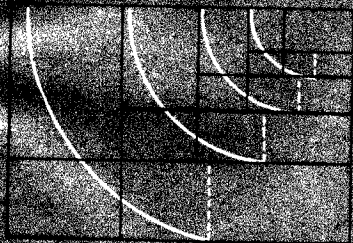


保险业务数学模型 及其应用

徐贻林 编著



黑龙江科学技术出版社

责任编辑: 翟明秋

保险业务数学模型及其应用

徐明林 等著

黑龙江科学技术出版社出版发行

(哈尔滨市南岗区建设街 35 号)

哈尔滨龙江印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 9印张 180千字

1989年6月第1版·1989年6月第1次印刷

印数: 1—8000册

定价: 3.80元

ISBN 7-5388-0769-1/N·40

前 言

数学方法是现代化管理的有效工具。《保险业务数学模型及其应用》的作者，把这个重要的管理工具引入我国保险领域，这实在是值得称道的事情。

本书用数学方法，从保费收入、责任准备金、营业费用、保险赔付、业务利润和发展速度等各个侧面，对非储蓄性保险业务活动的机理进行了深入的研究，提出了一些新的概念，揭示了保险业务活动的内在规律。由此建立的一套数学模型，为保险业进行有效的经营管理提供了定量分析的工具。在我所见到的资料中，迄今还未发现有关这方面的著述。我以为，《保险业务数学模型及其应用》一书的出版，填补了我国保险理论上的空白，开辟了一个新的研究领域，为我国数量保险学学科的建立创造了必要的条件。这可能就是本书出版的现实意义和理论意义。

经初步分析，我认为，本书所推出的一系列数学模型，主要有以下几个特点：

一是根据充足，理论性强。据我所知，为了使建模工作建立在可靠的基础之上，作者查阅了有关保险理论和数学模型等方面的资料，重温了保险领导机关关于经营方针、业务计划、成本核算和实务手续等各项规定，力求使所推出的数学模型具有充分的根据。我看，作者的努力达到了预期的目的。书中的子系列模型既有充分的根据，又对政策变化具有广泛的适应性。这是建模工作得以成功的关键。

二是结构简练，针对性强。仔细算来，书中有 216 个关系式。每个关系式一般包含 2—3 个变量，最多不超过 4 个。超过这个界限时，作者对某些变量利用单独的关系式预先进行了处理，使之变为常量。所以，大多数模型结构简练，针对性强，计算精确，使用方便，具有较强的实用性。

三是重点突出，系统性强。研究书中所给出的一系列函数表达式，很容易发现，业务发展速度和经济效益的制约关系这条主线贯穿始终。这样，就使各个函数式之间产生了有机联系，形成一个体系，从而增强了其整体的表达力，突出了建模工作的主题。

四是易于推广，实用性强。书中的模型是以初等数学为基础设计出来的，好学易懂。具有中学文化程度的保险从业人员，经过自学或短期培训，便可以掌握和使用这套数学模型。在宣传展业、签约承保、检验理赔和计划财务等各个岗位上的业务干部和管理干部，都可以使用这套模型指导自己的工作。

至于谈到保险业务数学模型的用途，我看主要有五个方面：一是为制定经营决策提供理论根据；二是为编制业务计划提供有效的工具；三是为进行计划预测提供有力的手段；四是为搞好经济核算提供适用的方法；五是为培训保险人员提供教材。我想，读者在阅读和使用本书时，会证明我的看法的。

最后，希望作者和读者在《保险业务数学模型及其应用》这本书的基础上，深入研究保险经济运行的机理，在更深的层次上和更广泛的领域中探索数学规律，迎接我国数量保险学的诞生。期望这一崭新的学术著作早日面世。

王振俭

1989年1月

目 录

第一章 引论	(1)
1.1 保险经营与数学方法.....	(1)
1.2 指标体系与计划方案.....	(3)
1.3 企业效益与社会效益.....	(5)
第二章 保费收入	(7)
2.1 保费收入的计算.....	(7)
2.2 保费收入的组成部分.....	(9)
2.3 保费增长率和成数保费.....	(11)
2.4 基础保费和增长保费的比重.....	(13)
2.5 保费收入指标的值域.....	(16)
2.6 保费和保额的相似关系.....	(17)
第三章 未到期责任准备金和营业费用	(20)
3.1 未到期责任准备金的意义.....	(20)
3.2 增提未到期责任准备金计算系数之一.....	(21)
3.3 增提未到期责任准备金计算系数之二.....	(23)
3.4 营业费用.....	(26)
第四章 保险赔付	(30)
4.1 编制保险赔付计划的意义.....	(30)
4.2 赔付率的构成.....	(31)
4.3 赔付率的极值.....	(34)
4.4 盈亏临界赔付率.....	(36)
4.5 期望赔付率.....	(41)

4.6 赔付率与保额的关系.....	(45)
第五章 业务利润	(49)
5.1 引言.....	(49)
5.2 业务利润的计算.....	(50)
5.3 第二年利润的计算.....	(58)
5.4 第二年利润的最大值和最小值.....	(63)
5.5 相邻两年利润的计算.....	(68)
5.6 业务利润的分配.....	(76)
第六章 业务发展速度	(79)
6.1 引言.....	(79)
6.2 增长速度的变动范围.....	(80)
6.3 盈亏临界增长速度.....	(82)
6.4 盈利和亏损的增长速度.....	(87)
6.5 利润为恒值的增长速度.....	(90)
6.6 利润大于恒值的增长速度.....	(92)
6.7 亏损为定值的增长速度.....	(94)
6.8 亏损大于定值的增长速度.....	(96)
6.9 期望增长速度.....	(97)
6.10 许可的增长速度.....	(99)
第七章 应用实例	(101)
7.1 经营方案的评价与论证.....	(101)
7.2 业务计划的编制与预测.....	(112)
7.3 业务统计分析 with 核算.....	(123)
第八章 计算机应用程序	(132)
8.1 概述.....	(132)
8.2 初始化处理功能及操作.....	(133)

8.3 数据输入功能及操作.....	(135)
8.4 保险业务计算功能及操作.....	(139)
8.5 图形输出功能及操作.....	(161)
8.6 打印输出功能及操作.....	(163)
8.7 数据转储功能及操作.....	(169)
8.8 数学用表打印功能及操作.....	(170)
8.9 操作使用说明功能及操作.....	(171)
8.10公式查询和使用功能及操作.....	(171)
8.11程序框图.....	(172)
附录1 非储蓄性保险业务数学关系式一览表.....	(188)
附录2 人身保险业务数学关系式一览表.....	(210)
附录3 保费增长率和临界赔付率对照表.....	(247)
附录4 保险业务利润数学用表.....	(251)
后 记.....	(278)

第一章 引 论

1.1 保险经营与数学方法

保险与数学的关系十分密切。马克思在谈到从社会总产品中扣除保险基金时指出：“至于扣除多少，应当根据现有的资料 and 力量来确定，部分地应当根据概率论来确定”

（《哥达纲领批判》，人民出版社，1965年3月第1版，第11页）。由此可见，保险与数学之间存在着亲缘关系。数学是保险经营得以顺利进行的理论基础和技术条件。

保险的社会实践证明，在经营保险业务的具体过程中，从险种设计、费率厘定、签约承保、赔案处理，到计划编制、效益分析、目标预测、决策形成以及风险管理等等，也都离不开数学这门科学的帮助。

数学方法是现代化管理的有效工具。保险业的现代化管理，不但要求对管理对象进行定性分析，而且还要求进行定量分析。只有在保险的经营活动中广泛地采用数学方法，才能更深刻更精确地揭示保险业务发展变化的规律，预测其发展变化的趋势，从而为制定经营决策提供科学依据。

当前，在各个领域中，数学模型作为重要的数学方法，在管理上得到了广泛的应用。本书试图把这个重要的数学工具引入保险领域，为改善经营管理提供定量分析的手段。

“模型”这个概念的词典意义，是指依照实物的形状和结构按比例制成的物品。这是它的本义。这类模型，我们称

之谓“形象模型”。如地球仪，就是依照地球表面的形状和结构按比例缩小而制成的地球模型。“模型”一词进入数学领域之后，被赋予了新的抽象的引申义，它表示事物之间的逻辑关系，可称之为“抽象模型”。这类模型，分为模拟模型和符号模型。

模拟模型是用一类参数表示另一类参数的模型。例如，用电平的高低来表示数字大小的模型，用线段长度来表示事物数量之间关系的模型等等，都属于模拟模型。

符号模型是用符号来表示客观事物的组成部分及其变量之间内在联系的结构。符号模型可以按照它所规定的数学规则和程序进行运算，可以推导出事物之间的逻辑关系，因而它具有很强的准确性和抽象性。这是因为，符号模型本来就是一个完整的精确的数学表达式。

数学模型作为预测和控制的手段，对于管理活动具有十分重要的作用。本书所给出的一些数学模型，对于保险的经营管理，也可能会起到同样的作用。

保险业务数学模型，与其说是一个业务问题，不如说是一个数学问题。它是用抽象的数学关系式，表述保险业务活动的目标过程及其在数量上的变化规律。书中所给出的数学模型，由符号意义、目标函数、约束条件、变化规律等部分组成。在使用这些模型时，必须注意它们的整体性、相关性和适应性。同时，由于建立数学模型时，不可能把业务活动过程所有的特性、特别是某些定性因素都包括进去，因此，在使用时要特别注意模型的特殊意义和特定条件。以上所提到的这些注意事项，大概是各个领域在使用数学模型时应该共同遵守的通用原则。

在使用保险业务数学模型时，建议按下列程序进行工作：

第一步，根据提出的目标，收集足够的业务情报信息；

第二步，分析各种指标之间的相互关系及其各种影响因素，选择（或改造）相应的计算模型；

第三步，按照问题的解法，编制（或选用本书所推荐的）电子计算机程序，并上机进行运算；

第四步，整理和研究计算结果，修正目标，作出经营决策。

本书确信，保险业务一经和数学模型紧密结合在一起，就会得到进一步的发展。

1.2 指标体系与计划方案

一般地说，保险经济业务计划指标是保险业务发展目标的具体化和数量化表现。也就是说，计划指标反映计划期用数字表示的保险业务发展的目标、规模、速度、比例和效益等等，它是保险业务发展的质量和数量的具体表现形式。

计划指标体系是一系列经济业务指标有机结合的整体，它从不同的角度描述保险业务发展的前景。所以说，保险业务发展计划的各项目标和任务，主要是通过计划指标体系反映出来的。

保险系统应该同其他系统一样，建立部门级计划指标体系和企业级计划指标体系，实行分级管理计划指标的制度。上层保险机构应该管理具有宏观意义的主要计划指标；而基层保险机构应该根据业务经营的性质、规模和范围，管理相应的计划指标。

根据实践经验看，基层保险机构的经济业务计划指标体系应该包括以下8项内容：

- (1) 保险金额及其增长率；
- (2) 保险费及其增长率；
- (3) 保额损失率及保险费率；
- (4) 保险赔款及赔付率；
- (5) 险种开发及险种计划完成率；
- (6) 承保数量及承保比重；
- (7) 赔案件数和出险率；
- (8) 保险成本和费用率。

这些指标之间存在着密切的内在联系，构成一个完整的体系，从不同的侧面说明保险业务的发展状况。

一定时期的计划指标，以及完成这些指标的各种保证措施，构成业务计划方案。制订业务计划方案必须满足三个基本条件：

一是目标的合理性，能够满足对效率和效益的最佳要求；
二是方案的选择性，有若干档次的计划方案可供比较和选择；

三是实施的可行性，具有方案能够付诸实施和确保计划目标得以实现的条件和措施。

要满足计划方案的三个基本条件，就要用数学方法搞好预测，实事求是地确定各项计划指标，特别要安排好其中的主要指标，以保证计划方案的科学性。

从保险业务实践看，保费增长率、赔付率和利润率三项指标最为活跃。它们之间的制约关系最为密切，对保险业务发展计划，以至企业效益和社会效益影响最大。因此，本书

以寻求它们三者之间的变化规律为出发点，以研究业务发展速度和保险赔付同经济效益的制约关系为主线，建立一套数学模型系统，为确定业务经济指标和编制计划方案提供计算工具。

1.3 企业效益与社会效益

社会主义保险企业同其他各类企业一样，以满足社会需要为宗旨。在这个宗旨的指导下，保险企业应该在大力提高社会效益的同时，努力提高企业经济效益，把“两个效益”紧密地结合起来。

组织社会的经济补偿，是保险机构的根本目的，也是基本任务。这应该成为保险经营的出发点和落脚点。保险机构为了实现国家所规定的根本目的，完成自己所肩负的基本任务，必须积累雄厚的保险基金，为组织经济补偿打下坚实的基础。为此，需要把保险的社会经济效益和企业经济效益统一起来。

保险的社会经济效益主要体现在三个方面：一是通过支付赔款，组织经济补偿，使受灾的企业及时恢复生产经营，使受灾的群众得以重建家园，以减少因自然灾害和意外事故造成的损失。二是通过组织防灾防损，促进社会的安全工作，减少社会财产的灭失；三是集聚建设资金，支援国家社会主义经济建设。由此可见，保险的社会经济效益不仅仅体现在支付赔款上。那种认为“赔款越多社会效益越好”的观点是不全面的。赔款越多，从反面说明社会财产在总体上灭失得越多，从而使社会总体经济效益降低。因此，保险机构应该通过自己的卓有成效的工作，尽可能使意外事故减少到

最低限度，使社会财产少受损失，少支付赔款，降低费率，使各方都受益。这应该成为制订保险业务发展计划的一条原则。

保险的企业经济利益包括在保险利润之中。但是，保险利润不仅仅包括企业利益，还包括国家和被保险人的利益。按照现行的经济核算制度，保险业务利润的55%和15%分别作为所得税和调节税上缴给国家，为国家积累建设资金；23%作为保险总准备金，用于被保险人因特大灾害事故而遭受损失时的经济补偿，使其经济利益从根本上得到保障；只有余下的7%才留给保险企业，作为发展基金、福利基金和奖励基金使用，以保证保险企业自身发展的需要。所以说，保险利润包括了国家、被保险人和保险企业三者的利益，它同企业利益不是同义语。保险企业讲究盈利，同其他行业的企业讲究盈利一样合理。因此，保险企业编制的业务发展计划，也应该包括利润指标。

当然，追求最大利润不是社会主义保险企业经营管理的唯一目标。满足社会需要和内部需要的非经济目标，对保险企业来说越来越重要。这就是说，保险企业应当制订恰当的利润计划，以取得合理的利润。

从上述观点出发，本书对保险业务利润做了一些浅显的探讨，提供了在各种情况下计算利润的数学模型，供保险经营者在实际工作中参考。

第二章 保费收入

2.1 保费收入的计算

保费是保险费的简称，是指被保险人为取得保险保障按规定向保险人所交付的费用。某种保险一定时期内的保险费，是根据保险金额（简称保额）和保险费率（简称费率）计算出来的。其计算公式是

$$B = qE \quad (1)$$

式中，

B——保险费；

E——保险金额；

q——保险费率。

式（1）表明，保险费B是保险金额E的函数，且成正比例关系，前者随后者的增长而增长。如表2—1和图2—1所示。

表2—1 保费和保额对照表

q = 0.002

百万元

E	0	20	40	60	80	100	120	140
B	0	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28
E	160	180	200	220	240	260	280	300
B	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.52	0.56	0.60

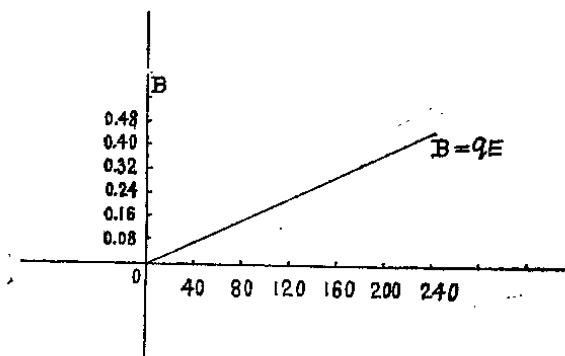


图 2—1 保费函数图象

从图 2—1 看出，函数 $B = qE$ 是一条射线，其起点为坐标原点 $O(0, 0)$ ，表明它有最小值，即 $\text{Min} B = 0$ 。同时，这条射线在第一象限内，表明它只有正值，而无负值。所以式 (1) 有 $B \geq 0$ 的性质。

从保险机构的角度来看，保险费是积累保险基金的主要来源。因此，保险机构设立保费收入指标来考核业务经营成果。

所谓保费收入，是指保险人为履行保险补偿责任按规定向被保险人所收取的费用。

式 (1) 适用于个别保费收入的计算。但是，当我们把保费收入作为一项计划统计指标，用以制订计划和考核经营成果时，则是指诸种保险或诸笔保单保费收入的总和。这时则有，

$$\Sigma B = q_1 E_1 + q_2 E_2 + \cdots + q_i E_i. \quad (2)$$

如果 q 为相同费率或平均费率时，式(2)可以变换成如下形式：

$$\Sigma B = q (E_1 + E_2 + \cdots + E_i). \quad (3)$$

通过以上分析不难看出，在保险的经济关系中，对被保险人来说，保险费是一个支出项目；而对保险人来说，保险费则是一个收入项目。这同商品交换过程中“买”与“卖”的关系相类似。

式(1)中有三个变量，知道其中的两个变量，便可求出第三个变量。

2.2 保费收入的组成部分

我们已经知道，保费收入是根据保险金额和保险费率计算出来的。但是，我们在编制和论证保险业务发展计划时，仅仅知道保费收入的来源还不够，还需要把这个指标分解为基础保费和增长保费两个有机组成部分，以便研究业务增长速度。

所谓基础保费，是指计划期保费总收入中等于基期保费收入的部分；

所谓增长保费，是指计划期保费总收入中超过基期保费收入的部分。

保费收入的两个组成部分，可用下面的数学关系式来表述：

$$B = B_0 + B_z. \quad (4)$$

式中，

B ——保费收入；

B_0 ——基础保费；

B_z ——增长保费。

讨论式(4)，很容易得出如下结论：

(1) 如果 $B_0 > 0$ ， $B_z > 0$ ，则 $B > B_0$ 。这表明保险业务有增长，它在原有的基础上扩大再经营；

(2) 如果 $B_0 > 0$ ， $B_z = 0$ ，则 $B = B_0$ 。这表明保险业务未增长，它在原有的基础上维持简单再经营；

(3) 如果 $B_0 > 0$ ， $B_z < 0$ ，且 $|B_z| < |B_0|$ ，则 $B < B_0$ 。这表明保险业务已经下降，它已经发生萎缩；

(4) 如果 $B_0 > 0$ ， $B_z < 0$ ，且 $|B_z| = |B_0|$ ，则 $B = 0$ ，这表明保险业务已经下降到最低点，业务已经停办。

保费收入是由两部分构成的，与此相联系，保额也应该由两部分，即由基础保额和增长保额构成。

所谓基础保额，是指计划期内总保额中等于基期保额的部分；所谓增长保额，是指计划期内总保额中超过基期保额的部分。由此，可以得到如下关系式：

$$E = E_0 + E_z. \quad (5)$$

式中，

E ——总保额；

E_0 ——基础保额；

E_z ——增长保额。

由式(1)、(4)、(5)还可以推导出如下三个关系式：

$$B_0 = qE_0, \quad (6)$$

$$B_z = qE_z, \quad (7)$$