数学在经营管理社会科学中应用入门

〔美〕A·米斯拉希　M·沙利文　著

李毓芝　等译

中央广播电视大学出版社

数学在经营管理、社会科学中应用入门

[美] A·米斯拉希
M·沙利文 著
李毓芝等 译

中央广播电视大学出版社

数学在经营管理、社会科学中应用入门

[美] A·米斯拉希
M·沙利文 著

李毓芝 等译

*

中央广播电视大学出版社出版
新华书店北京发行所发行
北京印刷二厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 34.5 千字 858
1987 年 3 月第 1 版 1987 年 9 月第 1 次印刷
印数 1— 12000
定价5.95 元
ISBN7-304-00107-0/F·67

译 者 前 言

本书结合实际例子系统介绍了在经济、管理领域中的一般数学方法，是一本较为实用的经济数学参考书．本书通俗易懂，系统完整，要求数学基础不多，并配有适量的习题和部分习题解答，便于自学．适用于一般财经院校的学生，尤其适用于电视大学、职工大学、业余大学、函授大学的学员及自学青年等参考．

全书由应制夷教授等主审．由钱辉镜同志编辑．

一至三章由李毓芝译；四至六章由顾静相译；七至九章由刘军译；十至十二章由刘维翰译；十四至十六章及这三章的部分习题解答由冯泰、匡萃心译；十三章和十七章、附录I、II及一至十三章和十七章的部分习题解答和序言等由方嘉真译．

译 者

1987 年 3 月

序　　言

近年来，对主修经营管理和社会科学的学生来说，强调定量方法的重要性已大大增加了．现在，学生不仅需要懂得和掌握数学，而且要把这种训练用于后继课程中，如：统计学、运筹分析、计量经济学等．本书的目的在于提供一种必要的数学及其在经营管理和社会科学中的应用这两方面平衡发展的途径．

鉴于这一原因，我们在引进若干数学题材时，首先介绍现实生活中的一些问题，然后阐述处理同类情况所必需的数学方法．也就是说，在本书中利用数学模型，并强调这些模型相关的一些性质，还列举了它们在目前经营管理科学应用中的有关例子．譬如，花了一整章来介绍数学模型的概念及其在许多不同领域的应用，其中包括会计学（直线法折旧）、生态学（污染控制）、经济学（Leonntief 模型、消费者剩余）、心理管理学（学习曲线）、运筹学（排队论）以及金融（分期偿还、税率）等．

本书的特点是语言通俗易懂，强调利用直观来启发人们对概念的理解，不太注重理论．例如，在微积分部分，介绍极限时，没有采用 ε-δ 方法，最初计算面积时没有采用和的极限，而在附录中面积才作为和的极限形式提出．类似地，线性规划分别用几何（二维）和代数方法处理，因而难度较大的单纯形方法，也先用几何想法予以启迪．

本书是我们协作努力的结果，作者的次序仅仅是按字母的排列．对于本书的优点和不足，我们负有同样的责任，欢迎对本书的改进提出意见和建议．

内 容 编 排

本书包括传统的大学一年级的有限数学和简要微积分的大部分题材．这些内容可以分作五个部分：

预备内容	1—3 章以及附录 I
线性代数	4—6 章
微积分	7—12 章
概率	13—16 章
金融数学	17 章

初等代数较弱的学生可以通过学习第一章和附录 I（代数复习）复习所需要的概念；学习线性代数部分需要第一章的内容；而学习微积分部分则需要附录 I 的内容．因此，第一章和附录 I 可以同时教学，并供需要时查阅．

第二章介绍了一个重要概念：函数，以及一次函数、二次函数的性质；第三章论数学模型，提供了模型化的导引并给出本书中所讨论的几个模型的例子．

DAK 07/0Y

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

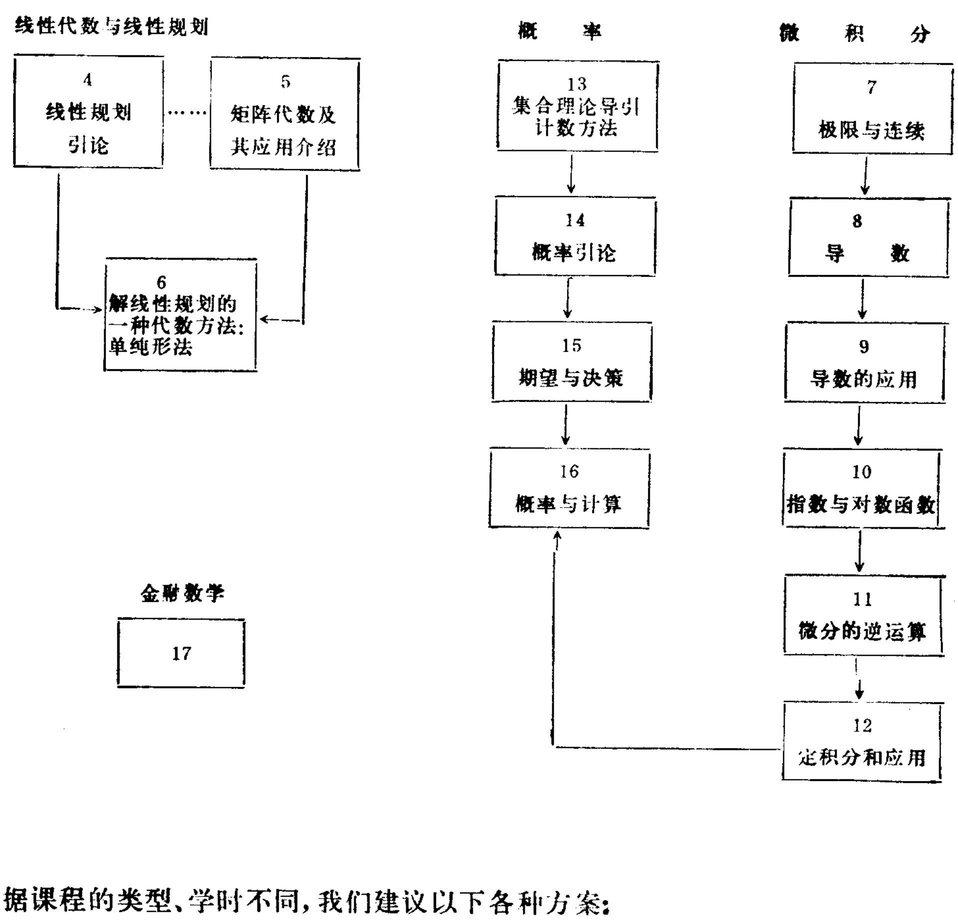
第四章至第六章包括了本书中涉及线性代数的部分. 第四章利用第一章介绍的内容，用几何方法来处理线性规划问题；第五章讨论了矩阵代数中的若干题材，包括矩阵加法、矩阵乘法以及线性方程组和矩阵的逆，并用单独一节讲述了在经济学(Leonntief 模型)、人口学和会计学中的应用. 这一节若省略，将不影响本书内容的连续性；第六章通过引入单纯形方法，继续研究线性规划问题.

第七章至第十二章以及附录 II，组成本书的微积分部分. 第十章论指数函数与对数函数延迟至讨论微分学之后，以期增加第七章至第九章的易读性，并强调这些函数在经营管理、社会科学中的重要性.

第十三章至第十六章论述概率. 第十三章通过引进集合性质和计数原理，为后续第十四章学习离散概率奠定了基础；第十五章则继续研究概率，并将其应用于运筹学和对策论中；第十六章介绍连续概率并把概率与微积分结合起来.

第十七章(金融数学)的内容安排在何时学习均可.

下面的图说明了各章之间的关系.



根据课程的类型、学时不同，我们建议以下各种方案：

时间	教学章节
每周3学时	1，2，3，7—12 章 1，2，4，5，13，14，15或17 章 4，5，6，13，14，15 章 4，5，13，14，15，17 章
每周4学时	1，2，3，7—12，17 章 1，2，4，5，6，13，14 章 1，2，4，5，13，14，15 章 4，5，6，13，14，15，17 章
每周6学时	1—3，4，5，7—12，13，14，15 章 4—17 章
每周8学时	全部课程

在本书的最后一部分，可以找到大约百分之五十的习题解答，全部习题解答在解题手册中，加星号的是一些较难的习题.

每章的结尾都列出了一些重要的名词和一组复习题. 此外，在大多数章末都列出了补充阅读及参考书. 练习题中所需的全部表格都在书的末尾.

致谢

我们感谢西北 Indiana 大学和 Chicago 州立大学的许多学生的评论、批评，尤其是他们对原稿试教的容忍.

我们特别感激 Lary Schiefelbusch 教授和 Howard Silver 教授的帮助，感激经济学教授 Dennis Murphy 提供的有价值的建议.

对 Cleveland 州立大学的 Harold K. Crouder 教授、Alabama 大学的 Edith W. Ainsworth 教授、Oregon 州立大学的 David Carlson 教授、San Franceisco 市立学院的 Edward T. Walsh 教授、Taxas A&I 大学的 Joyce Vilsech 教授等评论者的意见表示感谢.

我们还感谢 Marilyn Pappas 女士耐心地、娴熟地为本书打印了定稿.

最后，我们对在本书出版中起关键作用的 Wiley 出版公司的全体人员表示感激，他们的才干和技巧在本书的出版中起了重大作用. 特别要对 Wiley 的数学编辑 Gary Ostedt 的耐心和帮助表示感谢.

A·米斯拉希
M·沙利文

目　录

第一章　引　　论

1.1　集合表示法

本章简要介绍集合的语言和表示方法．这里所介绍的关于集合的某些知识，对学习以后一些章节的某些内容来说，是非常必要的．在本书的第十三章，我们还要更加详细地讨论集合及其性质．

过去，我们就已经知道许多集合的例子．例如说，一个学生可以看成是某个班级(例如数学101班)的成员．在这种情况下，数学101班是一个集合，并且，凡是在这一班中记名入簿的学生，都是这个集合的成员．一个学生如果他不在数学101班记名入簿，则不是这个集合的成员．如果这班没有一个学生，则称此集合为一个空集，也就是说，它是一个没有元素的集合．

下面，我们给出关于集合及一个集合的元素的更精确的描述．

集合　一个集合S是指具有确切含义的若干事物的全体．这里所说的"具有确切含义"，指的是如果给定任何一个事物，我们都能判定它是否属于一个特定的集合．集合S中的这些事物叫做集合S的元素(或集合S的成员)．没有元素的集合，称为空集或零集，记作ϕ．

假定S是一个集合，a是集合S中的一个元素，则称"a是集合S的一个元素"或"a在S中"，记作

$$a\in S$$

如果a不是集合S的元素，则称"a不是集合S的元素"或"a不在S中"，记作

$$a\notin S$$

通常，一个集合S可以用下述两种方法之一表出．我们通过实例来解释一下集合的这两种表示方法．

列举法

例1.1　考虑一个由数码组成的集合D．集合D的元素为

$$0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$$

在这种情况下，我们将它们表为

$$D=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

读作"D是由元素0,1,2,3,4,5,6,7,8,9所组成"．这里，我们实际上是将集合D中的所有元素全部一一列举(或表示)出来了．

描述法(构造式表示法)

另一种表示上述数字组成的集合D的方法是将集合D中的元素的共同特性描述出来，即记作

$$D=\{x\mid x\text{是一个数码}\}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

读作“D是一个由全体数码 x 组成的集合”.

这里，我们是通过给出集合D中的元素的共同性质来描述集合D，不属于集合D的元素都没有这种性质. 集合的这种表示方法叫做集合的构造式表示法.

显然，以上两种方法都可以用来描述集合和它的元素. 但是，有时候也会由于集合本身所特有的性质而不可能将一个集合的全部元素列举出来. 这类例子在我们的初等数学的学习中是经常可以见到的.

例 1.2 考虑一个集合W，它的元素是一周中的各天. 这里，我们实际上能够通过列举出W的元素将它表为

$$W=\{\text{星期一、星期二、星期三、星期四、星期五、星期六、星期日}\}$$

若用集合的构造式表示法，W可写成

$$W=\{x|x\text{ 是一周中的一天}\}$$

请读者们注意：一个集合中的元素彼此是不相同的；同一集合中不能重复出现同一元素. 一个给定的元素作为一个集合中的一员只能出现一次.

因此，我们不能写出

$$\{3,2,2\}$$

这样的集合. 它只能表示为

$$\{3,2\}$$

这种形式.

此外，由于集合是若干个事物的一个集体，它是作为一个整体被研究的，所以，当我们考虑一个集合的时候，其中诸元素的顺序是可以任意列出的. 所以，下面列出的三个集合即

$$\{2,3,4\},\ \{2,4,3\},\ \{3,4,2\}$$

都是同一集合的三种不同的列举表示. 集合中的元素只是将这个集合区别于其它的集合——而不管其中元素写法的顺序如何.

这里约定：以后我们均以大写字母A、B等来表示集合而以小写字母 a，b，…，x，y 等来表示集合中的元素.

考察下面两个集合

$$A=\{1,2\} \quad B=\{1,2,3,4\}$$

我们看到A的每一元素都能在集合B当中找到. 当两个集合有上述性质的时候，我们就说：A是B的一个子集.

定义 如果集合A当中的每一个元素都是集合B的元素，则称A是B的子集. 一般，我们用记号

$$A\subseteq B$$

来表示这一事实.

例如

$$\{1,3,5\}\subseteq\{1,3,5,7,9\}$$
$$\{1,2,3\}\subseteq\{1,2,3\}$$
$$\phi\subseteq\{1,2,3\}$$

习 题 1.1

用两种方法表出下面的集合:

1. 包含 6 和 9 在内的从 6 到 9 的数码的集合 A.
2. 字母表中的元音字母的集合 B.
3. 你的年龄(按年计)的数码的集合 C.

在 4—9 题中的 * 处,放上适当的 $\in$ 或 $\notin$ 符号:

4. $3*\{2,3,7\}$.
5. $0*\{1,3\}$.
6. $1/2*\{x|x$ 是一个数码$\}$.
7. $1/2*\{x|x$是一个分数$\}$.
8. $10*\{x|x$是一个数码$\}$.
9. $4*\{2,1,6\}$.
10. 找出一个集合,它的元素不容易逐一列举,但是它可以很方便地用构造法来描述.
11. 找出一个集合,它的元素很容易列出,但是它却不能很方便地用构造法进行描述.
12. 确定下列集合中哪些集合是集合 $B=\{0,1,2,3,4,5,6\}$ 的子集:

(a) $A=\{0,1,5\}$

(b) $A=\phi$

(c) $A=\{2,4,6,8\}$

(d) $A=\{6\}$

1.2 实 数

那种通常用来列举或计算事物的数, 例如众议院的议员人数或一个五人委员会中的成员个数等等,叫做自然数(*). 在集合表示法中. 自然数是可以被列举出来的,如

$$W=\{0,1,2,3,4,\cdots\}$$

在计算事物个数时,自然数很有用处. 但是,在实际生活当中, 也有许多场合仅靠自然数还不能解决问题.

例如,如果您的支票帐目上有 24 美元的余额, 而你又开出一张金额为 30 美元的支票的话,那么,你将如何来描述你的帐目上的余额(如果不用红笔书写)呢?又如果白天的气温为5°C(5 摄氏度), 并且到晚上气温下降了 10°C 的话,那么这时候的室外温度应该是多少?应该怎样去描述它呢?

显然，这就需要引进一种新的数——负数来帮助我们描述以上所说的情况．在会计学当中，一般是以放在括号当中数字来表示帐目当中的借方或欠款的数目．在前述的支票帐目的例子里，其余额将用（6美元）来表示，但通常都是以数前加一短横线"－"来表示一个负数．这样，我们就可将上例中的室外温度写成－5°C．

上面，我们用以描述所给的各种情况的数统称为整数．用集合来表示的话，整数集合可以表为

$$\{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \cdots\}$$

自然数 $\{0, 1, 2, 3, \cdots\}^{(*)}$ 形成了整数集合当中的一个子集，类似地，负整数 $\{-1, -2, -3, \cdots\}^{(*)}$ 也形成了整数集合的一个子集．

在一些实际问题当中，仅仅应用整数集合也会引起一些困难．例如，我们能够用一个整数去回答49美分是一块美元的几分之几吗？或者，当测量一个城市中某块地区的长度的结果为大于125英尺并且小于126英尺时，在以英尺为单位的情况下，我们能够用一个整数来表示这块地方的长度吗

对上述问题的回答都是否定的．要回答这类问题，我们应当引入一个新的数的集合．这个新的数的集合，叫做有理数集．

例如，在回答49美分是一块美元的几分之几的问题时，我们就可以说是49/100．有理数就是这样一类的整数比．对于一个有理数 a/b 来说，整数 a 称为此分数的分子，而整数 b（它恒不为0）叫做分母．

但是，还有一些场合，就连有理数也不能对所研究的问题进行精确的描述．例如，有一个二等边的直角三角形，即等腰直角三角形，若其二等边之长为1英尺，则其第三边之长能够用一个有理数来表达吗？见图1.1．

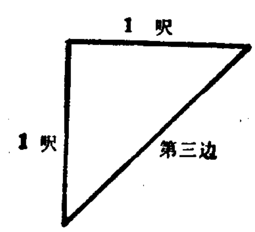


图 1.1

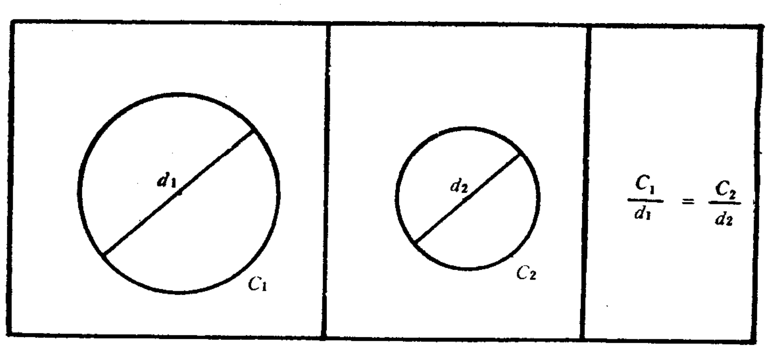


图 1.2

古希腊人第一个观察到了这样一个事实，即在任何情况下的任意两个圆，其第一个圆的周长与直径之比和第二个圆的周长与直径之比总是相同的．试问我们能用一个有理数来描述这一公共值吗？见图1.2．

对以上所述的这些问题的答案都是否定的．对第一个问题，我们知道（根据毕达哥拉斯定理）这第三边之长为 $\sqrt{2}$，然而 $\sqrt{2}$ 不是一个有理数——它不是两个整数之比．并且，如众所周知，

一个圆的圆周长与直径之比是用一个符号 π 来表示的，它也不能被表示成两个整数之比．诸如 $\sqrt{2}$，π，$\sqrt[3]{5}$ 等这样一些数，通常都被称为无理数．

无理数集和有理数集一起统称为实数集 R．通常我们都采用所谓十进制表示法来表示实数．例如，有理数 3/4，5/2，2/3 的十进制表示是

$$\frac{3}{4}=0.75 \qquad \frac{5}{2}=2.5 \qquad \frac{2}{3}=0.666\cdots$$

有理数的十进制表示有种种型式：(1)有尽的(如3/4，5/2 等)和(2)循环的(如2/3，1/7 等)．无理数的十进制表示为无限不循环的，诸如

$$\sqrt{2}=1.414213\cdots,\ \pi=3.14159\cdots$$

这就是说，如果一个实数在十进制表示中是有尽的或循环的，则此实数就是有理数；如果它是无限不循环的，则此实数为无理数．

为了帮助了解实数及其性质，下面列出一些有关的规则和表示法以供参考：

1．交换律

(a) $a+b=b+a$ (b) $a\cdot b=b\cdot a$ (a,b 为任何实数)

2．结合律

(a) $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$ (a,b,c 为任何实数)

(b) $a\cdot b\cdot c=(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$ (a,b,c 为任何实数)

3．分配律

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad (a,b,c \text{ 为任何实数})$$

4．比例算法

(a) $\frac{a}{b}=a\cdot\frac{1}{b}$ $(b\neq 0)$

(b) $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$ $(b\neq 0, d\neq 0)$

(c) $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$ $(b\neq 0, d\neq 0)$

(d) $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$ $(b\neq 0, c\neq 0, d\neq 0)$

5．除法规则

$$0\div a=0 \qquad \frac{0}{a}=0 \quad (a\neq 0)$$

注意：$a\div 0$ 或 $\left(\frac{a}{0}\right)$ 对任何实数 a 来说都是无定义的．

6．符号规则

(a) $a\cdot(-b)=-(a\cdot b)$

(b) $(-a)\cdot b=-(a\cdot b)$

(c) $(-a)\cdot(-b)=a\cdot b$

(d) $-(-a)=a$

7. 几项约定和表示法

(a) 在 $a\cdot b+c$ 中,我们约定:先做乘法 $a\cdot b$,然后再加 c.

(b) 一个混合数 $3\frac{5}{8}$ 是表示 $3+\frac{5}{8}$;$\left(\frac{5}{8}\right)$ 的 3 倍写成 $3\left(\frac{5}{8}\right)$ 或 $(3)\left(\frac{5}{8}\right)$ 或 $3\cdot\frac{5}{8}$.

习 题 1.2

1. 执行下述指定的运算:

(a) $5\cdot(-3)+2$

(b) $6-3\cdot4$

(c) $(-5)\cdot(6-2)$

(d) $-3-4-5$

(e) $\frac{2}{3}+\frac{6}{7}$

(f) $\frac{5}{2}-\frac{2}{3}$

(g) $\frac{3--2}{4--2}$

(h) $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$

(i) $\frac{7}{8}+\frac{3}{4}$

(j) $\frac{4}{3}\div\frac{2}{3}$

(k) $-\frac{4}{3}\cdot\frac{6}{8}$

(l) $7+3-\frac{1}{3}\cdot\frac{30}{10}$

(m) $\left(\frac{2}{3}-5\right)\cdot\frac{9}{8}$

2. 用十进数制表示以下各有理数:

(a) $\frac{1}{4}$

(b) $\frac{3}{2}$

(c) $\frac{3}{5}$

(d) $\frac{4}{7}$

(e) $\frac{5}{12}$

(f) $\frac{9}{16}$

1.3 不等式

实数集合可以分成三个互相分离的非空的子集,即(1) 正实数集;(2) 只有一个元素 0 的数集和(3)负实数集.

诸如

$$\frac{2}{3},5,\ \sqrt{2},\ \pi,5\frac{1}{2},1,6.327$$

等均为正实数.

诸如

$$-\frac{3}{2},-6,\ -\frac{1}{2},-2,-5.219$$

等均为负实数.

正实数有这样两条性质:

1. 两个正实数之和是一个正实数.

2. 两个正实数之积是一个正实数.

负实数有这样两条性质:

1. 两个负实数之和是一个负实数.

2. 两个负实数之积是一个正实数.

此外,正、负实数还有这样一个性质即:一个负实数与一个正实数的积是一个负实数.

在讨论不等式的概念之前,我们先介绍一下有关实数轴的问题,这对学习本章和以后的一些章节中有关不等式性质等问题是有好处的.

实数轴可以看作是点P的一个集合,这里,每一个点P都对应着一个实数x,这个实数x叫做点P的坐标x.

下面让我们来看看点P与实数x之间的对应关系是如何产生的.

考虑一条直线L,在L上取一点O,若是规定实数$x=0$与点O相对应,则称此点为原点O。见图 1.3.

图 1.3

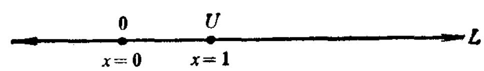


图 1.4

在直线L上取另外一点U(它和原点O不同),使点U与实数$x=1$相对应. 在图 1.4 中我们按规定将点U取在O点的右边.

从点O到点U之间的距离称为尺度. 它可以是一英寸或一英里,等等. 现在,我们就可以按照这里所建立的尺度,去把实数x和直线L上的点联系起来. 为方便起见,我们规定:原点O的右边对应着正的实数,原点O的左边则对应负的实数. 此外,我们还规定:通常所说的点x就是指其坐标为x的点.

例如原点O的坐标为零;点U的坐标为1. 这样我们就可以将实数轴用图 1.5 表示出来.

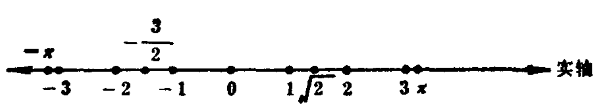


图 1.5

由此出发,我们来对不等式的算法进行介绍和讨论.

定义 设a、b均为实数,当且仅当差$b-a$是一个正实数时,称a小于b或b大于a,记作

$$a<b \quad 或 \quad b>a$$

例如,$2<7$,这是因为$7-2=5$是一个正数,$6>3$,这是因为$6-3=3$也是一个正数. 在实数

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com