

华 罗 庚 等 著

颜 秉 海 选 编

数 学 家

谈 怎 样 学 数 学

4.6

黑龙江教育出版社

数学家谈怎样学数学

· **华罗庚** 等著

颜秉海 选编

黑龙江教育出版社

1986年·哈尔滨

责任编辑：孙怀川

封面设计：李康

数学家谈怎样学数学

Shuxuejia tan zenyang xue Shuxue

华罗庚 等著

顾秉海 选编

黑龙江教育出版社 出版

(哈尔滨市道里森林街42号)

黑龙江新华印刷厂 印刷

黑龙江省新华书店 发行

开本 787×1092 毫米 1/32 · 印张 5

字数 98,000

1986年9月第1版 1986年9月第1次印刷

印数 1— 3,920

统一书号：7357·107 定价：0.88元

力生年時
畢少年時
須在少年時
應貴在少年時
學高貴在少年時
為攀高貴在少年時

蘇步青



序

《数学家谈怎样学数学》一书的出版，对于广大学生、自学青年、数学教师和职工来说，无疑是很及时、很有帮助的。这是一件值得高兴与庆贺的事。

书中收集了华罗庚老师与苏步青老师的文章，他们二位是中国现代数学的创始人与开拓者。半个多世纪以来，他们在中国这块土地上艰苦奋斗，从事数学的科研、教学与普及工作，在他们的教育与影响之下，一代代数学家成长起来了。我们除了要学习他们的学问与治学经验外，更要学习他们高尚的品德与情操。

书中也搜集了不少老一辈与中年数学家的文章。特别是陈景润、杨乐与张广厚同志，他们都是解放后进入大学，在新中国成长起来的数学家。他们的成长过程与经验证明了，只要我们长志气与努力工作，我们是可以达到世界先进水平的。

学习态度的端正与学习方法的正确，将可以收到少走弯路与事半功倍的作用。本书将在这些方面，对数学的学习提供一些宝贵的经验。还有不少很好的数学家的宝贵经验，将在以后陆续搜集与补充。

最后，我们要借此机会感谢黑龙江教育出版社的同志们，在组织出版本书的过程中所付出的辛勤劳动。

王 元

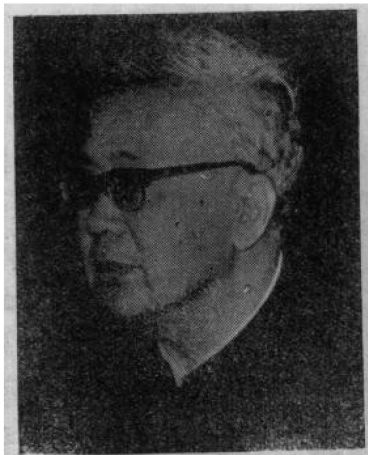
1985年3月26日

目 录

序	王 元
学习和研究数学的一些体会	华罗庚 (1)
数学的用场与发展	华罗庚 (15)
谈数学	华罗庚 (31)
谈谈数学打基础问题	苏步青 (34)
要讲究学习方法	苏步青 (39)
学习数学的几点体会	王 元 (43)
谈怎样学习数学	陈景润 (50)
回忆我的中学时代	陈景润 (55)
怎样学好数学	杨乐 张广厚 (58)
学习数学的几点体会	张广厚 (64)
和同学们谈学习	赵访熊 (76)
数学学习漫谈	韩民义 (83)
学习数学的管见	王梓坤 (95)
直觉与联想对学习和研究数学的作用	徐利治 (104)
数学方法论与数学教学改革	徐利治 (112)
谈谈怎样学习数学	莫绍揆 (119)
与自学青年谈怎样学习好数学	余元希 (132)
编后记	颜秉海 (150)

学习和研究数学的 一些体会

华 罗 庚



作者简介：著名数学家，教授。1910年11月12日出生于江苏省金坛县。1924年在金坛县中学初中毕业后，刻苦自学，取得了极其优异的成就。1930年发表了《苏家驹之代数的五次方程式解法不能成立的理由》。大数学家熊庆来认为他是个人才，值得培养，1930年就邀请他到清华大学当助理。一年后任助教，又一年升为讲师。1936年去英国剑桥大学作访问学者，在教论方面取得了卓越的成就。他解决了当时著名的一些难题，如华林问题、泰利问题等。1938年回国，在昆明西南联大任教授。著有《堆垒素数论》专著，并开展了矩阵几何和多复变函数论的研究，取得了重要成果。1946年去美国，历任普林斯顿大学、意大利诺斯大学教授。1950年回国担任清华大学教授，中国科学院数学研究所所长，中国数学学会理事长，中国科学院数理化学部主任、学部委员。1958年担

任中国科技大学数学系主任，后又担任副校长。从1978年起担任中国科学院副院长。1985年增选为全国政协副主席。

华罗庚教授对数学研究工作既广泛，又具有开创性，他在数论、代数、多复变函数论等方面都有深刻的研究和卓越的贡献。他的著作《典型域上的调和和分析》在1956年曾获国家科学一等奖。著有《数论导引》、《堆垒素数论》、《高等数学引论》等数十种专著，及大量科学论文，他不仅是一位卓有成就的杰出数学研究科学家，而且还非常重视应用数学的研究推广工作，热心科普工作，发表了大量的科普文章和书籍。如从70年代以来在全国各地开展推广应用统筹法和优选法工作，著有《统筹方法平话》、《优选法平话》等书。他十分关心青少年的学习，还为中学生写了很多课外读物。如《给青年数学家》、《从杨辉三角谈起》、《从祖冲之圆周率谈起》、《从孙子的“神奇妙算”谈起》、《从单位圆谈起》、《数学归纳法》等。

人贵有自知之明。我知道，我对科学研究的了解是不全面的。也知道，搞科学极重要的是独立思考，各人应依照各人自己的特点找出最适合的道路。听了别人的学习、研究方法，就以为我也会学习研究了，这个就无异于吃颗金丹就会

本文是作者对科大研究生的讲话稿。

成仙，而无需经过勤修苦练了。

今天把我五十年来的经验教训，所见所闻、所体会的给你们介绍，目的在于尽可能把我的经验作为你们的借鉴，具体问题具体分析，具体的个人应当想出最适于自己的有效方法来。

我第一点准备和同志们谈的问题是速度、是效率 速度是实现社会主义现代化的保证。例如说象我这样又老又拐的人，我在前头走你们赶我不费劲，一赶就赶上，而我要赶你们，除非你们躺下来睡大觉，否则我无论如何是赶不上的。现在世界上科学发展很快，我们如果没有超过美国的速度和效率就不可能赶上美国。我们没有超过日本的速度和效率，我们就不可能赶上日本。如果我们的速度仅仅和美、日等国一样，那么也只能是等时差的赶，超就是一句空话。所以说，我们应当首先在速度和效率上超过他们。

但要我们的速度和效率超过他们有没有可能呢？这似乎是一个大问题，其实不然，我在美国呆过，在英国呆过，也在苏联呆过。我看到他们的速度不是神话般的快不可及。我们是赶得上超得过的！我们许多美籍华人，如果他们的速度不能超过一般的美国人的话，也就不会成为现代著名的科学家了。所以事实证明，只要我们努力下功夫，赶超是完全可以的。就以我自己来说，我是三六年到英国的，在那里呆了两年，回国后在昆明乡下住了两年，四零年就完成了堆垒素数论的工作。后来五〇年回国后，在五八年之前，我们的数论、代数、多复变函数论等等都达到了世界上的良好的水平。所以经验告诉我们纯数学的一门学科，有四五年就能在世界上见头角了。你们现在时代更好了，党中央一举粉碎了四人

帮”，带来了科学的春天。在这样的条件下边，我敢断言，只要肯下功夫，努力钻研，只要不浪费一分一秒的时间，我们是能够赶上世界先进水平的。特别是我们数学，前有熊庆来、陈建功、苏步青等老前辈的榜样，现在又有许多后起之秀，更多的后起之秀也一定会接踵而来。

二、消化 抢速度不是越级乱跳，不是一本书没有消化好就又看一本，一个专业没有爬到高处就又另爬一个山峰。我们学习必须先从踏踏实实地读书讲起，古时候总说这个人“博闻强记”“学富五车”。实际上古人的这许多话到现在已是不足为训了。五车的书，从前是那种大字的书，我想一个指甲大小的集成电路就可以装它五本十本，学书五车，也不过十几块几十块集成电路而已。现在也有相似的看法，说某人念了多少多少书，某人对世界上的文献记的多熟多熟，当然这不是不必要的，而这只能说走了开始的第一步，如果不经过消化，实际抵不上一个图书馆，抵不上一个电子计算机的记忆系统。人之所以可贵就在于会创造，在于善于吸收过去的文献的精华，能够经过消化创造出前人所没有的东西，不然人云亦云世界就没有发展了，懒汉思想是科学的敌人，当然也是社会发展的敌人。

什么叫消化？检验消化的最好的方法就是“用”。会用不会用，不是说空话，而是在实际中考验。碰到这个问题束手无策，碰到那个问题又是一筹莫展，即使他能写几篇模仿性的文章，写几本抄抄译译稿著，这同社会的发展又有什么关系呢？当然我不排斥初学的人写几篇模仿性的文章，但决不能局限于此。须发皆白还是如此。

消化，只有消化后，我们才会灵活运用。如果社会主义建设需要我们，我们就会为社会主义建设服务，解决问题，贡献力量。客观的问题上面不会贴上标签的，告诉你这需要用数论，那个是要用泛函，而社会主义建设所提出来的问题是各种各样无穷无尽的，想用一個方法套上所有的实际问题，那就是形而上学的做法。只有经过独立思考和认真消化的学者，才能因时因地根据不同的问题，运用不同的方法真正解决问题。

当然，刚才说消化不消化只有在实际中进行检验。但是同学们不一定就有那么多的实践机会，在校学习的时候有没有检查我们消化了没有的方法呢？我以前讲过，学习有一个由薄到厚，再由厚到薄的过程。你初学一本书，加上许多注解，又看了许多参考书，于是书就由薄变厚了。自己以为这就是懂了，那是自欺欺人，实际上这还不能算懂。而真正懂，还有一个由厚到薄的过程。也就是全书经过分析，扬弃枝节，抓住要点，甚至于来龙去脉都一目了然了，在没有这条定理前，人家是怎样想出来的，这样才能说是开始懂了，这也是一个检验自己是否消化了的方法。当然，这个方法不如前面那种更踏实。总的一句话，检验我们消化没有，弄通没有的最后的标准是实践，是能否灵活运用解决问题。也许有人会说这样念书太慢了。我的体会不是慢了，而是快了。因为我们消化了我们以前念过的书，再看另一本书时，我们脑子里的记忆系统就会排除那些过去弄懂了的东西。而只注意新书中自己还没有碰到过的新东西。所以说，这样脚踏实地的上去，不是慢了而是快了。不然的话囫圇吞枣的学了一阵，忘

掉一阵，再学再忘，白费时光事小，使自己“于国于家无望”事大。更可怕的是好高骛远。例如中学数学没学懂，他已读到大学三、四年级的课程，遇到困难，但又不屑于回去复习，再去弄通中学的东西，这样前进，就愈进愈糊涂，陷入泥坑，难于自拔。有时候阅读同一水平的书，如果我们以往的书弄懂了，消化了，那么在同一水平书里找找以往书上没有的东西就可以过去了。找不到很快送上书架，找到一点两点就只要把这一两点弄通就得了，这样读书就快了，不是慢了。

读书得法了，然后看文献，实际上看文献和看书没有什么不同，也是要消化。不过书上是比较成熟的东西，去粗取精，则精多粗少。而文献是刚出来的，往往精少而粗多。当然也不排除有些文章，一出来就变成经典著作的情况，但这毕竟是少数的少数。不过多数文章通过不多时间就被人们遗忘了。有了吸取文献的基础，就可以搞研究工作。

这里我还要强调一下独立思考。独立思考是搞科学研究的根本，在历史上，重大的发明没有一个是**不通过独立思考就能搞出来的。当然，这并不等于说不接受前人的成就而“独立”“思考”。例如有许多人，搞哥德巴赫猜想，对前人的工作一无所知，这样搞，成功的可能性是很小的。独立思考也并不是说不要攻书，不要看文献，不要听老师的讲述了。书本、文献、老师都是要的，但如果拘泥于这些，就会失去创造力，使学生变成教师的一部分，这样就会愈缩愈小，数学上出了收敛的现象。只有独立思考才能够跳出这个框框，创造出新的方法，创造出新的领域，推动科学的进步。独立思考不是说一个人独自在那里冥思苦想，不与他人交流。独立

思考也要借助别人的结果，也要依靠群众和集体的智慧。独立思考也可以补救我们现在导师不够，导师经验较差，导师太忙顾不过来，但这都需独立思考来补救。甚至于象我们过去在昆明被封锁的时候，外国杂志没处来，我们还是独立思考，想出新的东西来，而想出来的东西和外国人并没重复。即使有，也别怕。例如说，我青年时在家里发表过几篇文章，而退稿的很多，原因是别人说你的这篇文章那本书里已有此定理了，那篇文章在某书里也已有证明了等等。面对这种情况是继续干呢？还是就泄气呢？觉得上不起学，老是白费时间搞前人所搞过的东西。当时，我并没有这样想，在收到退稿时反而高兴，这使我明白，原来某大科学家搞过的东西，我在小店里也能搞出来。因此我还是加倍继续坚持搞下去了。我这里并不是说过去的文献不要看，而是说即使重复了人家的工作也不要泄气，要对比一下自己搞出来的同已有的有什么区别，是不是他们的比我们的好，这样就学习人家长处，就有进步，如果我们还有长处就增加了信心。

我们有了独立思考，没有导师或文献不全，就都不会成为我们的阻力。相反，有导师我们也还要考虑考虑讲的话对不对，文献是否完整了……。总之，科学事业是善于独立思考的人所创造出来的，而不是象我前面所说的等于几块集成电路的那种人创造出来的，因为这种人没有创造性。毛主席指出：研究问题，要由此及彼，由表及里，去粗取精，去伪存真。做到这四点，就非靠独立思考不可，不独立思考就只能得其表，取其粗，只能够伪善杂存，无法明辨是非。

三、搞研究工作的几种境界

1. 照葫芦画瓢的模仿。模仿性的工作，实际上就等于做一个习题。当然，做习题是必要的，但是一辈子做习题而无新创又有什么意思呢？

2. 利用成法解决几个新问题。这个比前面就进了一步，但是我们在这个问题上也应区别一下。直接利用成法也和做习题差不多，而利用成法，又通过一些修改，这就走上搞科学研究的道路了。

3. 创造方法，解决问题。这就更进了一步。创造方法是一个重要的转折，是自己能力的提高的重要表现。

4. 开辟方向。这就更高了，开辟了一个方向，可以让后人做上几十年，成百年。这对科学的发展来讲就是有贡献。我是粗略地分为以上这四种，实际上数学还有许多特殊性的问题。象著名问题你怎样改进它，怎样解决它，这在数学方面一般也是受到称赞的。在二十世纪初希尔伯特提出了二十三个问题。这许多问题，有些是会对数学的本质产生巨大的影响。费尔马问题我想这是大家都知道的。这个问题如用初等数论方法解决了，那没有发展前途，当然，这样他可以获得“十万马克”。但对数学的发展是没有多大意义的。而 Kummer 虽没有解决费尔马问题，但他为研究费尔马却创造了理想数，开辟了方向。现在无论在代数、几何、分析等方面，都用上了这个概念，所以它的贡献远比解决一个费尔马问题大。所以我觉得，这种贡献就超过了解决个别难题。

我对同志们提一个建议，取法乎上得其中，取法乎中得其下。研究工作还有一条值得注意的，要攻得进去，还要打

得出来。攻进去需要理论，真正深入到所搞专题的核心需要理论，这是人所共知的。可是要打得出来，并不比钻进去容易。世界上有不少数学家攻是攻进去了，但是进了死胡同就出不来了，这种情况往往使其局限在一个小问题里，而失去了整个时间。这种研究也许可以自娱，而对科学的发展和社会主义的建设是不会有作用的。

四、我还想跟同学们讲一个字，“漫”字 我们从一个分支转到另一个分支，是把原来所搞分支丢掉跳到另一分支吗？如果这样就会丢掉原来的。而“漫”就是在你搞熟弄通的分支附近，扩大眼界，在这个过程中逐渐转到另一分支，这样，原来的知识在新的领域就能有用，选择的范围就会越来越大。我赞成有些同志钻一个问题钻许多年搞出成果，我也赞成取得成果后用漫的方法逐步转到其它领域。

鉴别一个学问家或个人，一定要同广，同深联系起来看。单是深，固然能成为一个不坏的专家，但对推动整个科学的发展所起的作用，是微不足道的。单是广，这儿懂一点，那儿懂一点，这只能欺欺外行，表现表现他自己博学多才，而对人民不可能做出实质性的成果来。

数学各个分支之间，数学与其它学科之间实际上没有不可逾越的鸿沟。以往我们看到过细分割，各搞一行的现象，结果呢？哪行也没搞好。所以在钻研一科的同时，把与自己学科或分支相近的书和文献浏览浏览，也是大有好处的。

五、我再讲一个“严”字 不单是搞科学研究需要严，就是练兵也都要从难，从严。至于说相互之间说好听的话，听

了谁都高兴。在三国的时候就有两个人，一个叫孔融，一个叫弥衡，弥衡捧孔融是仲尼复生。孔融捧弥衡是颜回再世。他们虽然相互捧的上了九霄云外，而实际上却是两个饭桶，其下场都被曹操直接或间接地杀死了。当然，听好话很高兴，而说好话的人也有他的理论，说我是在鼓励年青人。但是这样的鼓励，有的时候不仅不能把年青人鼓励上去，反而会使年青人自高自大，不再上进。特别是若干年来，我知道有许多对学生要求从严的教师受到冲击。而一些分数给的宽，所谓关系搞得好的，结果反而得到一些学生的欢迎。这种风气只会拉社会主义的后腿。到现在我们要一个老师对我们严格要求些，而老师都不敢真正对大家严格要求。所以我希望同学们主动要求老师严格要求自己，对不肯严格要求的老师，我们要给他们做一定的思想工作，解除他们的顾虑。同样一张嘴，说几句好听的话同说几句严格要求的话，实在是一样的，而且说说好听话大家都欢迎，这有何不好呢？并且还有许多人认为这样是团结好的表现。若一听到批评，就认为不团结了，需要给他们做思想工作了等等。实际上这是多余的，师生之间的严格要求，只会加强团结，即使有一时想不开的地方，在长远的学习、研究过程中，学生是会感到严师的好处的。同时对自己的要求也要严格。大庆三老四严的作风，我们应随时随地、人前人后地执行。

我上面谈到过的消化，就是严字的体现，就是自我严格要求的体现。一本书马马虎虎的念，这在学校里还可以对付，但是就这样毕了业，将来在工作中间要用起来就不行了。我对严还有一个教训，在1964年，我刚走向实践想搞一点东西

的时候，在乌蒙磅礴走泥丸的地方，有一位工程师，出于珍惜国家财产的心情，就对我说：“雷管现在成品率很低，你能不能降低一些标准，使多一些的雷管验收下来。”我当时认为这个事情好办。我只要略略降低一些标准，验收率就上去了。但后来在梅花山受到了十分深刻的教训。使我认识到，降低标准1%，实际就等于要牺牲我们四位可爱的战士的生命。这是我们后来搞优选法的起点。因为已经造成了的产品，质量不好，我们把住关，把废品卡住，但并不能消除由于废品多而造成的损失。如果产品质量提高了，废品少了，那么给国家造成的损失也就自然而然地小了。我这并不是说质量评估不重要，我在1969年就提倡过。不过我们搞优选法的重点就在这里。这就和治病、防病一样，以防为主。搞优选法就是防止次品出现。而治就是出了废品进行返工，但这往往无法返工，成为不治之症。老实说，以往我对学生的要求是习题上数据错一点没有管，但是自从那次血的教训，使我得到深刻的教育。我们在办公室里错一个1%好象不要紧，可是拿到生产、建设的实践中去，就会造成极大的损失。所以总的一句话，包括我在内，对严格要求我们的人，应该是感谢不尽的。对给我们戴高帽子的人，我也感谢他，不过他这顶帽子我还是退还回去，请他自己戴上。同学们，求学如逆水行舟，不进则退。只要哪一天不严格要求自己，就会出问题。当然，数学工作者，从来没有不算错过题的。我可以这样说一句，天下只有哑巴没有说过错话；天下只有白痴没想错过问题；天下没有数学家没算错过题的。错误是难免要发生的，但不能因此而降低我们的要求，我们要求是没有错误。但既