墙壁固连, 承受载荷如图 (a) 所示。求平衡状态下 AB 杆的内力及与水平线的夹角 θ 。已知 $AB = 70 \text{ (cm)}$, $BC = 50 \text{ (cm)}$, $CD = 50 \text{ (cm)}$, $P = 100 \text{ (N)}$, $W = 250 \text{ (N)}$ 。

【解】 分别取销钉 B 、 C 为研究对象, 受力图如图 (b)、(c) 所示, 选坐标轴 x, y 如图所示。由图 (c) 列出平衡方程

$$\Sigma X = 0 \quad S_D \cos 30^\circ - S_{BC} \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma Y = 0 \quad S_D \sin 30^\circ + S_{BC} \sin 45^\circ - W = 0 \quad (2)$$

由图 (b) 列出平衡方程



题 1-10 图

$$\Sigma X = 0 \quad S_{BC} \cos 45^\circ - S_A \cos \theta = 0 \quad (3)$$

$$\Sigma Y = 0 \quad S_A \sin \theta - S_{BC} \sin 45^\circ - P = 0 \quad (4)$$

由 (1)、(2) 两式解得

$$\frac{\sqrt{2}}{2} S_{BC} = \frac{W}{1.577} = 158.53$$

将其代入 (3)、(4) 两式解得

$$\operatorname{tg} \theta = 1.6308$$