装配尺寸链和工艺尺寸链的计算

〔苏〕И.С.梭罗宁 С.И.梭罗宁 著

李纯甫 译 唐金松 校

海科学技术文献出版社

И. С. СОЛОНИН, С. И. СОЛОНИН

РАСЧЕТ СБОРОЧНЫХ
И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
РАЗМЕРНЫХ ЦЕПЕЙ

Москва «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 1980

装配尺寸链和工艺尺寸链的计算

〔苏〕И. С. 梭罗宁　С. И. 梭罗宁　著
李纯甫　译　　唐金松　校

*

上海科学技术文献出版社出版
(上海市武康路2号)
新华书店上海发行所发行
上海市印刷十三厂印刷

*

开本 850×1168 1/32　印张 4　字数 107,000
1986年1月第1版　1986年1月第1次印刷
印数：1—18,100
书号：15192·411　定价：1.05元
《科技新书目》102-246

原　　序

研制新结构的机器、设备与仪器时，最主要的要求是在降低单位功率或产量成本的前提下，获得最大的经济效益。对于机器制造与金属加工产品来说，在解决提高质量、降低劳动量与制造成本方面所提出的任务方面，其特殊手段之一是利用尺寸链理论进行精度计算。计算与分析尺寸链是机器设计的必要步骤之一，由此保证机器的结构工艺性。机器的制造质量与耗费的劳动量，很大程度上取决于正确规定各种不同装配件中零件的尺寸公差。

毫无根据地规定公差往往会增加生产费用。如公差太小，则需更精密的加工设备与装置，零件的制造周期就延长；公差太宽，则装配时修配工作增多，制造机器的劳动量增加，成本提高。

合理地规定零件的直径尺寸公差，并没有什么特殊困难，因为圆柱配合已经有了编制的公差与配合标准，并且还有便于选择各种连接配合的指导性资料。

但是，除直径尺寸外，还有长度尺寸与角度尺寸。长度尺寸决定零件轴线之间与表面之间的距离，而角度尺寸则决定零件各表面或轴线的相对位置(平行度与垂直度)。

没有关于确定长度尺寸公差与角度尺寸公差的指导性资料，而且要编制这样的资料也是很困难的。因为很多生产与使用特性方面的因素会影响这些公差量，因此，只有根据尺寸链理论，针对每一个具体情况作相应的计算，才能合理地确定长度尺寸和角度尺寸的公差。

尺寸链理论不仅在设计机器时有重要作用，在拟定机器装配与零件机械加工的工艺过程时，也有重要作用。工艺师根据查找与分析装配尺寸链，可以恰当地确定机构与机器的装配方法，精确地评定零件各个尺寸对各装配件精度的影响，以及查明装配时出

现废品的原因。

拟定零件的机械加工工艺过程时，通过查找与计算工艺尺寸链，能使工艺师有根据地规定零件各加工尺寸的工序余量与公差，确定毛坯尺寸和修正各个工序与各次走刀顺序，以保证零件长度尺寸达到给定的精度。

目 录

第一章　尺寸链原理与计算

§1-1 基本概念与定义

由决定一个零件或装配件中多个零件轴线间和表面间相对位置精度的若干尺寸形成的封闭链，称为尺寸链。

决定一个零件的轴线间和表面间相对位置精度的尺寸链，称为零件尺寸链(图1)。决定装配件中多个零件的轴线间和表面间相对位置精度的尺寸链，称为装配尺寸链(图2)。

零件尺寸链与装配尺寸链，都称为设计尺寸链，因为这些尺寸链是由零件与装配件的结构设计所形成的。除了设计尺寸链之外，还有工艺尺寸链。工艺尺寸链用以表示工艺过程中零件各被加工尺寸之间的关系或工艺系统(机床、夹具、刀具与被加工零件)尺寸之间的关系。图3所示为工艺过程中决定余量尺寸Z与工艺尺寸S_1及S_2之间关系的工艺尺寸链实例。

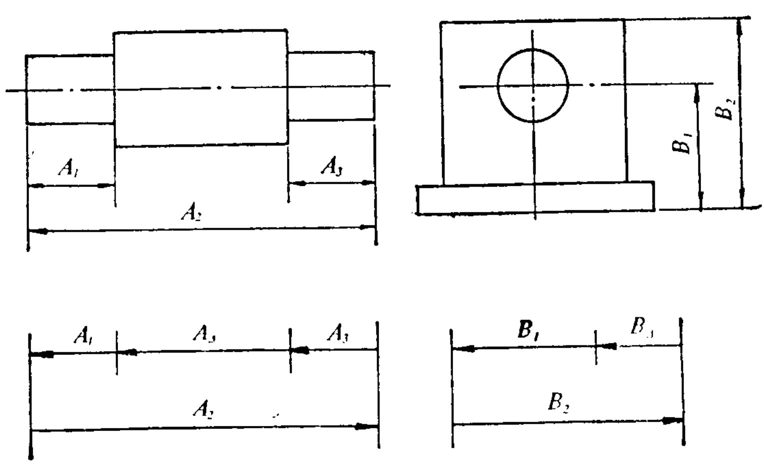

图1　零件尺寸链实例

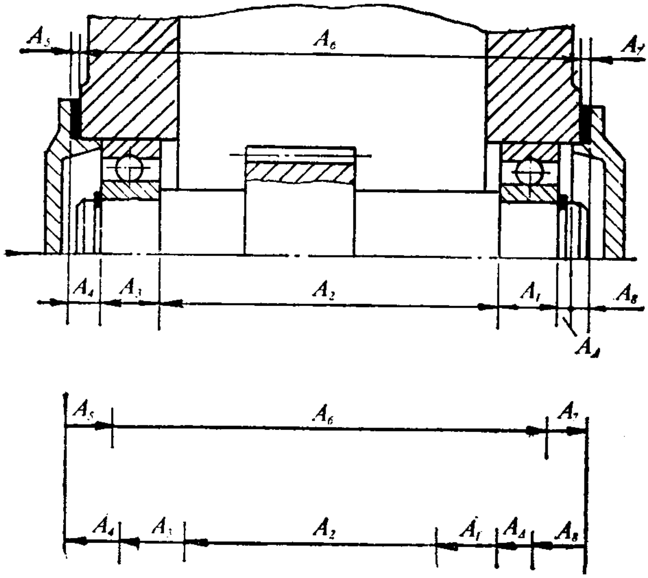

图 2　装配尺寸链

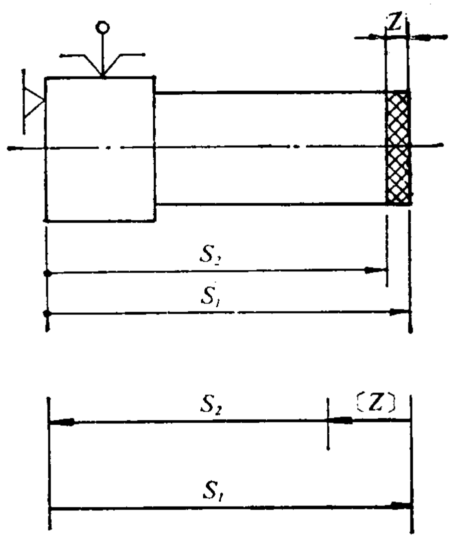

图 3　工艺尺寸链

每一个尺寸链包含一个被称为初始环或封闭环的环，链中所

有其他各环都称为组成环。

决定其余各环尺寸精度的尺寸，称为尺寸链的初始环。以初始环为依据，决定各组成环尺寸公差和极限偏差。在零件制造过程中或装配件的装配过程中，初始环便成为封闭环，因为在这种情况下，该环是在尺寸链形成封闭的最后顺序中才最终形成的。在零件工作图上封闭环(初始环)的尺寸通常都不标注，因为在零件图上标注出各个尺寸之后，自然就会得出这一尺寸来。

装配尺寸链中的封闭环，可以是由技术条件中规定精度要求的间隙、长度尺寸或角度尺寸。工艺尺寸链中的封闭环，可以是被加工零件的余量尺寸，也可以是零件的设计尺寸，但不是工艺尺寸。工艺尺寸是指完成某一次走刀或一道工序而直接得到的尺寸。

零件尺寸不可能绝对准确，总会有误差。在工作图上零件容许误差用公差表示。零件的尺寸误差可以是一维误差和二维误差。一维误差只决定于相对于公称尺寸的偏差大小，称为简单误差或标量误差。相对于长度尺寸与角度尺寸公称值的实际偏差，便属于标量误差。二维误差决定于尺寸偏差的大小与方向，称为矢量误差。圆柱表面间的偏心或径向跳动，便是这类误差。

长度尺寸通常用毫米表示，角度尺寸用度表示。这些尺寸的容许偏差相应地用百分之一毫米或百分之一度表示。表面间或轴线间相对位置的容许偏差(平行度偏差、垂直度偏差等)，在工作图上通常用百分之一毫米与一定基准长度(100、300、500mm 等)之比的形式表示，即角的正切的形式，例如 0.05/300。因此，这类偏差属于角度尺寸。

如果尺寸键中全部环都相互平行而且都是长度尺寸，则这类尺寸链称为线性尺寸链(参看图 1～3)。

如果尺寸链由处于一个平面或几个平行平面内的长度尺寸环所组成，但全部环或部分环相互间排列成某种角度，则这类尺寸链称为平面尺寸链(图 4)。

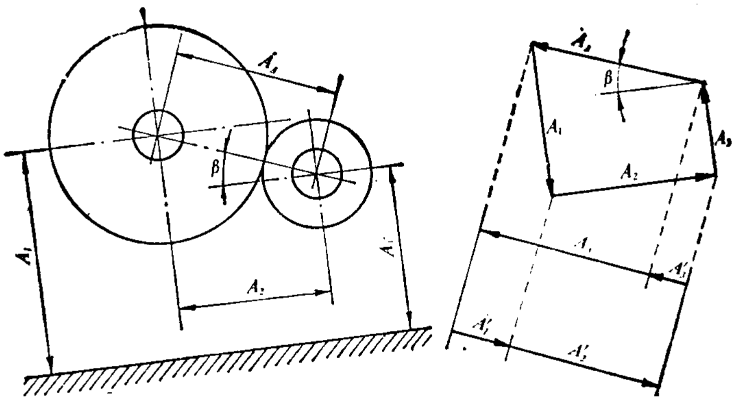

图 4 平面尺寸链

如果尺寸链由决定各零件表面间或轴线间的相对位置的角度或其正切形式表示的尺寸环所组成，并且全部尺寸都处在一个平面或几个平行平面内，则这类尺寸链称为角度尺寸链(图 5)。

尺寸链各环处于不互相平行的平面内的尺寸链，称为空间尺

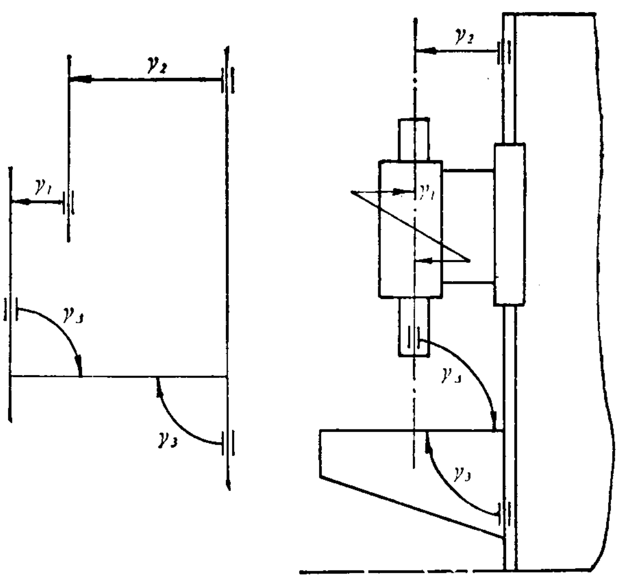

图 5 角度尺寸链

寸链。线性尺寸链与平面尺寸链都可以用图线表示，线性尺寸链用一系列各边界线间的任意长度线段组成的简图的形式表示，平面尺寸链用任意长度线段组成封闭轮廓的形式表面(参看图1～4)。

如果角度尺寸链的组成环为平行度与垂直偏差，则该角度尺寸链简图往往用具有直角的封闭轮廓的形式表示(参看图5)。

尺寸链的组成环分增环与减环。如某一环增大时封闭环也增大，则该环称为增环；如某一环增大时封闭环反而减小，则该环称为减环。可以利用箭头指向来决定线性尺寸链与平面尺寸链中环的类型。表示封闭环与减环的线段，其箭头指向左方；表示增环的线段，其箭头指向右方(参看图1～4)。按这一规则能由尺寸链简图直接决定尺寸链各环的类型。为此，表示封闭环的线段应画上左向箭头，并且沿这一箭头指向绕尺寸链简图行走一周，在各组成环上都给出箭头*。

在装配尺寸链中，会遇到轴孔连接或凸块与凹槽连接中用间隙表示的环，这类环称为间隙环。间隙环的公称尺寸等于零，但是由于间隙的影响将使连接件的轴线或表面间发生相对偏移(图6)。

产品中可以有多个尺寸链。每一个链用一定字母表示。通常，长度尺寸链可用英文字母表示，角度尺寸链可用希腊字母表示。每个组成环标注带顺序号的下标，顺序号由封闭环左方算起。封闭环标注下标 Δ。例如：A_Δ, A_1, A_2, A_3 及 B_Δ, B_1, B_2 等。

计算尺寸链，就是要解决如下两个问题：

1．按已知的封闭环公称尺寸、公差与极限偏差，决定尺寸链各组成环的公称尺寸、公差与极限偏差；

2．按已知的尺寸链各组成环尺寸、公差与极限偏差，决定封闭环公称尺寸、公差与极限偏差。

第一个问题称为设计计算，这个任务无论是设计师与工艺师都应承担。第二个问题称为检验计算，这个任务往往落在工艺师

* 此处原文未说明白，拟补充“……绕尺寸链简图行走一周，凡走向与封闭环相同的组成环给与左向箭头，走向与封闭环相反的组成环给与右向箭头。”——译注

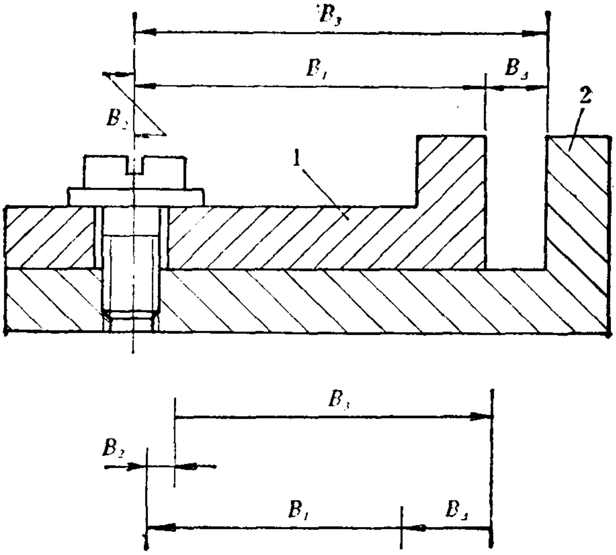

图 6　具有间隙环的尺寸链

身上。

计算尺寸链有两种方法：极大极小法与概率法。

§1-2　极大极小法计算尺寸链

计算尺寸链通常先由产品总装配图上查找尺寸链着手，画出简图，在简图上用任意长度的线段表示尺寸链各环，并按照在产品中各环的位置顺序排列。这时，即使某一个环的公称尺寸等于零，该环在简图上同样可以用具有任意长度的线段来表示。

按尺寸链简图可以决定各组成环的类型，即决定哪个组成环为增环，哪一个组成环为减环。其次，在计算方程式中，增环项前加以正号，减环项前加以负号。

根据尺寸链简图和已确定的各组成环类型，可以列出原始方程式，以表示封闭环公称尺寸、公差与极限偏差和各组成环公称尺寸、公差与极限偏差之间的关系。现在引用如下符号：A——公称尺寸；δ——尺寸公差；Δ_B——上偏差；Δ_H——下偏差；Δ_0——公差

带中点坐标；n——组成环环数。

为了说明这些符号属于哪一类环，常采用如下的下标：Δ——封闭环；i——任意组成环；j——增环；q——减环。例如，封闭环的公称尺寸与公差的符号为 A_Δ 与 δ_Δ；增环与减环的公称尺寸与公差的符号分别为 A_j，δ_j 与 A_q、δ_q 等。

封闭环公称尺寸 A_Δ 与各组成环公称尺寸 A_i 的关系，可以按尺寸链简图直接决定。例如图 7 所示简图，其封闭环公称尺寸为

$$A_\Delta=(A_1+A_2)-(A_3+A_4)。$$

一般情况下，当组成环具有任意环数时，公称尺寸方程式写成如下形式：

$$A_\Delta=\sum_{i=1}^{n}A_i=\sum_{j=1}^{n_j}A_j-\sum_{q=1}^{nq}=A_q \qquad (1)$$

式中 n_j 与 n_q 分别为尺寸链的增环数与减 环 数。由方程式 (1) 以及尺寸链简图，不难决定封闭环最大与最小极限尺寸为：

$$A_{\Delta\max}=\sum_{j=1}^{n_j}A_{j\max}-\sum_{q=1}^{n_q}A_{q\min}$$

$$A_{\Delta\max}=\sum_{j=1}^{nj}A_{j\min}-\sum_{q=1}^{n_q}A_{q\max}$$

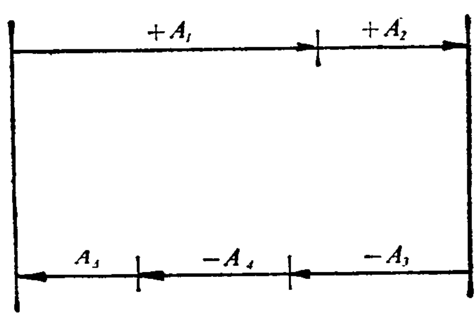

图 7　尺寸链简图

第一式与第二式相减，得

$$A_{\Delta\max}-A_{\Delta\min}=\sum_{j=1}^{nj}A_{j\max}-\sum_{j=1}^{nj}A_{j\min}$$

$$-\sum_{q=1}^{n_q} A_{q\min} + \sum_{q=1}^{n_q} A_{q\max}$$

但任一环的最大极限尺寸与最小极限尺寸之差等于该环的尺寸公差，因此上面方程式可以写成：

$$\delta\Delta = \sum_{j=1}^{n_j} \delta_j + \sum_{q=1}^{n_q} \delta_q = \sum_{j1}^{n} \delta_j \tag{2}$$

由上列 $A_{\Delta\max}$ 与 $A_{\Delta\min}$ 方程式分别减去相应的公称尺寸，便可以求得封闭环尺寸的极限偏差 $\Delta_{B\Delta}$ 及 $\Delta_{H\Delta}$：

$$\Delta_{B\Delta} = \sum_{j=1}^{n_j} \Delta_{Bj} - \sum_{q=1}^{n_q} \Delta_{Hq} \tag{3}$$

$$\Delta_{H\Delta} = \sum_{j=1}^{n_j} \Delta_{Hj} - \sum_{q=1}^{n_q} \Delta_{Bq} \tag{4}$$

极限偏差 $\Delta_{B\Delta}$ 与 $\Delta_{H\Delta}$ 还可以用另一种方法计算。这时需要预先计算出所有组成环公差带的中点坐标。第 i 环的尺寸公差带中点到该环公称值之间的距离，称为第 i 环公差带中点坐标 Δ_{Oi}，并按下式计算：

$$\Delta_{Oi} = \frac{\Delta_{Bi} + \Delta_{Hi}}{2}$$

例如 $A_i = 20^{+0.4}_{-0.1}$ mm 时， $\Delta_{Oi} = \dfrac{0.4-0.1}{2} = 0.15$ mm

如果已知尺寸 A_i 的 Δ_{Oi} 和 δ_i，则该尺寸的极限偏差为：

$$\Delta_{Bi} = \Delta_{Oi} + \frac{\delta_i}{2}; \quad \Delta_{Hi} = \Delta_{Oi} - \frac{\delta_j}{2}$$

同理

$$\Delta_{B\Delta} = \Delta_{O\Delta} + \frac{\delta_\Delta}{2} \tag{5}$$

$$\Delta_{H\Delta} = \Delta_{O\Delta} - \frac{\delta}{2} \tag{6}$$

为了计算封闭环公差带中点坐标 $\Delta_{O\Delta}$，将式(3)中的 $\Delta_{B\Delta}$、Δ_{Bj} 与 Δ_{Bq} 分别代以 $\Delta_{O\Delta} + \dfrac{\delta}{2}$、 $\Delta_{Oj} + \dfrac{\delta_j}{2}$ 与 $\Delta_{Oq} - \dfrac{\delta_q}{2}$，结果得

$$\Delta_{0\Delta}+\frac{\delta_\Delta}{2}=\sum_{j=1}^{n_j}\left(\Delta_{0j}+\frac{\delta_j}{2}\right)-\sum_{q=1}^{n_q}\left(\Delta_{0q}-\frac{\delta_q}{2}\right)$$

$$=\sum_{j=1}^{n_j}\Delta_{0j}-\sum_{q=1}^{n_q}\Delta_{0q}+\sum_{j=1}^{n_j}\frac{\delta_j}{2}+\sum_{q=1}^{n_q}\frac{\delta_q}{2};$$

由于
$$\left(\sum_{j=1}^{n_j}\frac{\delta_j}{2}+\sum_{q=1}^{n_q}\frac{\delta_q}{2}\right)=\frac{\delta_\Delta}{2},$$

所以

$$\Delta_{0\Delta}=\sum_{j=1}^{n_j}\Delta_{0j}-\sum_{q=1}^{n_q}\Delta_{0q}\text{。}\tag{7}$$

在ГОСТ16320-70中引入称为传递比的系数ξ_i；传递比用以说明组成环误差对封闭环的影响。增环$\xi_1=1$，减环$\xi=-1$。引入传递比后，式(1)与(7)可以写成如下形式：

$$A_\Delta=\sum_{i=1}^{n}\xi_i A_i,\qquad \Delta_{0\Delta}=\sum_{i=1}^{n}\xi_i\Delta_{0i}\text{。}$$

例1 图2所示为减速器轴。要求验算是否存在间隙及其值A_Δ的大小。已知：$A_1=A_3=19_{-0.12}$ mm；

$\delta_1=0.12$ mm；$\delta_3=0.12$ mm；$\Delta_{01}=\Delta_{03}=-0.06$ mm*；

$A_2=150^{-0.08}_{-0.24}$ mm；$\delta_2=0.16$ mm；$\Delta_{02}=-0.16$mm；

$A_4=A_8=10_{-0.06}$ mm；$\delta_4=\delta_8=0.06$ mm；$\Delta_{04}=\Delta_{08}$

$=-0.03$ mm；$A_5=A_7=1_{-0.015}$ mm；$\delta_5=\delta_7$

$=0.015$ mm；$\Delta_{05}=\Delta_{07}=-0.0075$ mm；$A_6=206^{+0.35}_{-0.05}$ mm；

$\delta_6=0.3$ mm；$\Delta_{06}=0.15$ mm**。在尺寸链简图中(参看图2)中组成环A_5、A_6及A_7是增环，其余组成环是减环。因此，根据式(1)、(2)、(5)、(6)及(7)可得：

$A_\Delta=(206+1+1)-(2\times19+150+2\times10)=0$；

$\delta_\Delta=2\times0.12+0.16+2\times0.06+0.3+2\times0.015=0.85$ mm；

$\Delta_{0\Delta}=(-0.0075\times2+0.15)$***$-(-0.06\times2-0.16$

$-0.03\times2)=0.475$ mm；

---

* 原文误为0.06mm——译注；** 原文误为0.20——译注；*** 原文误为0.20——译注

$\Delta_{B\Delta}=0.475+0.425=0.90\,\text{mm}$；

$\Delta_{H\Delta}=0.475-0.425=0.05\,\text{mm}$；

$A_{\Delta}=0^{+0.90}_{+0.05}\,\text{mm}$。

按极大极小法计算角度尺寸链与平面尺寸链的原理参看以后阐述。

按极大极小法计算尺寸链，是建立在如下假定的基础上，即装配产品的零件都具有极限尺寸，而且尺寸链中全部增环都具有最大极限尺寸，全部减环都具有最小极限尺寸，或者反之。当然，这样的情况有可能发生，但其实现的概率都非常小。

一般说来，按极大极小法计算尺寸链，将使尺寸链各组成环得出没有根据的过分严格的尺寸公差。因此，应该有限制地应用这一方法。这一方法常用于计算环数 $n\leqslant4$ 的尺寸链，对于 $n>4$，性能单一的产品，为了预先解决某些实际问题而按多环尺寸链计算时，也可利用这一方法。

更准确而且有科学根据的计算尺寸链的方法，是以概率论为基础的方法。

§1-3 概率法计算尺寸链

零件在机械加工时，其尺寸总有一定的误差。这些误差带有随机性，在一批被加工零件中，误差的大小是在一定范围内分散的。装配时对零件进行最终检验，抛弃尺寸超出公差带的某些零件之后，留下来的零件其尺寸误差的分散程度将处在公差带之内。

尺寸误差的分布服从随机变量的分布规律。随机变量分为离散型与连续型。尺寸误差属于连续型随机变量。连续型随机变量的分布规律可用概率密度或微分分布函数 $\varphi(X)$ 来表示，此处 X 为随机变量。

概率论中有一个定理证明：如果随机变量为多个相互独立的随机变量之和，且其中不存在数值上对总和影响特别大的独立变量，则不论这些独立变量服从哪种分布，其总和总是近似地服从正

态分布，而且独立变量的个数愈多愈精确。

封闭环误差也是这一类的随机变量，即各组成环随机误差的总和。因此，封闭环误差将服从正态分布，而且尺寸链组成环环数愈多愈精确。实际上，当尺寸链组成环环数 $n \geqslant 5$ 时，封闭环误差的分布便十分接近正态分布。

正态分布可用下式表示：

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\overline{X})^2}{2\sigma^2}}$$

这里 $\varphi(x)$——概率密度或微分分布函数；σ——随机变量的均方差；x——连续型的随机变量；$\overline{X}$——随机变量的均值；σ^2——随机变量的方差。

正态分布的图线可以用山形曲线表示（图 8a），曲线两边伸向正、负无穷远，以横坐标轴为渐近线。正态分布可以用两个参数 σ 与 $\overline{X}$ 来说明。参数 σ 说明随机变量 x 分散程度。σ 增大时，分布曲线变得比较平坦，曲线两边扩宽；σ 减小时，正态分布曲线变得比较陡峭，曲线两边变陡。参数 $\overline{X}$ 说明正态分布曲线相对于坐标轴的位置。增大 $\overline{X}$ 时，分布曲线移向右方；减小 $\overline{X}$ 时，分布曲线移向左方（图 8a）。

因为正态分布曲线两边伸向无穷远，所以随机变量 X 的分布区间等于无穷大。距离 $\overline{X}$ 远的 x 值，其概率也减小，以至达到很小值。小概率的事件很少出现，因此这样的 x 值可以忽略不计。正态分布曲线的实际应用中，横坐标用 σ 表示，x 值的分布区间规定为 $\overline{X} \pm t\sigma$，即随机变量 x 的实际分布区间等于（图 8b）：

$$\omega = (\overline{X} + t\sigma) - (\overline{X} - t\sigma) = 2t\sigma,$$

这里 $t = \dfrac{x - \overline{X}}{\sigma}$ 为分布的标准化参数。

t 值可根据 x 值落在分布区间 ω 内的概率 p 和 x 值超出分布区间 ω 的概率 $q = 1 - P$ 来选取。可以应用数理统计教科书上相应的表格选择 t 值。

通常选取 $t = 3$，与该值相对应的概率 $P = 0.9973$，$q = 0.0027$。