

# 怎样运用线性规划 解决农业经济问题

万宝瑞 编著

农 业 出 版 社

农业经济知识丛书

**怎样运用线性规划解决农业经济问题**

万正瑞 编著

农业出版社出版（北京朝内大街130号）

新华书店北京发行所发行 通县向阳印刷厂印刷

167×1092毫米 32开本 3.5印张 3插页 87千字

1985年5月第1版 1985年5月北京第1次印刷

印数 1—4,270册

统一书号：4144·558 定价：0.81元

## 前 言

运用线性规划解决农业经济问题，提高经济效益，是我国当前农业经济科学研究的一项新课题。不断提高经济效益，是党的十二大提出关于我国经济建设总的奋斗目标的有机组成部分之一，也是到本世纪末力争使全国工农业年总产值翻两番的根本前提。赵紫阳总理1983年3月在陕西和一些同志座谈时指出：“过去我们在经济工作中，不大讲投入产出，不大讲成本核算、经济效益。工业不讲，农业更不讲。今后要改过来。无论工业农业，都要树立经济效益的观点。搞农业，搞水利，同搞工业一样，也要进行决策论证，进行可行性研究，提几个方案加以比较，选择最佳方案。”这段话，既阐明了讲究经济效益的重要性，也为提高农业经济效益指出了方向。

提高农业的经济效益，一方面要通过贯彻执行党的农村政策，调动广大农民的积极性，改变生产条件，运用科学技术，以不断地提高产量；另一方面又要加强农业的科学管理，合理地利用人力、物力和财力，充分挖掘当地现有资源，以同样多的消耗取得最大的经济效益。但是，在实际生产活动中，常常是重视产量，忽视成本，以致增产不增收，或者重视收益，忽视合理的农业结构，影响了国家计划和生

态平衡。对于提高产量，降低成本，保证实现国家计划和保持生态平衡等多目标的问题，单凭经验是无法解决的。在农业经济活动中，即使是一个目标，也往往可以采取多种实践方案。无论哪种方案，都有个同种资源的合理分配和不同资源的合理组合问题。究竟哪种方案最优，靠简单的计算是很难得知的。线性规划则是解决上述问题的重要方法之一。特别是电子计算机的应用，为这一方法开辟了广阔道路。目前，线性规划的方法已引起广大农业经济工作者的浓厚兴趣，它已被应用到作物布局、耕作制度、饲料配方、畜群结构、区域规划和生产计划等方案设计方面。随着我国农业现代化的逐步实现和电子计算技术的普及，线性规划的方法，在农业经济科学研究和农业生产实践活动中必将发挥更大的作用。

这本小册子是一本入门书，是为具有中学以上文化程度、初学线性规划和电子计算机的同志编写的。因此，在内容和写法上力求深入浅出、通俗易懂，尽量避开一些难懂的数学理论问题。对一些术语概念，由于侧重于直观论述，所以不追求定义的全面性。为了便于理解，我们从实践中摘取了一些亲身体验过的实例。本书着重介绍线性规划的应用方法。我们期望读者通过本书能对线性规划有个概括了解，通过实际问题来建立线性规划模型，知道哪些问题运用简单方法，哪些问题运用电子计算机计算，学会应用软件包把线性规划模型填入程序纸上，并会查看电子计算机打印的结果。这就是编写本书的目的。

本书的编写，除了应用我们在实际工作中的体会外，还

参阅了国内、外有关的文献资料。在编写过程中，曾得到中国人民大学副教授张象枢老师和张方老师以及中国农业科学院农业经济研究所研究员陆承祖同志的指导和帮助，谨在此表示感谢。

由于作者水平有限，本书难免有缺点和错误，敬请广大读者批评指正。

编著者

1983年12月

• 3 •

# 目 录

|                                   |           |
|-----------------------------------|-----------|
| <b>第一章 什么是线性规划</b> .....          | <b>1</b>  |
| 一、线性规划的概念 .....                   | 1         |
| 二、线性规划的结构 .....                   | 2         |
| (一) 目标函数 .....                    | 2         |
| (二) 约束条件 .....                    | 2         |
| (三) 非负约束条件 .....                  | 2         |
| 三、几个概念 .....                      | 8         |
| (一) 资源 .....                      | 8         |
| (二) 生产系数 (技术系数) .....             | 8         |
| (三) 利益系数 (价格系数) .....             | 4         |
| 四、线性规划的特点 .....                   | 5         |
| 五、线性规划在农业中应用示例 .....              | 6         |
| 六、线性规划原理的浅释 .....                 | 8         |
| <b>第二章 根据现实农业经济问题建立数学模型</b> ..... | <b>16</b> |
| 一、什么是农业经济数学模型 .....               | 16        |
| 二、怎样建立线性规划数学模型 .....              | 17        |
| (一) 确定目标函数 .....                  | 17        |
| (二) 确定变量 .....                    | 17        |
| (三) 确定利益系数 (价格系数) .....           | 18        |
| (四) 确定约束条件 .....                  | 19        |

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| (五)非负约束条件 .....             | 21 |
| 第三章 图解法 .....               | 30 |
| 一、图解法 .....                 | 30 |
| (一)求最大值问题 .....             | 30 |
| (二)求最小值问题 .....             | 35 |
| 二、线性规划问题解的性质 .....          | 39 |
| 第四章 单纯形表解法 .....            | 44 |
| 一、几个概念 .....                | 44 |
| (一)单纯形表 .....               | 44 |
| (二)线性规划问题的标准形式 .....        | 44 |
| (三)有效变量与无效变量 .....          | 44 |
| (四)松弛变量、剩余变量和人工变量 .....     | 44 |
| (五)可行解 .....                | 45 |
| 二、单纯形表解法 .....              | 45 |
| (一)求最大值问题 .....             | 45 |
| (二)求最小值问题 .....             | 52 |
| 第五章 怎样应用电子计算机来解线性规划问题 ..... | 68 |
| 一、几个基本概念 .....              | 68 |
| (一)机器语言 .....               | 68 |
| (二)程序设计语言 .....             | 69 |
| (三)程序 .....                 | 69 |
| (四)软件与硬件 .....              | 69 |
| (五)软件包 .....                | 69 |
| 二、应用卡片的格式和作用 .....          | 70 |
| (一)JOB卡(作业卡) .....          | 70 |
| (二)FETCH卡(调用程序卡) .....      | 71 |
| (三)RUN卡(运行卡) .....          | 71 |

|                            |           |
|----------------------------|-----------|
| (四)FIN卡(数据结束卡) .....       | 71        |
| (五)EOJ卡(作业结束卡) .....       | 71        |
| 三、指数型实常数的写法 .....          | 72        |
| 四、双精度常数的写法 .....           | 74        |
| 五、怎样把线性规划数学模型填写到程序纸上 ..... | 74        |
| <b>第六章 灵敏度分析</b> .....     | <b>79</b> |
| 一、什么是灵敏度分析 .....           | 79        |
| 二、怎样把灵敏度分析内容填到程序纸上 .....   | 80        |
| 三、修改目标函数变量系数和右端项的格式 .....  | 81        |
| 四、怎样看电子计算机输出的结果 .....      | 82        |



# 第一章 什么是线性规划

## 一、线性规划的概念

近几十年来,我国已把运筹学应用到工业、农业和运输等方面。所谓运筹学就是研究怎样合理运用资源,以及怎样筹划和安排生产的一门学问,它能够在规定的条件和要求下,在复杂的数量关系中,找出最合理、最有效的方案。

运筹学包括规划论,排队论,博弈论等很多分支。规划论是目前发展较快、应用较广的一个分支,它研究的问题主要有两类:一类是确定一项任务后,如何统筹安排,尽量做到用最少的人力物力资源去完成这项任务;另一类是已有一定数量的人力物力资源,如何安排使用,使得完成任务最多。

规划论包括的种类很多,其中最简单的一种,就是线性规划。

所谓线性规划问题就是要我们求出一组未知量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 满足线性方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right.$$

并且使线性函数:

$S = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$  的值最小(或最大)

式中的  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{m,n}$  ①;  $b_1, b_2, \dots, b_m$ ;  $c_1, c_2, \dots, c_n$  都是问题给定的常数, 线性方程组叫做约束条件, 线性函数  $S$  叫做目标函数。

线性规划就几何学意义来说, 在二个变量时, 是直线规划, 在三个变量时是平面规划, 在三个以上变量时, 就失去了直观的几何意义了。就代数学意义来说, 无论目标函数或约束条件其变量指数都是一次式。所以, 在用线性规划解决问题时, 都要以代数一次式为基础, 其最小误差可以忽略不计。

## 二、线性规划的结构

一般来说, 线性规划是由如下三部分组成。

(一)目标函数。在农业生产中, 其目的不外乎要求通过组织规划使生产取得最高产量或最大收益以及最低成本, 这些问题如采用数学形式表示, 就是所说的目标函数。

(二)约束条件。所谓约束条件就是限制条件。要生产某种农产品, 必须提供一定的生产资源, 如土地、劳力和资金等, 当这些资源的数量有限时, 就称为资源约束条件。还有国家计划约束、农业生产技术约束和生态平衡约束等。

(三)非负约束条件。非负约束条件是指在线性规划的实

---

①  $a_{mn}$  代表第  $m$  个方程中的第  $n$  个未知量项的系数。

际问题中，其变量值都为正的或零。

### 三、几个概念

(一)资源。在农业生产中，所需要的生产因素称为资源。如土地、劳力、资金、役畜、化肥、农药以及拖拉机运转时数等。资源可分为两种：即限制资源和非限制资源。纳入到线性规划中的资源都是限制资源。一般来说，限制资源数与约束条件数是相等的。相反，不起限制作用的资源称为非限制资源。

例如，某农场有土地800亩，生产资金5,000元，计划种小麦500亩，用资金3,000元，水稻300亩，用资金2,000元。该场机械化水平很高，劳力过剩。这些条件对于线性规划来说，土地和资金就是限制资源，就是说，在作物安排时：

$$\begin{cases} \text{水稻面积} + \text{小麦面积} \leq 800 \text{亩} \\ \text{水稻费用} + \text{小麦费用} \leq 5000 \text{元} \end{cases}$$

而劳力，虽然也是生产资源，但是，无论怎样布局，劳力都有剩余，也就是说，不受限制，所以称为非限制资源。

(二)生产系数(技术系数)。要生产一个单位农产品，就需要有一定数量的土地、资金、劳力和肥料或其他资源，在线性规划模型中，这些资源的需要量是用变量系数来表示的。这些系数都是通过试验或从多年生产经验中总结出来的，一般称这些系数为生产系数(技术系数或投入产出系数)。再进一步说，生产系数也是资源的单位投入量。

例如，某生产队计划种植水稻和小麦，水稻为 $x_1$ 亩，小

麦为 $x_2$ 亩。水稻每亩用工18个（劳动日），施用化肥60斤，单产为900斤；小麦每亩用工为12个，施用化肥为45斤，单产为700斤，现有化肥15,000斤，劳动5,000（劳动日），土地120亩，问水稻和小麦各种多少亩总产量最高？

根据上述问题，可写出如下形式：

$$\text{目标函数： } Z = 900x_1 + 700x_2$$

$$\text{约束条件： } \begin{cases} 60x_1 + 45x_2 \leq 15000 \\ 18x_1 + 12x_2 \leq 5000 \\ x_1 + x_2 \leq 120 \end{cases}$$

在约束条件中，化肥的变量系数为60，45；劳动的变量系数为18，12；土地的变量系数为1，1 这些都是生产系数。

（三）利益系数（价格系数）。目标函数的变量系数称做利益系数（价格系数）。

例如，上述问题中求最高产量即是要达到的目标，可用下式表示。

目标函数 $Z = 900x_1 + 700x_2$ 中的900，700即是利益系数。

举例说明线性规划的结构。

表 1—1 大韩屯大队第三小队各种作物单产和定额

| 作物<br>项目  | 小 麦 | 玉 米 | 谷 子 |
|-----------|-----|-----|-----|
| 单产（百斤/亩）  | 7   | 5   | 4   |
| 生产费（元/百斤） | 30  | 15  | 12  |
| 用工（人一日/亩） | 12  | 10  | 7   |

大韩屯大队第三小队，有地150亩，计划种植小麦、玉

米和谷子，全年出勤劳力可达1,500（人一日），现有资金3,000元，单产和定额（见表1—1），问各种作物种植多大面积产量最高。

设 $x_1$ ， $x_2$ ， $x_3$ 分别表示小麦，玉米和谷子的面积。下面就是土地的约束

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 150 (\text{亩})$$

同样，资金，用工的约束如下：

$$30x_1 + 15x_2 + 12x_3 \leq 3000 (\text{元})$$

$$12x_1 + 10x_2 + 7x_3 \leq 1500 (\text{人一日})$$

因为小麦单产7（百斤），玉米5（百斤），谷子4（百斤），其总产量可用如下目标函数表示

$$Z = 7x_1 + 5x_2 + 4x_3 (\text{单位：百斤})$$

满足这组约束条件的 $x_1$ ， $x_2$ 和 $x_3$ 的组合有好多个，而在这些组合中，求出使其目标函数值 $Z$ 最大，这就是线性规划的结构。

#### 四、线性规划的特点

1. 线性规划整个模型的方程式都是一次的，生产要素的结合比率（技术系数或生产系数）是固定的。线性规划模型是由若干个一次方程组成的联立方程来表示的。

2. 在利用资源时，允许出现剩余。一般生产函数对资源是以全部利用或最大限度利用为目标，但是，无论如何也不能超过现有资源。

3. 线性规划只考虑费用与产量的固定比例关系。由于

费用与产量间是一条曲线关系，所以在某一阶段表现为线性关系。因此，这个问题的原则是以短期计划为基础，按照上述这个比例关系，如果用在长期规划上，也能反映出发展的趋势。

## 五、线性规划在农业中应用示例

线性规划在农业上应用的范围是很广的，由于篇幅所限，举如下三方面常用的示例。

1. 在确定农业生产任务后，怎样进行合理分配资源，即研究以花费最少的人力、物力和财力来完成所确定的任务。

例如，河南省安阳县化肥厂，一厂和二厂年产量分别为41万吨和59万吨。它们的产量分别供应7个公社（即 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$ ）。其需要量分别为10吨，15吨，12吨，13吨，20吨，19吨，11吨。而自各产地到各公社的运价列表如下：

表 1—2 自各产地到各公社的运价

| 运价 (元/吨) / 公社 |     | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
|---------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 化肥厂           | 一 厂 | 2     | 2.2   | 2.4   | 2.5   | 8     | 3.5   | 3.8   |
|               | 二 厂 | 2.5   | 8     | 3.2   | 3.4   | 3.6   | 4.1   | 4.3   |

问怎样运输，使总运费最低？

又如，某牧场对奶牛饲料进行配方，要求达到一定营养

成份的要求。饲料配方的原料很多，但单价和所含营养成分不同，问选用哪些原料进行饲料配方，既能满足饲料对营养的要求，又能使饲料成本最低？

2. 在一定的生产条件下，即是在一定的人力，物力和财力的条件下，如何安排才能取得最高产量或最大收益或最低成本。

例如，某生产队出勤劳动力41人，其中一等劳力12人，二等劳力11人，辅助劳力18人。计划用15人去锄地，14人去挖沟，12人去积肥。由于这三种劳力工作熟练程度不同，各项工作工分也不同，其工分标准见下表：

表 1—3 某生产队工分标准

| 工<br>分<br>劳动力 | 工<br>种 | 锄 地 | 挖 沟 | 积 肥 | 人 数 |
|---------------|--------|-----|-----|-----|-----|
| 一 等           |        | 9   | 9.4 | 8   | 12  |
| 二 等           |        | 7   | 7.0 | 7.9 | 11  |
| 辅 助           |        | 4   | 3.0 | 6.8 | 18  |
| 人 数           |        | 15  | 14  | 12  | 41  |

问如何安排劳动力，使他们得到工分最多（工分最多表示劳动成果最大）？

又如，作物布局也是同样类型的，各种作物在不同类型土壤上，单位面积产量是不一样的，要做到因地制宜，在完成种植计划的前提下，使总产量最高。

3. 对经济效果进行综合评价。在一定的生产资源的条件下，进行某种生产活动，可以有不同方案，各个方案的结

果是不同的，一般来说，投入少，产出多的方案是最优方案，但也不全是这样，评价选择方案是否最优，还要考虑完成国家计划指标和当地资源利用情况，是否保持生态平衡以及国家特殊任务等多目标问题。

例如，某生产队进行某种生产活动，采用如下四种方案：

表 1—4 某生产队采用的四种方案

| 投入产出情况<br>计划方案 | 投入（元） | 产出（元） | 收益（元） |
|----------------|-------|-------|-------|
| 甲              | 100   | 150   | 50    |
| 乙              | 150   | 190   | 40    |
| 丙              | 120   | 170   | 50    |
| 丁              | 150   | 120   | -30   |

究竟哪种方案为好？一般来说，甲种方案为最优，但也不全是这样，如果甲种方案没有把多目标问题考虑到规划内，收益再高也不是理想的规划。如果乙方案把多目标考虑进去，即使收益（40）比甲方案（50）少10元，也是可取的。同样，丁方案是按照国家特殊任务设计的，即使是-30，有时也要选取。

## 六、线性规划原理的浅释

为了便于读者理解，在这里不准备进行数学推理，仅通过示例进行简单说明。



示例：吉林省蛟河县北公庄小队，用100亩土地种植大豆和甜菜。需要的资源只有土地，其他资源都能满足。大豆亩产为2.5（百斤），甜菜为4（千斤）。大豆每生产100斤为一个单位，那么250斤就是2.5个单位，即一亩地可产大豆2.5个单位，每个单位大豆占地为0.4亩（ $1 \div 2.5$ ）；甜菜亩产4,000斤，每千斤为一个单位，即一亩地可产甜菜4个单位，每个单位甜菜占地0.25亩（ $1 \div 4$ ），如果大豆产量为 $x_1$ 单位（百斤），甜菜的产量为 $x_2$ 单位（千斤）的话，下式是成立的。

$$0.4x_1 + 0.25x_2 = 100 \text{ 亩} \quad (1)$$

上式表示在以100亩土地为限制量的情况下，大豆和甜菜产量的相互关系，即是 $x_1$ 和 $x_2$ 的相互关系。如果把（1）式即：

$$0.4x_1 + 0.25x_2 = 100 \text{ 亩}$$

变为下式的话，就更清楚了。

$$x_1 = 250 - \frac{0.25}{0.4}x_2 \quad (2)$$

当 $x_2 = 0$ ， $x_1$ 为最大，其产量为250（百斤）。如果100亩土地全部种植大豆，因为每亩产量为2.5（百斤）所以大豆总产量为250（百斤）。假如甜菜生产1个单位（ $x_2 = 1$ ），

则大豆的产量就要减少 $\frac{0.25}{0.4}$ （百斤）。如果甜菜生产10个单

位（10千斤），则大豆的产量就要减少 $\frac{0.25}{0.4} \times 10$ （百斤）。