

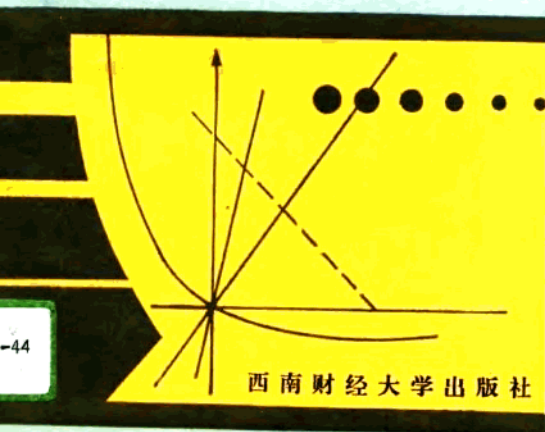
经济管理数学基础(二)

线性代数

概率论与数理统计

习题解答

主编/刘正根 倪训芳



(川)新登字 017 号

责任编辑:邓康林 侃 悟

封面设计:廖宗义

经济管理数学基础(二)

线 性 代 数

概率论与数理统计习题解答

主编 刘正根 倪训芳

西南财经大学出版社出版 (成都市光华村)
四川省新华书店经销 成都五洲彩印厂印刷

787×1092 毫米 1/32 印张 10.5 字数 220 千字
1994 年 9 月第一版 1994 年 9 月第一次印刷
印数:1—4000

书号: ISBN7—81017—839—3/F·685
定价: 12.00 元

前 言

经济类专业高等数学(二):线性代数、概率论与数理统计一书出版面世以来已三次重印,为满足广大读者要求,现编印本书的习题解答,实现与教材配套。

书中对各章习题作了详尽的解答,解题规范,解法新颖简洁。同时在各章中新增配部分客观题(答案见书后附录),期望加深读者学习、理解概念、熟悉理论、掌握方法和技能有些裨益。

本书除供本科学生学习参考外,还可供财经院校教师参考。

参加习题解答编写的有王建中、孙西芃、孙疆明、白淑敏、杨世容、杜之韩、涂小青、杨仁德、李恒琦等。其中线性代数部分、概率论与数理统计部分分别由倪训芳、刘正根审定。

由于水平有限,缺点错误难免,诚望读者批评指正。

编者

1994年7月

目 录

第一篇 线性代数 (1)

习题一 行列式 (1)

习题二 矩阵 (34)

习题三 向量及向量间的关系 (68)

习题四 线性方程组 (99)

习题五 矩阵的特征根与二次型 (127)

第二篇 概率论与数理统计 (158)

习题一 随机事件及其概率 (158)

习题二 随机变量及其分布 (181)

习题三 随机变量的数字特征 (200)

习题四 二维随机变量及其分布 (211)

习题五 中心极限定理 (235)

习题六 样本及其分布 (243)

习题七 参数估计 (251)

习题八 假设检验 (268)

习题九 方差分析 (282)

习题十 回归分析 (292)

附 录 练习题(B)组答案 (306)

第一篇

线性代数

习题一 行列式

(A)

1. 求下列排列的逆序数, 并确定其奇偶性

(1) 14325

(2) 543621

(3) 3712456

(4) 35721684

(5) $12\cdots(n-1)n$

(6) $n(n-1)\cdots 21$

解(1) $\tau(14325) = 2 + 1 = 3$

即排列 14325 为奇排列。

(2) $\tau(543621) = 4 + 3 + 2 + 2 + 1 = 12$

即排列 543621 为偶排列。

(3) $\tau(3712456) = 2 + 5 = 7$

即排列 3712456 为奇排列。

(4) $\tau(35721648) = 2 + 3 + 4 + 1 + 1 = 11$

即排列 35721648 为奇排列。

(5) $\tau(12\cdots(n-1)n) = 0$

即排列 $12\cdots(n-1)n$ 为偶排列。

$$(6) \tau(n(n-1)\cdots 2 \quad 1) = (n-1) + (n-2) + \cdots + 2 + 1 \\ = \frac{n(n-1)}{2}$$

即当 $n=4K$ 或 $4K+1$ 时, $n(n-1)\cdots 21$ 为偶排列;

当 $n=4K+2$ 或 $4K+3$ 时, $n(n-1)\cdots 21$ 为奇排列。

2. 决定 i, j 使

(1) $1i25j4897$ 为奇排列;

(2) $3927i15j4$ 为偶排列。

解 (1) $1i25j4897$ 为 9 级排列, 应由 $1, 2, \cdots, 9$, 这九个数码组成, 现缺数码 3 和 6, 从而 i, j 两数只能取 3 或 6, 下面分别讨论两种情况。

$i) i=3, j=6$ 时

$$\tau(13256897) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$ii) i=6, j=3$ 时

$$\tau(16253897) = 3 + 1 + 1 + 1 = 6$$

由题意可知, 应选取 $i=3, j=6$ 。

(2) $3927i15j4$ 为 9 级排列, 应由 $1, 2, \cdots, 9$ 这九个数码组成, 现缺数码 6 和 8, 从而 i, j 两数只能取 6 或 8, 下面分别讨论两种情况。

$i) i=6, j=8$

$$\tau(392761584) = 2 + 7 + 1 + 4 + 3 + 1 + 1 = 19$$

$ii) i=8, j=6$

$$\tau(392781564) = 2 + 7 + 1 + 4 + 4 + 1 + 1 = 20$$

由题意, 应选 $i=8, j=6$ 。

3. 写出把排列 25341 变为自然排列 12345 的那些对换。

解 $25341 \xrightarrow{(25)} 52341 \xrightarrow{(51)} 12345$ ①

4. 利用对角线法则计算下列二阶行列式

$$(1) \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} a & a^2 \\ b & ab \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} x-1 & x^2 \\ 1 & x^2+x+1 \end{vmatrix}$$

解 (1) $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \times 3 - 1 \times (-1) = 10$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \times 1 - 1 \times 0 = 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} a & a^2 \\ b & ab \end{vmatrix} = a^2b - a^2b = 0$$

$$(4) \begin{vmatrix} x-1 & x^3 \\ 1 & x^2+x+1 \end{vmatrix} = (x-1)(x^2+x+1) - x^3 \\ = -1$$

5. 利用对角线法则计算下列三阶行列式:

$$(1) \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ b_1 & b_2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

解 (1) 原式 $= (-1) \cdot 5 \cdot 6 + 3 \cdot (-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-1) \cdot 3 - 2 \cdot 5 \cdot 2 - 3 \cdot 3 \cdot 6 - (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

① 此题有多种解法。

$$=-115$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= 0^3 + 1 \cdot (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 0 \cdot 1 - \\ &\quad 1 \cdot (-1) \cdot 0 - 0 \cdot 1 \cdot (-1) \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{原式} &= 0 + ac \cdot 0 + 0 \cdot bd - 0 - ab \cdot 0 - bd \cdot 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \text{原式} &= a_1 b_2 \cdot 0 + a_2 \cdot 0 + 0 \cdot b_1 - b_2 \cdot 0 - a_2 b_1 \cdot 0 - a_1 \\ &\quad \cdot 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

6. 用行列式解下列线性方程组

$$(1) \begin{cases} 2x - 3y - 12 = 0 \\ 3x + 7y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - y + 2z = 13 \\ x + y + z = 10 \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} bx_1 - ax_2 + 2ab = 0 \\ 3bx_3 - 2cx_2 - bc = 0 \\ cx_1 + ax_3 = 0 \end{cases} \quad (\text{其中 } abc \neq 0)$$

解 (1) 方程组的系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 23 \neq 0$$

故可应用克莱姆法则。由于

$$D_x = \begin{vmatrix} 12 & -3 \\ -5 & 7 \end{vmatrix} = 69$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -46$$

所以方程组的唯一解为

$$x = \frac{D_x}{D} = 3, \quad y = \frac{D_y}{D} = -2$$

(2) 方程组的系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -5 \neq 0$$

故可应用克莱姆法则, 由于

$$D_x = \begin{vmatrix} 13 & -1 & 2 \\ 10 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -5$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 13 & 2 \\ 1 & 10 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -10$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 13 \\ 1 & 1 & 10 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -35$$

所以方程组的唯一解为

$$x = \frac{D_x}{D} = 1, \quad y = \frac{D_y}{D} = 2, \quad z = \frac{D_z}{D} = 7.$$

(3) 方程组的系数行列式为

$$D = \begin{vmatrix} b & -a & 0 \\ 0 & -2c & 3b \\ c & 0 & a \end{vmatrix} = -5abc \neq 0$$

故可应用克莱姆法则, 由于

$$D_1 = \begin{vmatrix} -2ab & -a & 0 \\ bc & -2c & 3b \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix} = 5a^2bc$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} b & -2ab & 0 \\ 0 & bc & 3b \\ c & 0 & a \end{vmatrix} = -5ab^2c$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} b & -a & -2ab \\ 0 & -2c & bc \\ c & 0 & 0 \end{vmatrix} = -5abc^2$$

所以方程组的唯一解为

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = -a, \quad x_2 = \frac{D_2}{D} = b, \quad x_3 = \frac{D_3}{D} = c.$$

7. 设 $D = \begin{vmatrix} \lambda^2 - \lambda & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$

问 (1) 当 λ 为何值时, $D=0$;

(2) 当 λ 为何值时 $D \neq 0$ 。

解 因 $D = \begin{vmatrix} \lambda^2 - \lambda & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \lambda^2 - \lambda - 2 = (\lambda + 1)(\lambda - 2)$

所以

(1) 当 $\lambda = -1$ 或 2 时, $D=0$

(2) 当 $\lambda \neq -1$ 且 $\lambda \neq 2$ 时, $D \neq 0$ 。

8. 确定下列各项应带什么符号。

(1) 在四阶行列式中, $a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$;

(2) 在五阶行列式中, $a_{13}a_{24}a_{35}a_{41}a_{52}$

解: (1) 由于 $\tau(4312) = 5$, 故四阶行列式中, $a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$ 前应带负号。

(2) 由于 $\tau(34512) = 6$, 故五阶行列式中, $a_{13}a_{24}a_{35}a_{41}a_{52}$ 前应带正号。

9. 写出四阶行列式中所有带有负号并且包含因子 $a_{11}a_{23}$ 的项

解 四阶行列式中,满足题意要求的只有唯一一项 $a_{11}a_{23}$

$a_{32}a_{44}$ 。

10. 由行列式定义证明:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

证明: 设此行列式的一般项为 $a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}a_{4j_4}a_{5j_5}$, 其中 $j_1, j_2, \dots, j_5$ 为 $1, 2, \dots, 5$ 的任一个排列, 又 j_3, j_4, j_5 中至少有一个要取到 $3, 4, 5$ 中之一数。

故行列式每一项中至少有一元素为 0。

$\therefore$ 该行列式每一项必为 0。

$\therefore$ 原行列式为 0。

11. 根据行列式的定义计算下列行列式。

$$(1) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n-1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & n \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} f(0) & f(1) & \cdots & f(n) \\ f(1) & f(2) & \cdots & f(n+1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f(n) & f(n+1) & \cdots & f(2n) \end{vmatrix}$$

其中 $f(x) = x(x-1)\cdots(x-n+1)$

解 (1) 设行列式的一般项为

$$(-1)^{r(j_1 j_2 j_3 j_4)} a_{1j_1} a_{2j_2} a_{3j_3} a_{4j_4}$$

若 $j_1 \neq 4$, 则该项为零, 因而 $j_1 = 4$, 同理若 $j_2 \neq 3$, 则该项也为零, 因而 $j_2 = 3$, 同理可得 $j_3 = 2, j_4 = 1$ 。于是得

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{r(4321)} a_{14} a_{23} a_{32} a_{41} \\ = a_{14} a_{23} a_{32} a_{41}$$

(2) 设行列式的一般项为

$$(-1)^{r(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$$

除 $a_{1n-1} a_{2n-2} \cdots a_{n-1} a_n$ 外, 其余项全部为零, 所以原行列式

$$D = (-1)^{\overline{r(n-1) n-2 \cdots 1n}} a_{1n-1} a_{2n-2} \cdots a_{n-1} a_n$$

$$= (-1)^{\frac{(n-1)(n-2)}{2}} n!$$

(3) 原行列式为

$$D = (-1)^{r(54321)} a_{15} a_{24} a_{33} a_{42} a_{51} + (-1)^{r(43215)} a_{14} a_{23} a_{32} \\ a_{41} a_{55} \\ = 240$$

(4) 由于 $f(i) = 0, i = 1, 2 \cdots n-1$

$$f(n) = n!$$

所以原行列式中,次对角线以上的元素全为零,次对角线上的元素都等于 $n!$ 仿 §1.2 例 2 可得,原行列式之值为

$$D = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} (n!)^{n+1}.$$

12. 四阶行列式是否能仿用二、三阶行列式的对角线法则来计算? 为什么?

答 不能,因为由 §1.2 定义 1.5 知四阶行列式的展开式中共有 $4! = 24$ 项,而用对角线法则来计算只 8 项。

13. 用行列式的性质计算下列行列式

$$(1) \begin{vmatrix} 34215 & 35215 \\ 28092 & 29092 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \quad (4) \begin{vmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & -6 \\ -2 & \frac{1}{2} & 4 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$$

$$(6) \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}$$

解 (1) $\begin{vmatrix} 34215 & 35215 \\ 28092 & 29092 \end{vmatrix}$
 $\quad \quad \quad \times (-1) \uparrow$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{vmatrix} 34215 & 1000 \\ 28092 & 1000 \end{vmatrix} \\
 &= 1000 \times \begin{vmatrix} 34215 & 1 \\ 28092 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= 6123000
 \end{aligned}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{smallmatrix}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 8$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & -6 \\ -2 & -\frac{1}{2} & 4 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 8 \times \begin{vmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ -2 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

二、三列相同

$$\begin{aligned}
 (5) & \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{smallmatrix}} \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{smallmatrix}} \begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix} \\
 & \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{smallmatrix}} \begin{vmatrix} x & x & 0 & 0 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 0 & 0 & y & y \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix} \\
 & \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{smallmatrix}} \begin{vmatrix} x & x & 0 & 0 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 0 & 0 & y & y \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \text{---} \\ \text{---} \end{smallmatrix}} \begin{vmatrix} x & x & 0 & 0 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 0 & 0 & y & y \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

$$= \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & y & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -y \end{vmatrix}$$

$$\text{按第一行展开} \quad x \cdot \begin{vmatrix} -x & 1 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 1 & -y \end{vmatrix} = x^2 y^2$$

$$(6) \begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}$$

$$\times (-1) \begin{matrix} \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \hline \end{matrix} \begin{vmatrix} a^2 & 2a+1 & 4a+4 & 6a+9 \\ b^2 & 2b+1 & 4b+4 & 6b+9 \\ c^2 & 2c+1 & 4c+4 & 6c+9 \\ d^2 & 2d+1 & 4d+4 & 6d+9 \end{vmatrix}$$

$$\times (-2) \begin{matrix} \uparrow & & \uparrow \\ \hline \end{matrix}$$

$$\times (-3) \begin{matrix} \uparrow \\ \hline \end{matrix} \begin{vmatrix} a^2 & 2a+1 & 2 & 6 \\ b^2 & 2b+1 & 2 & 6 \\ c^2 & 2c+1 & 2 & 6 \\ d^2 & 2d+1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

第三、四列成比例

14. 用行列式的性质证明下列各题. 图 4—1 图 4—2

$$(1) \begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3$$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & a & a-b & a-c & a-d \\ -a & 0 & b & b-c & b-d \\ b-a & -b & 0 & c & c-d \\ c-a & c-b & -c & 0 & d \\ d-a & d-b & d-c & -d & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{证明 (1)} \because \text{左边} &= \begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\ &\quad \begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \times(-1) \end{matrix} \\ &= \begin{vmatrix} (a-b)(a+b) & b(a-b) & b^2 \\ 2(a-b) & a-b & 2b \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{按第三行展开} \begin{vmatrix} (a-b)(a+b) & b(a-b) \\ 2(a+b) & a-b \end{vmatrix} \\ &= (a-b)^2 \begin{vmatrix} a+b & b \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ &= (a-b)^3 \\ &= \text{右边} \end{aligned}$$

$\therefore$ 原等式成立。

$$(2) \text{ 设 } D = \begin{vmatrix} 0 & a & a-b & a-c & a-d \\ -a & 0 & b & b-c & b-d \\ b-a & -b & 0 & c & c-d \\ c-a & c-b & -c & 0 & d \\ d-a & d-b & d-c & -d & 0 \end{vmatrix}$$

每一行提公因子

(-1) 到行列式前面

$$(-1)^5 \begin{vmatrix} 0 & -a & b-a & c-a & d-a \\ a & 0 & -b & c-b & d-b \\ a-b & b & 0 & -c & d-c \\ a-c & b-c & c & 0 & -d \\ a-d & b-d & c-d & d & 0 \end{vmatrix} = -D'$$

又根据 §1.3 性质 1 可知 $D=D'$

得 $2D=0$ 即 $D=0$ 。

15. 用三角形法计算下列行列式：

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 & -3 \\ 1 & -6 & -2 & 1 \\ -3 & 5 & 2 & 0 \\ 4 & -12 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & \cdots & 3 \\ 3 & 2 & 3 & \cdots & 3 \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & 3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & n \end{vmatrix} \quad (4) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 5 & 2 & 6 \\ 3 & 4 & 3 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 6 & 6 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(6) \begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$$