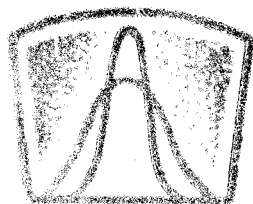


统计信号处理基础

黄载禄 编著

71

华中工学院出版社



内 容 简 介

本书着重介绍统计信号的分析与处理的基本理论, 主要内容包括: 数学期望运算、随机过程的基本知识、连续随机过程、窄带随机过程、从噪声中提取信号、信号检测、信号参数的估值、离散随机过程及其应用和时间序列分析等。

统计信号的分析与处理方法已广泛用于通信、雷达、声纳、自动控制、图象处理与模式识别等方面, 此外在地震、天文、地球资源勘探、气象信号与信息的处理方面也有很多应用。

本书可作为信息工程、无线电技术、通信、雷达与自动控制等有关专业高年级学生的教材或参考书, 亦可供从事信息传输、处理与自动控制等有关的科研与工程技术人员进行参考。

统计信号处理基础

黄载禄 编著

责任编辑 黄志良

华中工学院出版社出版

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所发行

华中工学院出版社沔阳印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 11.25 字数: 248,000

1986年7月第一版 1986年7月第一次印刷

印数: 1—5,000

统一书号: 15255-080 定价: 2.30元

前 言

统计信号处理基础是信息工程专业的高年级课程。本书根据讲稿整理而成，按计划讲授60--68学时。

学生在学习本课程之前应具备基础概率论、信号与线性系统等课程的知识。

全书共分九章，可大致分为三个部分。第一部分是随机过程的基本理论，主要包括前四章的内容：第一章数学期望运算，第二章随机过程的基本知识，第三章连续随机过程，第四章窄带随机过程。第二部分是检测与估值导论，包括第五章从噪声中提取信号，第六章统计信号检测，第七章信号参数的估值。第三部分是离散随机过程，主要包括第八章与第九章，它们分别是离散随机过程及其应用与时间序列分析。

在教学中可根据对象与要求的不同对上述各部分内容酌情增减。其中第一部分随机过程的基本理论是学习二、三部分的基础，也可以作为随机过程的课程，只独立讲述该部分的内容。如果学生已具有随机过程的基本知识，则可侧重讲述第二与第三部分的内容。

在各章的后面都附有一定数量的习题，有的习题可要求用计算机求解或模拟。

在本书的编写过程中，作者力图根据近代信息科学的发展与实际工程技术的需要，突出重点，着重讲述基本理论，避免过多的数学推导，讲清物理概念以便于自学，但限于水平，可能远未达到这一愿望，且难免有不少缺点和错误，恳请读者给

予批评指正。

在本书的编写过程中，曾桂芳、蔡德钧等同志给予了热情的帮助，并对初稿提出了不少宝贵意见；同时，在教学中，不少同学对于本教材的实践效果给予了赞扬，也对一些章节的内容安排提出了好的意见，作者在此谨表深切的感谢！

作者 1985年10月

于华中工学院

目 录

绪 论

思考题	(10)
-----------	--------

第一章 数学期望运算

1.1 随机变量与随机过程的概念	(11)
1.2 数学期望	(14)
一、数学期望的定义	(15)
二、数学期望值的性质	(17)
1.3 方差与协方差矩阵	(19)
一、协方差与相关系数	(19)
二、 m 个随机变量线性组合的方差	(20)
三、随机矢量、均值矢量与协方差矩阵	(21)
1.4 条件数学期望	(22)
一、条件数学期望的定义	(22)
二、条件数学期望的正交定理	(25)
三、条件数学期望值的性质	(26)
1.5 随机变量的特征函数	(31)
一、特征函数的定义	(31)
二、特征函数的性质	(32)
三、特征函数的求逆	(35)
习题	(36)
参考资料	(42)

第二章 随机过程的基本知识

2.1 随机过程的统计描述	(43)
一、一维统计描述	(43)

二、多维统计描述	(44)
三、随机过程的矩函数	(45)
2.2 平稳随机过程与各态历经性	(47)
一、平稳随机过程的概念	(47)
二、各态历经特性与各态历经过程	(49)
三、随机过程的积分	(52)
四、各态历经定理	(55)
2.3 平稳随机过程的相关函数	(56)
一、自相关函数的性质	(56)
二、互相关函数	(58)
三、线性系统输出随机过程的自相关函数	(60)
2.4 随机过程的功率谱密度	(61)
一、功率谱密度	(61)
二、功率谱密度与相关函数的关系	
——维纳-辛钦公式	(64)
三、互功率谱密度	(70)
四、线性系统输出随机过程的功率谱密度	(71)
2.5 随机过程的计算机模拟与参数测量	(72)
习题	(75)
参考资料	(81)

第三章 连续随机过程

3.1 马尔可夫过程与独立增量过程	(82)
3.2 正态随机过程	(89)
一、正态随机过程的数学描述	(89)
二、正态随机过程的抽样分布	(91)
三、正态随机过程的Chi-平方分布	(94)
四、非中心Chi-平方分布	(97)
五、正态随机过程的混合中心矩	(98)
3.3 维纳过程	(101)
3.4 复随机过程	(105)

习题	(108)
参考资料	(113)

第四章 窄带随机过程

4.1 白噪声与 δ 函数	(114)
4.2 窄带随机过程的相关函数	(116)
一、理想矩形窄带随机过程的相关函数	(116)
二、高斯窄带随机过程的相关函数	(119)
4.3 窄带随机过程的样本函数模型	(122)
4.4 希尔伯特变换与窄带随机过程分析	(124)
4.5 包络和相位的统计特性	(128)
4.6 正弦信号加窄带随机过程	(131)
习题	(138)
参考资料	(141)

第五章 从噪声中提取信号

5.1 均方误差最小线性滤波——维纳滤波	(143)
5.2 输出信噪比最大线性滤波——匹配滤波	(148)
5.3 实际滤波器的通带设计	(156)
5.4 信号的相关与累积	(158)
习题	(162)
参考资料	(165)

第六章 统计信号检测

6.1 假设检验	(166)
一、零假设检验	(166)
二、二元通信系统中的假设检验	
——双择假设检验	(170)
6.2 判决准则	(172)
一、最大后验概率准则	(173)
二、贝叶斯准则	(176)
三、最小错误概率准则	(179)

四、极大极小化准则	(182)
五、尼曼—皮尔逊准则	(185)
6.3 重复观察判决	(188)
6.4 多假设检验	(195)
6.5 复合假设检验	(199)
习题	(205)
参考资料	(209)

第七章 信号参数的估值

7.1 参数估值的一般概念	(210)
7.2 平均风险最小估值——贝叶斯估值	(213)
一、平方代价函数的贝叶斯估值	
——最小均方误差估值	(215)
二、绝对值代价函数的贝叶斯估值	
——中值估值	(216)
三、均匀代价函数的贝叶斯估值	
——最大后验概率估值	(217)
7.3 极大似然估值	(223)
7.4 估值的评判标准	(226)
一、一致性	(226)
二、无偏性	(227)
三、有效性	(228)
7.5 估计量的误差极限	(229)
一、非随机参数的估值误差极限	
——克拉美—劳界	(229)
二、随机参数的估值误差极限	(236)
7.6 线性均方误差估值	(237)
习题	(243)
参考资料	(247)

第八章 离散随机过程及其应用

- 8.1 离散随机过程的分解与白化 (248)
- 8.2 离散随机过程的线性变换 (259)
- 8.3 离散高斯随机信号的预测与过滤 (272)
 - 一、预测 (272)
 - 二、向前一步预测——卡尔曼算法 (280)
 - 三、滤波 (288)
- 习题 (293)
- 参考资料 (298)

第九章 时间序列分析

- 9.1 回归与随机差分(微分)方程 (300)
- 9.2 时间序列的数学模型 (303)
 - 一、线性回归模型 (303)
 - 二、一阶自回归模型AR(1) (310)
 - 三、二阶自回归模型 (315)
- 9.3 格林函数 (317)
 - 一、格林函数的物理解释 (317)
 - 二、ARMA(2, 1)模型格林函数的求解 (323)
- 9.4 逆函数与可逆性 (327)
- 9.5 协方差与相关系数分析 (331)
- 习题 (338)
- 参考资料 (341)

附表1 标准正态分布表

附表2 泊松分布表

附表3 χ^2 平方分布表

绪 论

一、发展回顾

在无线电技术中，可将信号分为两类，一类是确知（规则）信号，另一类是随机（不规则）信号。例如，未受调制的正弦波和未受调制的周期性矩形脉冲序列是确知信号；而自然语音、自然活动图象以及由它们所调制的正弦波、周期性矩形脉冲或脉码，它们一般属随机信号。在无线电技术中我们所碰到的实际信号多数是随机的。随机信号的变化是不规则的，需要用统计的方法去分析与处理它。由于工程实际的需要，随着电子技术与通信技术的发展，在信息传输与处理的领域中，概率论、数理统计和信号理论相结合，已逐渐形成了一个理论分支——统计信号的分析与处理。它包括随机过程理论、信号的最佳过滤、信号检测和参数估值等。本课程着重讨论统计信号分析与处理的基本理论。

统计信号的分析与处理可以说是在概率论的基础上发展起来的。概率论始于十七世纪中叶，当时由于赌徒们提出了一些问题，引起了数学家们的注意并开始讨论，从讨论中逐渐形成了概率、数学期望等重要概念，后来又逐渐发展成了数学的一个分支。到了十九世纪中叶至本世纪初，由于电报电话的发明，人类开始了用电信号传送语言、文字，有了电的通信系统。由于通信系统的出现与发展，人们提出了两个方面的课题：一方面要求对通信系统所传送的消息——语言、文字、数

字等有一个统一的量度；另一方面由于通信中总是存在噪声与干扰，需要分析干扰、噪声对通信带来的影响。为了解决第一方面的问题，产生了信息论。1928年就有人从概率的观点出发，提出了统一度量消息中所包含的信息的概念，直到1948年，香农加以总结、发展，这就构成了现代信息论的基础部分，为了解决第二方面的问题，1944年开始有了以概率论为工具对于随机噪声的系统的数学分析，随后又分析并计算出了各种调制制度的抗干扰性，研究了从噪声中检测信号、过滤信号等方面的问题。这几方面的理论结合起来当时称之为通信论，或称之为统计通信理论。

第二次世界大战以后，计算机、数字通信与自动化技术的高度发展，把信息的传输、处理与存储的技术推向了一个崭新的阶段，形成了研究信息形态、传输、处理与存储的信息科学，它的发展正在推动着人类向信息社会前进。其中具有重大意义的事件之一是1971年在大规模集成电路发展的基础上制成了微处理器，引起了微电子技术的根本改观。微电子技术、计算机技术、数字通信技术以及软件技术的综合发展，使得整个信息技术成为现代技术革命中最活跃、影响最广泛的领域。西方十八世纪的后期开创了用机器代替繁重体力劳动的工业革命，现代信息技术的发展开创了以机器代替人的某些脑力劳动的革命，人们称之为信息革命，其目标是要完成第五代计算机的研制。第五代计算机的更确切的含义是知识信息处理系统（KIPS），或称之为人工智能计算机。现在依据符号由计算机进行推理并得出结论的能力，在某些方面可以比人干得更快、更好，但是听、说、看的能力还远远不能与人的能力相比。要使机器能感知周围的环境，能听、说、看，还必须在信息技术方面，首先是在对语音与图象的分析与处理方面作大量的研

究工作。

本课程是整个信息科学技术中的一个组成部分，主要介绍如何分析与处理统计（随机）信号的基本理论与方法。

二、随机现象

随机现象是在研究信息形态、传输与处理中都要涉及的重要现象。

1. 信息（信源）形态的随机现象

在通信论中，对消息（Message）、信号（Signal）与信息（Information）各有自己不同的含义，不能互相取代。

消息是指通信系统传送的对象，如语言、文字、图象、数据等。信号是指由消息变换而来的反映消息的电的信号、光的信号等。信号是消息的载荷者。如声音转换而成电的音频信号，反映图象的电的视频信号，以及各种编码信号（‘1’、‘0’脉冲码）等。而信息则是有用消息的量度，是以某消息出现的概率的大小来度量它的信息量的，它是信息论中要讨论的主要问题之一。然而近代信息的含义很广泛，现已成为社会政治、经济、科技与生活中通常使用的名词，如遗传信息、资源信息、经济信息、科技信息、商品信息等，甚至成了社会高度发达的一个代名词，如信息化社会。由于将信息与社会联系起来，因而也可以从社会的角度或哲学的角度去研究与定义信息。但是这儿所讨论的不是信息的社会含义与哲学含义，而是信息的科学含义，也就是说是从信息科学的角度来讨论信息的。

什么是信息科学？信息科学是研究信息形态、传输、处理与存储的科学。而信息工程则是指有关信息变换、传输、处理、识别与利用的工程实现与技术。

所谓信息的形态，指的应是消息的形态。消息形态的随机性是消息本身具有信息价值的根本原因。例如语言，如果随机性很差，只选用刚学会说话的小孩会说的几句话，这时语言会内容贫乏，只能表达有限的信息。

人类的语言是一个十分复杂的随机事件，它包含有很大的信息量，它的形态复杂，除了声音这一形式之外，还有书面语言——文字。每一个文字以及由文字组成的语句出现的概率各不相同，而且存在着很强的相关性，如果某人说了“中”，可以猜测下一个很可能出现的字是“国”、“间”、“央”、“心”等，以构成中国、中间、中央、中心等词。如果研究其发音，不同的人所发的同一个字音会略有差别，音色不同，波形也就不一样，因此，在进行语音处理、识别或理解时，面对着的是一个复杂的随机事件。要进行语音信号的处理就需要研究语言的形态、统计特性与描述。

在图象处理与模式识别中，也存在类似的现象。如果以 H_0 表示白杨树木材， H_1 表示桦树木材，以 $p(x/H_0)$ 表示白杨树木材亮度的概率密度函数， $p(x/H_1)$ 表示桦树木材亮度的

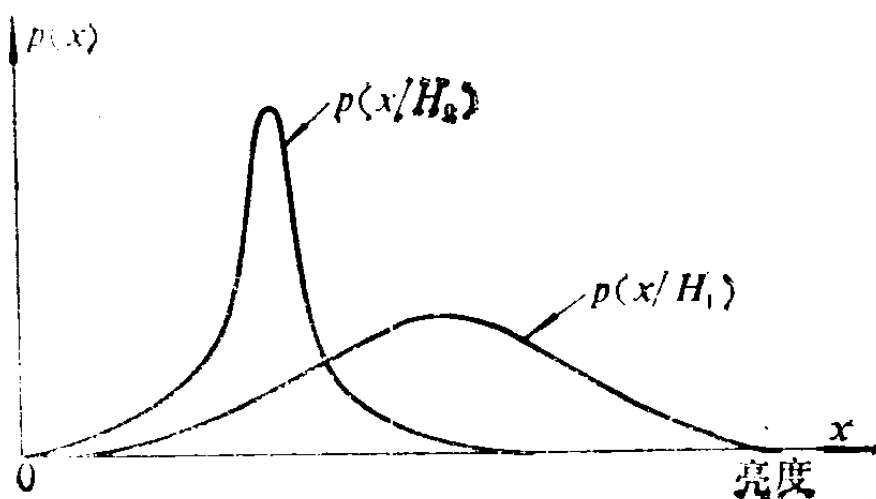


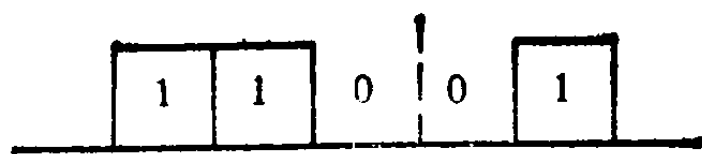
图 1

概率密度函数。假设大量统计后所得 $p(x/H_0)$ 、 $p(x/H_1)$ 的曲线如图1。如果在给定木材样品以后，要机器根据亮度来识别是白杨木还是桦木，由于两种木材的亮度不是固定不变的，它随着样品的不同而变化，因而有时难以作出决断，须用对付随机信号的办法来分析处理，以减小判决错误。

2. 信号传输中的随机现象

上面讨论的是信息(信源)本身的随机性。现在假设信源给出的消息已经固定(即已知)，由消息变换成的数字或代码等信号也就一定。但是，由于信号在传输过程中不可避免地要受到外来干扰与机器内部噪声的影响，故使接收端收到的信号仍然具有随机性。如果传送的信号为11001，波形如图2(a)所示，通过信道传输以后，接收端所收到的信号波形却是随机变化的，如图2(b)所示。根据接收到的信号来判别是‘0’还是‘1’就会发生困难，甚至判断错误。另外，以雷达信号的接收与处理为例(见图2(c))。雷达发射的脉冲信号碰到目标后反射回来，这个回波信号通常十分微弱，被淹没在背景噪声中，因此需要从噪声中检测信号。在检测到信号以后还需要估计回波到达的时间 t_0 ，因为 t_0 反映了目标至发射机之间的距离。此外还可以估值回波信号的多普勒频移，因为多普勒频移反映了目标的运动速度。

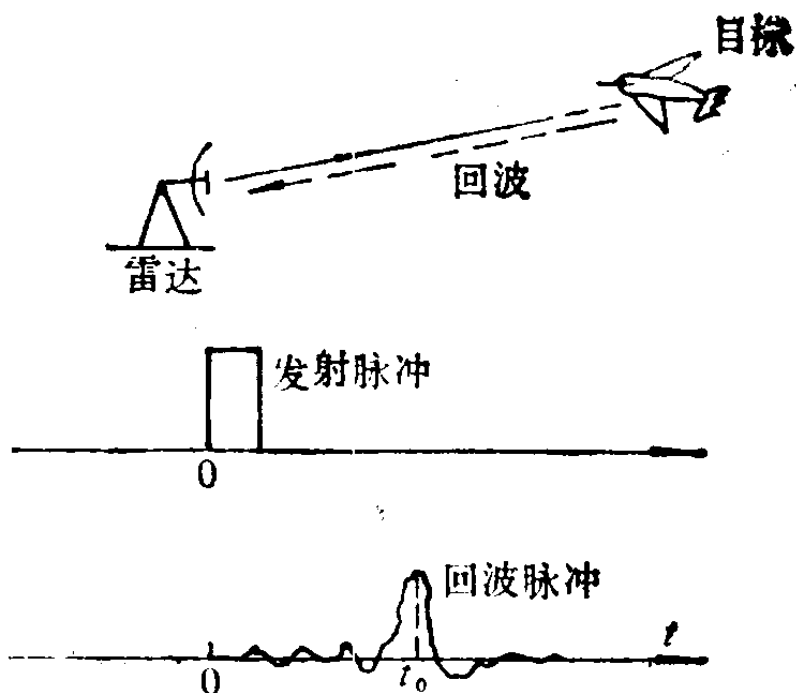
检测有无回波信号、判别发送的信号是0还是1，这类问题是信号检测问题；估计信号到达的时间 t_0 与信号的多普勒频移，这类问题是信号参数估值问题。检测是从噪声中检测，估值是从随机变化的信号参数中估值，这两者都与随机过程的基本理论及噪声的统计特性密切相关。



(a) 被传送的信号



(b) 接收机收到的信号



(c) 雷达工作示意图

图 2

三、干扰与噪声

可将干扰与噪声分为系统内部干扰、内部噪声与外部干扰、外部噪声。但是一般说来干扰主要来自外部，噪声主要来

自内部。

1. 干扰

来自外部的干扰主要有天电干扰、工业干扰、人为干扰(如有目的地干扰某设备的工作),来自内部的干扰主要有信道之间的交叉调制和设备的某些不完善所引起的干扰等。一般说来外来干扰没有规律性,只能用改进设备本身的设计来避免。近二十年来出现了一种称为电子对抗的新技术,实际上是研究施放干扰和如何反干扰的问题。

2. 噪声

外部噪声主要是指自然界其他物体的辐射噪声。例如各种天体都在向外辐射电磁波,经媒质传播衰减以后,一般说来相对于接收机的内部噪声可忽略不计。但是,由于技术的进步,接收机的内部噪声不断减小,外来噪声的影响也就显现了出来。另外,现在可以使用不同波段的辐射计来测量各种物体的辐射噪声,从而研究地球的资源、进行军事侦察和探测宇宙天体的特性等,这些是对噪声加以利用的例子。

内部噪声主要指热噪声。热噪声是由电子或其他带电粒子不规则的热运动引起的。

从噪声与信号之间的关系来分,又可将噪声分为加性噪声与乘性噪声。加性噪声与信号相互独立。热噪声是一种加性噪声,可以用加法运算来说明它对信号的影响,如

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (1)$$

式中 $s(t)$ 表示信源信号, $n(t)$ 代表噪声, $x(t)$ 则是混入了噪声之后的信号,显然 $x(t)$ 为一随机信号。

乘性噪声又称为相关噪声,信号存在时它存在,信号消失后它也消失。例如电磁波通过大气的散射,产生多径效应,由多径效应引起信号的衰落,这种衰落对信号传输造成的影响就

可看成是乘性噪声。以后我们主要讨论加性噪声的影响。

3. 热噪声

可以用等效噪声电阻来表示热噪声的大小，其电阻的数值往往代表了整个设备（例如接收机）的噪声功率。从一个设备来看，影响最严重的是第一级，因此设备第一级的好坏对整个设备的性能起着决定性的作用。根据热力学的理论和实验可以证明电阻 R 产生的噪声功率谱密度为：

$$N_0 = 4kTR \text{ (伏}^2\text{/赫)} \quad (2)$$

式中： $k = 1.38 \times 10^{-23}$ ——波尔兹曼常数（焦耳/度）； T ——电阻的绝对温度（°K）； R ——电阻（欧姆）。如系统的频带宽度为 ΔF ，则系统的输入等效噪声功率为：

$$\overline{V^2(t)} = N_0 \Delta F = 4kTR \Delta F \quad (3)$$

有效噪声电压为：

$$V_R = \sqrt{\overline{V^2(t)}} = \sqrt{4kTR \Delta F} \quad (4)$$

由此可画出设备的等效噪声电路（见图3）。 $\overline{V^2(t)}$ 可理解为设备输入端1欧姆电阻上所获得的对于时间 t 的平均噪声功率。

式（2）说明热噪声功率在整个频率轴上是均匀分布的，且可以证明（见第三章维纳过程）热噪声电压的幅值服从正态分布。在讨论功率在频率轴上的分布时，因数学上存在负频率，因而又有双边功率谱密度与单边功率谱密度之分，如使用双边功率谱密度，则电阻 R 的等效噪声功率谱密度为 $\frac{1}{2} N_0$ 。（伏²/赫）（见图3），如使用单边功率谱密度则为 N_0 。（伏²/赫）。