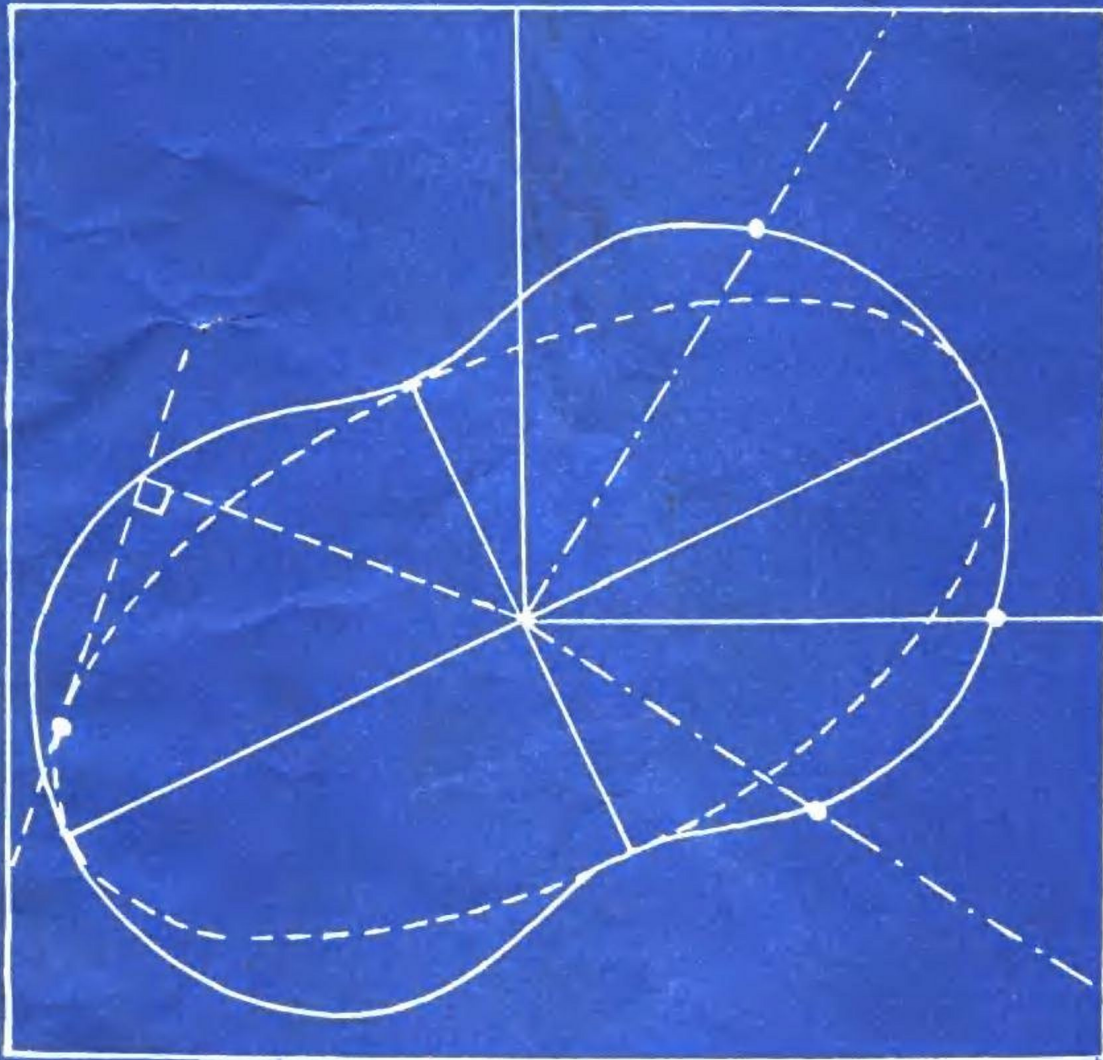


# 工程测量

广义平差、最优化技术及其在工程测量中的应用

[荷兰] 彼得·理查德

PETER RICHARDUS



测绘出版社

## 内 容 简 介

本书较全面地介绍了有关测量平差、统计检验、可靠性理论和数据探测等内容,论述了各种重要工程项目的测量技术和计算方法,其中道路工程、长隧道中心线的定线放样、位移和变形观测以及面积和土方量的精确估算等内容阐述得更为详细。此外,还介绍了为大型工程开发服务的多普勒卫星定位工作。对摄影测量方法、电子计算机在工程测量中的应用也作了介绍。本书的最大特点是将近代误差理论直接用于工程测量实践。有些章节列有习题,并附有参考答案。

本书可供测量专业师生及工程测量工作者参考。

PETER RICHARDUS

PROJECT SURVEYING

*General adjustment and optimization techniques  
with applications to engineering surveying*

A. A. BALKEMA, 1984

工 程 测 量

[荷兰] 彼得·理夏德 著

杨宏毅 陶本藻 等译

余 植 校

\*

测绘出版社出版

通县张家湾印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

\*

开本 787×1092 1/16·印张 24.625·插页1·字数 605千字

1989年5月 第一版·1989年5月第一次印刷

印数 0,001—2,000册·定价14.50元

ISBN 7-5030-0031-7/P·15

## 第二版序言

本书第一版在1977年第三次印刷后，要指望像1966年初版问世后那样，取得成功并继续对测量和土木工程学生和专业人员有所裨益，那么出版全面修订的最新版本就成为十分必要的了。

对于与工程实施有着密切联系的观测方法与计算（统计）处理的各种组合进行精度和可靠性的分析，这是构成测量组织的基础，也是确定工作方法和经济效益的依据。这个在本书初版时就建立起来的观点至今还是完全有效的。在大型工程中工作的测量工程师，常常需要对上述那些组合所产生的各种可能性具有较好的洞察力，而且要比那些从事专门测量工作的同行在工作中具有更多的创造性和灵活性。

由于工程师和测量师在数学、统计学和物理学方面基础知识的扩充，现在直接介绍矩阵计算、平差技术的扩展、更多的统计检验应用，国际单位制和某些仪器诸如激光和多普勒卫星定位接收机的应用等已成为可能，不需要再从基础理论讲起。与此同时，对数计算以及为便于测量计算而专门设计的许多表格都可删掉。但是，基本的测量技术和野外作业仍然是理解本书所不可缺少的。

在第一版里，为教学目的对内容所作的一些特别安排，证明其效果良好，故未加改变。

第1~16章是有关测量计算、平差和统计检验的综合介绍，用可靠性、改正数对其标准差比值的检验以及数据窥探法等概念扩展了其内容，对协方差变换及其实际应用也进行了讨论。专门论述控制测量平差的几章中增加了导致坐标“最小迹”协方差阵的方法（有时也称“自由网平差”）和导线的最小二乘平差法，还讨论了坐标的协方差阵置换。

第17章是新增加的，论述了为大型开发项目进行广泛调查测量时，提供控制测量点而进行的多普勒卫星定位原理。

第18~23章，论述前面各章内容在道路、长隧道中心线的定线测量和位移及变形观测中的应用。原来的18和19章作了相当大的压缩，并且合并成新的第18章。新的第22章介绍了面积与土方量的精确估算方法，那些应给开挖承包者付酬的测量师对此可能特别关心。第23章对如何保存测量记录问题也作了扼要说明。

有些精度评定和测量的最优化方法（往往很解决问题），相对于现代的发展而言似乎已经变得过时了，不过仍作为讨论的问题保留下来。既然在实践中还在广泛使用，就必须弄清楚它们的局限性是什么以及哪些方法在什么程度上应该舍弃或是吸收，并在更加全面的理论基础之上使之更加通用和更好地适用。

附录和大约200条文献目录已经更新。

我非常感激世界各地的许多同行们，在本版的多次讨论中，他们在工程测量的理论和实践经验方面给作者提供了宝贵的知识和必要的批评。

还要感谢瓦格宁根农业大学测量、摄影测量和遥感系许多教职员工的帮助，特别是H.J.

布依吞先生（测量工程师）。以及感谢德尔弗特大地测量研究所计算中心允许并帮助将附录中的图表复制两份。最后，我还要对土地信息系统的 Th.J. 尔波斯特先生（测量工程师）尽力安排和促使本书的再版（鹿特丹）和 I. 万吉特小姐为手稿的摄影复制表示谢意。

P. 理夏德

1983年8月

## 第一版序言

工程测量这本书是从澳大利亚新南威尔士大学攻读测量学学士学位课程的高年级学生讲义演变而来的。此讲义经过扩充并编写成教科书，以便使其内容更加适合学生和测量工作者。本书对那些期望获得这方面知识的土木工程专业的学生和工作者同样有帮助。

第1~16章是总的原理介绍，包括由观测值导出坐标必需的计算处理技术，也即在无多余观测情况下的测量计算，平差技术与控制测量的选点及最优化。这些在数千平方英里范围内，可应用于任何重要的测量工作。

第17~22章专门论述重要工程项目的测量，在这些工程项目中，前面各章介绍的测量技术和方法以及坐标的使用则是可靠性和经济性的基础。为了适当强调工程测量全过程的技术和方法，也或多或少的述及野外的作业和组织。

几乎每种类型的计算和野外作业都用实例来加以说明。

大型工程测量，例如水电工程；灌溉工程；公路，输送管道，大坝、隧道，输电线的建设；城市发展和地籍划分都包括从勘测到竣工几乎各种类型的测量工作，并且要求尽可能高的精度。

各种测量，特别是比较复杂的一些测量，在计划和实施时都要有它们单独的经费。

在普通（工程）测量方面有很多文献可供实际工作和教学参考，本书未将这些内容列入。特别是，还有一些大型的工程对现代测量的需要，本书在很多方面也未加详述来满足其要求。作为一个曾经在大型工程中工作过的测量工程师和后来在向学生讲授此课时，作者首先意识到了这一点。

本书在内容上力图使学生易于理解观测值的处理、控制测量的几何图形与最优化技术之间的紧密联系。这里最优化技术是加强平差时和平差后观测权系数作用的技术。已故 J. M. 泰斯特拉教授创立的现代理论已被应用。与此同时已经使得许多计算既适合于各种电子数据处理系统，又可用手工方法进行。除普通测量和野外作业知识外，对工程师还需要在数学方面进行第三阶段的基本训练（最好包括统计学的数学基础和矩阵代数）。

鉴于本书的目的主要是实践，理论性的讨论和公式的详细推导尽可能避免，而在课文中以一系列的附注代替，以供想要进一步了解有关理论的读者们参考。

本书并不认为将所论述的问题都讲透了。然而它希望对测量工程师在实际工作中涉及到评价各种测量技术的优点和局限性时是够用的，从而能独立地确定其必需的最优化。

首先作者非常感谢新南威尔士大学测量系讲师 J. S. 阿尔曼先生的不断帮助，感谢他对本书内容的批评与建议，对手稿、很多例证与问题的反复核对，他对本书内容改进和增补的所有有价值的建议均被采纳。

作者还要向荷兰国家煤矿的测量工程师 J. G. D. 穆恩先生表示感谢，他为本书撰写了通过竖井传递方向和高程的第20.3.2节、20.3.3节和20.5.2节。以及感谢德尔弗特技术大学测量系讲师 N. D. 黑斯布罗克先生，他同意作者将他保存的三张图表予以复制。

作者感谢澳大利亚新南威尔士库玛雪山水电当局允许从他们的档案中选出若干作为插图予以出版。

德尔弗特技术大学测量系惠允作者使用该校学生用的平差习题集。

最后作者对世界许多国家的同行们所给予的建议和鼓励表示谢意。

P. 理夏德

1965年12月

# 目 录

<b>第一章 引言</b> .....	( 1 )
1.1 坐标 一般原理.....	( 1 )
1.2 坐标系.....	( 2 )
1.3 测量计算概述.....	( 5 )
1.4 展绘仪器.....	( 5 )
<b>第二章 面积</b> .....	( 7 )
2.1 公式.....	( 7 )
2.2 习题.....	( 8 )
<b>第三章 前方交会和后方交会</b> .....	( 10 )
3.1 前方交会.....	( 10 )
3.2 后方交会.....	( 12 )
3.3 习题.....	( 14 )
3.4 测距交会.....	( 14 )
3.5 测角和测距结合的后方交会.....	( 16 )
<b>第四章 两种线性变换</b> .....	( 17 )
4.1 引言.....	( 17 )
4.2 相似变换及其公式和应用.....	( 17 )
4.3 仿射变换.....	( 21 )
<b>第五章 平差方法引言</b> .....	( 24 )
5.1 测量结果及其评定.....	( 24 )
5.2 精度的衡量尺度——标准差.....	( 26 )
5.3 二维正态分布.....	( 27 )
5.4 均值和方差的传播定律.....	( 28 )
5.5 导出精度的概念.....	( 30 )
5.6 应用练习.....	( 32 )
<b>第六章 平差</b> .....	( 33 )
6.1 平差的定义及其有关概念.....	( 33 )
6.2 条件的线性形式表示.....	( 34 )
6.3 闭合差及改正数.....	( 39 )
6.4 方差因子 检验 可靠性.....	( 40 )
<b>第七章 联系数解法</b> .....	( 47 )
7.1 改正数的计算.....	( 47 )
7.2 平差观测值函数的精度.....	( 48 )
7.3 举例.....	( 50 )

7.4	检验过程	( 54 )
<b>第八章</b>	<b>参数解法</b>	( 58 )
8.1	改正数的计算	( 58 )
8.2	参数的精度	( 58 )
8.3	举例	( 59 )
8.4	两种解法的比较	( 63 )
<b>第九章</b>	<b>标准椭圆和标准曲线</b>	( 64 )
9.1	引言	( 64 )
9.2	曲线特性 长半轴和短半轴	( 66 )
9.3	相对标准曲线	( 68 )
9.4	标准椭圆的统计显著性	( 70 )
9.5	坐标及其协方差矩阵 (续) 协方差变换	( 71 )
<b>第十章</b>	<b>逐步平差</b>	( 79 )
<b>第十一章</b>	<b>法方程的解算</b>	( 87 )
11.1	变量求解	( 87 )
11.2	两个法方程的解算	( 88 )
11.3	多于两个法方程的解算	( 89 )
11.4	若干备注 病态法方程	( 97 )
<b>第十二章</b>	<b>平差法小结</b>	( 99 )
12.1	符号和引言	( 99 )
12.2	解算 检验	( 99 )
12.3	习题	( 103 )
<b>第十三章</b>	<b>权系数对最优化技术的意义</b>	( 106 )
<b>第十四章</b>	<b>三角形平差</b>	( 111 )
14.1	引言	( 111 )
14.2	角度观测 平差 精度和检验	( 111 )
14.3	条件方程 三角网的平差与检验	( 118 )
14.4	坐标及其协方差阵	( 135 )
14.5	外部符合条件 加密网 变换	( 137 )
14.6	自由网平差 举例	( 155 )
14.7	最优化标准	( 165 )
14.8	近似平差法	( 170 )
14.9	实用的提示 辅助测站 标志的对中	( 176 )
<b>第十五章</b>	<b>三角形平差 (续)</b>	( 179 )
15.1	坐标参数的引入	( 179 )
15.2	后方交会 问题	( 179 )
15.3	交会问题	( 195 )
15.4	侧方交会 (联合交会)	( 199 )
15.5	三边测量平差	( 202 )



<b>第十六章</b>	<b>导线测量</b> .....	( 208 )
16.1	概述.....	( 208 )
16.2	平差条件.....	( 208 )
16.3	观测角度和距离的协方差矩阵.....	( 210 )
16.4	平差方法 最小二乘平差 鲍迪奇 (Bowditch) 法及其改进.....	( 214 )
16.5	粗差判定.....	( 226 )
16.6	结点导线的平差.....	( 227 )
16.7	最优化.....	( 229 )
16.8	不能到达的端点.....	( 242 )
16.9	勘测 附加的考虑.....	( 243 )
16.10	辅助测站 与主要点不通视.....	( 244 )
<b>第十七章</b>	<b>卫星多普勒定位介绍</b> .....	( 245 )
17.1	概述.....	( 245 )
17.2	多普勒频移定位原理.....	( 247 )
17.3	周数观测的折射改正.....	( 251 )
17.4	星历.....	( 254 )
17.5	观测和平差方法.....	( 260 )
17.6	观测值的选择和筛选.....	( 262 )
17.7	精度.....	( 265 )
17.8	有关实际应用的评述.....	( 266 )
<b>第十八章</b>	<b>工程测量引言</b> .....	( 267 )
18.1	一般要求.....	( 267 )
18.2	细部测量 准直问题.....	( 269 )
18.3	激光经纬仪及其应用.....	( 273 )
<b>第十九章</b>	<b>地面上中心线的测设</b> .....	( 276 )
19.1	引言.....	( 276 )
19.2	中心线的常规勘测与放样方法.....	( 276 )
19.3	航空摄影测量和电子计算机的应用.....	( 278 )
19.4	地面 摄影测量与其它方法的比较.....	( 281 )
<b>第二十章</b>	<b>隧道和竖井测量</b> .....	( 290 )
20.1	数据.....	( 290 )
20.2	地面平面控制测量.....	( 290 )
20.3	地下中心线方位角的传递.....	( 294 )
20.4	地下中心线的放样和校核 贯通误差的估算.....	( 305 )
20.5	垂直控制.....	( 311 )
20.6	横断面.....	( 311 )
20.7	顶部螺栓位置测量.....	( 315 )
<b>第二十一章</b>	<b>用大地测量方法测定位移、移动和变形</b> .....	( 317 )
21.1	引言.....	( 317 )

21.2	地面水平位移观测 误差分析	( 318 )
21.3	建筑物的水平位移和变形	( 328 )
21.4	垂直位移测量	( 333 )
<b>第二十二章</b>	<b>地图等高线所确定的坡度、面积和体积的精度</b>	<b>( 334 )</b>
22.1	引言	( 334 )
22.2	等高线的精度	( 334 )
22.3	坡度和斜距的精度	( 345 )
22.4	面积的精度	( 346 )
22.5	体积的精度	( 353 )
<b>第二十三章</b>	<b>有关技术规定和测量记录的若干评述</b>	<b>( 355 )</b>
<b>附录 I</b>	<b>常数表 诺谟图</b>	<b>( 357 )</b>
<b>附录 II</b>	<b>习题答案</b>	<b>( 367 )</b>
<b>参考资料</b>		<b>( 371 )</b>

# 第一章 引言

## 1.1 坐标 一般原理

在测量中用坐标表示实地和地图上诸点间的相对位置有很多优点。

首先，用坐标可使计算方法简化和标准化，以它作为基本元素，计算的结果是唯一确定的。这一点对编制电子计算机的实用程序非常重要。

第二，由于坐标限制了展绘误差的传播，只此一点就要求必须使用坐标展点。由原始观测值求坐标所必需的计算中不存在这些误差传播，凑整误差保持为最小。因此，用分别计算各点坐标的方法就可以避免图解法展绘所造成的图上各点相对位置的误差（当然假设格网展绘是精确的）。采用坐标还控制了影响角度与距离在实地上测设时的误差传播。

第三，便于将各独立坐标系中的数字统一到一个通用坐标系。

第四，简化了点的辨别和管理。

由于这些原因，用人工常规方法和摄影测量方法进行重要的测量项目其控制系统都采用坐标。

地球表面的各点相对位置以三维坐标系来表示。高程在某个基准面上测定，这个基准面通常是平均海面。假定另外两个坐标 $X$ 和 $Y$ 是把地球表面的点投影到一个平面上所得的平面坐标。一般来说原点可以任意选择。坐标往往是在国家或地区坐标系中计算；也可以是由不依赖于国家坐标系的地方原点建立的通用地方坐标系。

一个地区内，基本控制网的布设关系到所有次一级辅助测量的控制网点。后者点的建立出现在第二阶段，因此，前者点的坐标不能变动。如果碎部测量所需的控制点密度不够，则第三阶段还要重复上述过程。甚至在碎部测量进行之前，需要第四阶段。这种过程称为控制测量的“加密”。对于任何一个点，不论是哪个阶段测的，都只赋予一组坐标。

坐标的精度要求，一般随测量目的不同而异。例如（为了便于讨论，只考虑了平面控制测量），对于中比例尺（比如1:10000）测图，展绘精度将决定实地测量必需的测量精度。展绘精度约为0.15mm（标准差），约相当于实地1.5m（地图的零级尺度精度）。因此，控制点精度应高于1.5m。

然而，控制点通常应适用于具有不同精度要求的各种目的的碎部测量。为此，该项测量应以相当高的精度进行。经验表明，因为精度不能满足以后的要求，测量往往必须重复进行。在多数情况下，最初稍微多做一些努力，就可避免上述情况。从长远观点来看，以高于最初认为必要的精度进行测量，则更为经济。这主要涉及控制测量，但较小程度上也涉及碎部测量。

由于低级控制点的精度不能高于固定点的精度，因此低级控制测量应以如下方式设计，即精度保持均匀并在预定的限差内，从而最大限度地利用固定点的相对精度。通常，为做到这点，要尽可能按“从整体到局部”的法则进行布设并由所谓容许误差公式保证其精度。在此过程中应顾及固定点坐标的精度。

测量通常必须以规定的最大容许偏差范围内的精度进行。收集野外观测值、计算其结果并确定其达到的精度是否符合要求，这种方法是不能令人满意的。在不合格的情况下，立即产生的困难在于确定哪部分测量没有达到标准：是距离测量或角度测量，还是基准点的精度？此外，是否观测方法和计算方法应该保持不变，而观测本身需要用其它更精密的仪器重新进行或者观测值应该用不同的方法处理？

为了回答这些问题，必须具有测量各个环节的精度分析知识。否则，不可能理解容许误差或容许误差计算公式的正确含义。不过尽管这些知识使测量结果的精度计算成为可能，但是，先测量，后判断精度的方法仍然是不可取的。

然而，上述知识打开了相反工作顺序的途径。如果基本数据（固定控制点和观测值）的精度已知或能可靠地估算，通过应用上述计算公式、选择一定的仪器和平差与计算方法，测量就可能达到预定的精度。例如考察一下联接两控制点间的导线精度。容许误差是两坐标轴方向的闭合差分量所合成的闭合差之上限。测量的最终目的是获得导线点的坐标。就导线点坐标的精度而言，只有相对于基准点的精度及各导线点间的相对精度才是至关重要的。在这方面单是容许误差公式没有给出足够的依据。然而，预先估算坐标的精度是可能的，因为它是由基准点坐标和平差角、平差距离的精度组成，在选择仪器和选择观测、平差方法方面，必须估计到其作用。当正确使用时，这个方法是非常好的和有益的。

对于判断观测值及其导出函数（如坐标）的可靠性与精度的可能性来说，统计检验理论是宝贵的补充。与精度结合在一起的可靠性概念（以后几章中详述）使特殊偏差（粗差、误差，系统的大气影响等等）获得根据充分而详尽的观念成为可能。在控制测量中这些偏差的测定（过去几乎大部分要到野外返工）用数据探测的相应方法则大为方便。

因此，当正确应用时，这样做是相当有效的，而且可防止浪费。因为它能敏锐地洞察这些偏差对以后工作的影响。

类似的情况几乎出现在所有的测量中。这一理论不仅对国家的或地区的测量有效，对于控制测量或大范围的工程项目，如水电或灌溉工程测量、城市测量等也同样有效。通常这些测量面积较小，然而，有时面积也会扩展到几千平方英里。虽然以后章节内容针对这些工程测量，但论述控制测量计算和平差的那部分具有通性，因此可普遍应用。

某些（往往经过了充分验证）判断精度和测量最优化的方法从现代的发展看来似乎已经变得过时。但它们仍然作为讨论的课题。由于实践中还有广泛的应用，应该弄清它们的局限性是什么，以及在更加全面的理论基础上以什么方式和在什么程度上对其加以舍弃或吸收，使之成为更加普遍而适用的方法。

工程测量只是和工程进度连系在一起，本身并没有目的。和工程的全部费用相比，测量的费用是很小的，可是必须记住，在该区域的测量还没有预先以高质量完成之前，设计和施工不可能正常地进行。如果缺乏远见或对内、外业组织得不好，有时甚至会发生由于测量误差而使得设计和施工必须作出重大改变的情况。

## 1.2 坐标系

控制点的坐标以 $X$ 、 $Y$ 、 $H$ 来表示，分别称之为纵坐标、横坐标和基准面上的高程，高程和其它两个坐标不同，因为两点间的高程之差可以通过观测这些点在特定水平面上的相应

垂线长度之差而直接获得，这个水平面往往选择平均海水面。这不会引起实用上的困难。

地球表面上点的平面坐标 $X$ 、 $Y$ 的计算由两个阶段完成，即将观测的方向或角度和距离归算到与海平面接近的参考面（椭球面或球面），由此参考面再投影到平面。方向观测值归算到海平面是根据它们的方位角、观测站的纬度和高程来进行的。在正常情况下归化值最大为 $0.35''$ 。

因为实地的直线经过投影一般变为曲线，如果投影中两点间的直线用于计算，方向观测值必须施加一项专门的改正，即所谓“弧—弦”或 $(t-T)$ 改正。同时，测得的距离由于尺度的改变也应加以改正。这些改正（例如参阅 [166]）与投影的类型和相对于原点的位置有关。然而，如果原点的选择，使这些改正为极小，那么在至其它控制点的视线距离比较短的有限区域内，进行低级控制和碎部测量时，则弧—弦改正可忽略不计。

此外，还假定所有的归算和改正均已进行，而且纵坐标 $X$ 和横坐标 $Y$ 是平面坐标。

### 1.2.1 笛卡儿直角坐标系

常用的坐标系是图1.1所示的笛卡儿直角坐标系，图中 $O$ 是原点。

虽然，一般都假定 $X$ 坐标指向北，但在局部系统中它可以是指任意方向，例如沿着导线 $AB$ 的方向可看作是 $X$ 坐标，而通过 $A$ 点垂直 $AB$ 的直线是 $Y$ 坐标，见图1.1。局部系统以 $\bar{X}$ 、 $\bar{Y}$ 表示。两个坐标系间的关系由一定的转换公式给出。

直线 $AB$ 的方位角以 $\phi_{AB}$ 表示，由 $X$ 坐标轴开始按六十进制的 $0^\circ$ 到 $360^\circ$ ①顺时针测量。 $d_{AB}$ 表示两点间的距离。

为了便于用代数方法计算，采取以下惯用符号。象限编号如图1.2所示（顺时针）， $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$ 的符号如表1.1所示。

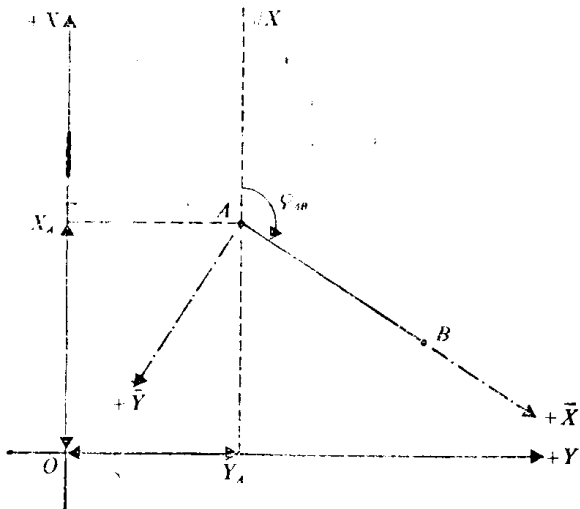


图 1.1 直角坐标系

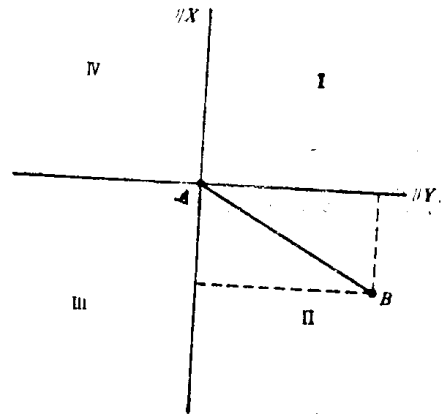


图 1.2 象限

下面将举例说明。

观测方向以 $\alpha_{AB}$ 、 $\beta_{AB}$ 等表示，下标指由测站 $A$ 向测站 $B$ 观测。以任意子午线定向。观测角一般用一个下标表示，如 $\alpha_A$ 、 $\beta_A$ 等，指由测站 $A$ 观测。

① 本书不采用百进制。书末列出了两种进位制的换算表(附录 I)。

表 1.1

	象 限	sin	cos	tan
I	$0^\circ < \phi < 90^\circ$	+	+	+
II	$90^\circ < \phi < 180^\circ$	+	-	-
III	$180^\circ < \phi < 270^\circ$	-	-	+
IV	$270^\circ < \phi < 360^\circ$	-	+	-

由测站A、B的坐标计算方位角 $\phi_{AB}$ 和距离 $d_{AB}$ 的公式为:

$$\tan\phi_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \quad (1.1)$$

和

$$d_{AB} = \frac{X_B - X_A}{\cos\phi_{AB}} = \frac{Y_B - Y_A}{\sin\phi_{AB}} = \{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.2)$$

计算的过程为: (坐标相减)  $\Delta X = X_B - X_A$  和  $\Delta Y = Y_B - Y_A$ ; (相除)  $\Delta Y / \Delta X = \tan\phi_{AB}$  或  $\Delta X / \Delta Y = \cot\phi_{AB}$ , 取其值在 -1 和 +1 之间者; 三角函数值已编成子程序存贮在计算机内。

$\Delta X / \cos\phi_{AB}$  和  $\Delta Y / \sin\phi_{AB}$  以及函数  $d_{AB}^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2$  可为  $\tan\phi_{AB}$  值和其他计算提供检核。但是不能检核最初算得的坐标差  $(X_B - X_A)$  或  $(Y_B - Y_A)$  的差错。

计算可按表1.2排列。

由坐标计算方位角和距离

表 1.2

测站 B	$X_B$	$Y_B$	$\sin\phi_{AB}$	$d^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2$
A	$X_A$	$Y_A$	$\cos\phi_{AB}$	
	$\Delta X = X_B - X_A$	$\Delta Y = Y_B - Y_A$	$(\cot)\tan\phi_{AB}$	
			$\phi_{AB}$	
B	-5645.75	-57129.48	-0.527312	1060.25
A	-6546.61	-56570.40	+0.849671	
	+ 900.86	- 559.08	-0.620607	
			328°10'33"	

表中列举的数字其方位角和距离是根据坐标

$$X_A = -6546.61 \quad Y_A = -56570.40$$

$$X_B = -5645.75 \quad Y_B = -57129.48$$

算得的。

### 1.2.2 极坐标

点的相对位置也可用极坐标确定(图1.3)。假定以P点为极, A点的位置由距离  $PA = R$  (称为极半径) 和以固定直线PQ为基准的角度  $\theta$  (称为极角) 给出。

若极点P的直角坐标  $X_P$ 、 $Y_P$  已知, 转换到直角坐标系的公式由图可知为

$$\begin{aligned} X_A &= X_P + R \cos(\phi_{PQ} + \theta) \\ Y_A &= Y_P + R \sin(\phi_{PQ} + \theta) \end{aligned} \quad (1.3)$$

如果极点P与原点一致, 且PQ沿着X轴, 则上式变为

$$X_A = R \cos \phi_{PA} \quad (1.4)$$

$$Y_A = R \sin \phi_{PA}$$

反之,

$$R^2 = (X_A - X_P)^2 + (Y_A - Y_P)^2$$

$$\tan(\phi_{PQ} + \theta) = \frac{Y_A - Y_P}{X_A - X_P} \quad (1.5)$$

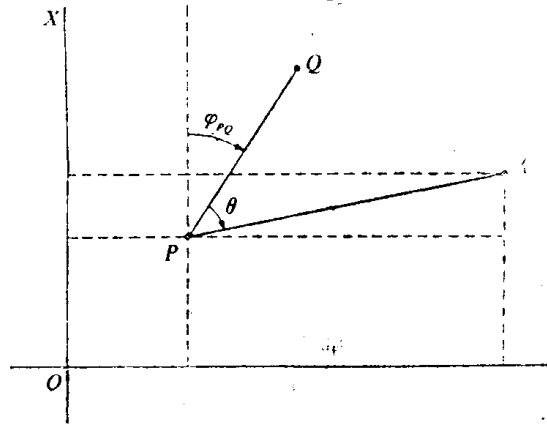


图 1.3 极坐标

### 1.3 测量计算概述

测量计算过去是用手摇或电动台式计算机和计算表格进行的。这样,对各类计算都有其特殊的设计。其特点在于对结果的正确性提供了独立的检核。

当代的电子计算机和完善的程序设计已使计算表格和检核几乎是多余的。还可用袖珍式电子计算器进行计算。然而计算速度之高已使简单的重复计算或反算变得非常方便,从而独立检核几乎成为意义不大的事。此外,为求对数和三角函数值,程序中编有子程序,使得查表几乎废除。

供测量计算用的电子计算机程序的编制问题本书不拟加以论述。计算将以表格形式安排,如表1.2所示。

测量问题的图解法也已失去它的重要性。虽然图解法比数字解法往往快而直观,但它决不能和后者竞争,因为它和电子计算机的速度无法比拟。

### 1.4 展绘仪器

供精密展绘极坐标和直角坐标以及描绘地形的自然和人工地物用的设备很多,多数情况下是根据航摄像片测量的。当前北美和欧洲生产的自动平台式坐标展点仪特别适合这种用途,尤其适用于大量坐标点的展绘,例如,地籍测量中的边界坐标点、土地再分配计划,导航及定位的台卡定位图,港口和海岸测量中的水深测量图,道路施工剖面图等。

适用于专门目的的程序经计算机处理后,其输出就成为自动坐标仪的输入。此系统由三个基本部件组成:

1. 输入/输出设备,
2. 电子控制系统,
3. 带有辅助装置的绘图桌。

它们还有下述功能:(见:[203])

1) 在不同的制图材料上离散点可按预定深度刺点(刻痕)。在多数情况下,刺点能用打印机或摄影曝光装置生成的符号和数字加以标注和识别。绘图桌上刺点工具的定位精度为

0.02~0.05mm量级，它完全能符合绘图容许误差的要求。

2) 地图和平面图用不同粗细的直线和曲线描绘。可用铅笔、圆珠笔或快速绘图头来完成。绘图工具安装在回转头上，使所需的工具能按计算机的指令自动选用。

定位和展绘通过适当的编码输入由电子装置控制。

地图可用蓝宝石刻针代替绘图工具在涂膜片上刻绘。

最新的一些自动平台绘图仪装有光刻和晒印设备，它们配合图形、字母和符号的光线投射以不同粗细的线曝光，这种作业方式的坐标展点仪必须在暗室条件下操作。

3) 已有的地图和平面图的数字化本质上是展绘的逆处理。已有的绘图资料转化为数字地形模型，它可用以建立数据库或者在计算机中重新处理成所需要的数字或图解的不同表示形式。

图1.4和1.5是当前市场上供应的几种直角坐标展点仪中的两种。

另一种自动绘图机是滚筒式绘图机，其绘图纸装在滚筒上而不是展开在平台上，这种绘图机通常很少用于高精度绘图。

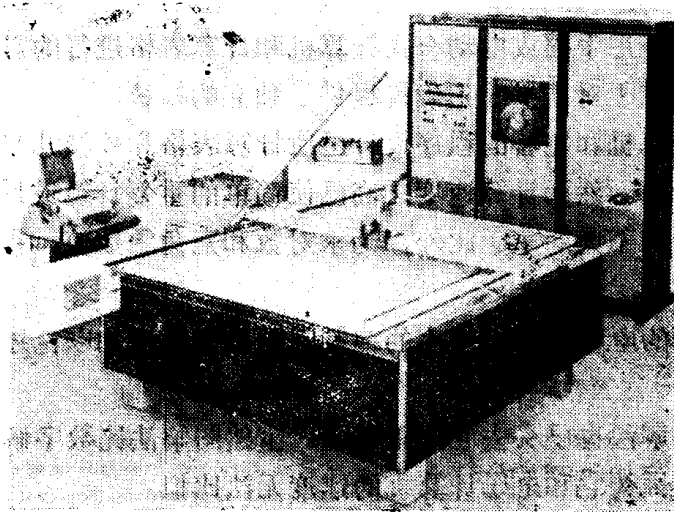


图 1.4 Coradomat坐标展点仪 (瑞士)



图 1.5 Gerber自动绘图系统



## 第二章 面积

### 2.1 公式

本章将导出由已知坐标的点构成的多边形面积的计算公式。

假定 $\triangle ABC$ 已知，且点A、B、C的坐标分别为 $X_A, Y_A, X_B, Y_B$ 和 $X_C, Y_C$ (图2.1)

根据解析几何， $\triangle ABC$ 的二倍面积可用行列式表示为

$$2A_1 = \begin{vmatrix} X_A & Y_A & 1 \\ X_B & Y_B & 1 \\ X_C & Y_C & 1 \end{vmatrix} \quad (2.1)$$

式中 $A_1$ 是面积。如果A、B、C按顺时针排列，则 $A_1$ 视为正。

展开(2.1)式得

$$2A_1 = X_A(Y_B - Y_C) + X_B(Y_C - Y_A) + X_C(Y_A - Y_B) \quad (2.2)$$

此式是环状的。

同理，可得第二个三角形 $CBD$ (与 $\triangle ABC$ 相邻)的面积

$$2A_2 = X_C(Y_B - Y_D) + X_B(Y_D - Y_C) + X_D(Y_C - Y_B) \quad (2.3)$$

这样，将(2.2)和(2.3)式相加得四边形 $ABCD$ 的二倍面积为

$$2A = X_A(Y_B - Y_C) + X_B(Y_D - Y_A) + X_D(Y_C - Y_B) + X_C(Y_A - Y_D) \quad (2.4)$$

归纳起来可以证明： $n$ 点的任意多边形的二倍面积为顺时针计数点的纵坐标与前后两点横坐标之差的乘积和。这个法则可简写成

$$2A = [X_n(Y_{n+1} - Y_{n-1})] \quad (2.5)$$

方括号表示总和。

此式还可写成简便式：

$$2A = [(X_n Y_{n+1}) - (Y_{n-1} X_n)] \quad (2.6)$$

根据第二列元素展开行列式可导出逆时针计的类似式子：

$$+2A = [Y_n(X_{n+1} - X_{n-1})] \quad (2.7)$$

多边形 $ABCDE$ 的公式排列示于图2.2。作为检核，用公式(2.7)之后，从 $X_B$ 开始按顺序再计算一次。

如果点数为偶数，这样的计算顺序不能进行。但是，可通过重复最后一点的坐标使点数不为偶数，这样增加了一个零面积的三角形。

只要严格地遵守计数的方法，这个公式对任何形状的多边形都是适用的。例如图2.3中各点应该按图示编号。

上述方法中，把多边形面积看成是若干非重叠三角形面积之和。其实这并没有必要，因

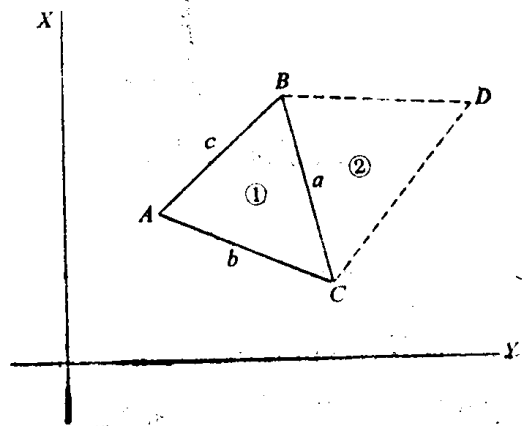


图 2.1