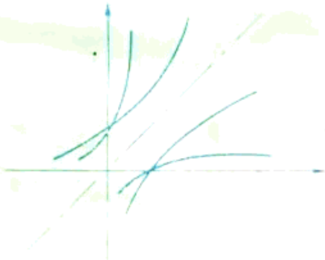
商业技工学校试用教材

商业应用数学

（上 册）

董利青 主编

黑龙江科学技术出版社



（黑）新登字第2号

责 任 编 辑：张永泰
封 面 设 计：刘连生

商业应用数学（上册）
主 编 董利清

黑龙江科学技术出版社出版
（哈尔滨市南岗区建设街35号）
哈尔滨市龙华印刷厂印刷

787×1092毫米32开本7.625印张 155千字
1993年2月第1版·1993年2月第1次印刷
印数：1—10000册 定价：3.80元
ISBN 7-5388-2062-0/F·210

前　　言

《商业应用数学》一书，是根据商业部教育司制定的技工学校各类专业教学计划，在商业部教育司中等职业技术教育处指导下，由商业部技工教材委员会组织编写的。

本书由高级讲师董利青主编。西安市服务学校讲师段东生、牛乾元，沙市商业技工学校讲师段文祥、高级讲师吴岳明，北京市第一商业局技工学校讲师李永生，浙江绍兴供销技校高级讲师姚培军、助理讲师葛松定和周亦华等参加编写。

《商业应用数学》分上、下两册。其中上册包括集合、函数、三角函数、排列、组合、二项式定理、数列等。下册包括一元微积分、概率统计初步、复数、行列式与线性方程组等。

考虑到商业技工学校的专业需要，行业特点和招收初中毕业生的实际知识水平，年龄特征及接受能力，本书在编写过程中注意到以下几点。

1。在现用初中数学教材的基础上，参阅了高中、技校、中专、成人中专、大学财经类专业的数学教材，经过精选，突出了商业行业通常需用的数学内容。

2。概念和结论的引入由具体到抽象，由特殊到一般。抽象概念的阐述力求形象，语言准确，深入浅出，通俗易懂。

3。本书选择了商业行业中的实际应用例题，使学生感到

学习数学是有用的，是十分必要的，从而增强学习数学的兴趣，为进一步学习专业课打下良好的基础。

4. 对每一章要讨论的主要问题，一开始即交待清楚，使读者心中有数，学习目标清楚。

5. 每节后附有习题，这些习题反映了教学的基本要求。每章末附有小结和复习题，以加深和加宽知识面，便于教师备课。

本书是按168教学时数（约两个学期）编写的。书中加“※”号的章节，文科类专业可以不学；加“△”号的章节理科类专业可以不学。附录中二次函数的图象和性质，一元一次不等式组和一元二次不等式，初中未学过这部分内容的，可以放在第一章前面补学；初中已学过统计初步的，可不再学习第九章统计初步。

本书在定稿过程中，由陕西师范大学教授苟增光，副教授陈菊芳，西安联合大学讲师杨资富，西安市育才中学高级教师吴子超，西安市服务学校讲师吴国昌等联合修改审稿，西安市服务学校校长、高级讲师段德川主持审定。同时，得到商业部教育司中等职业技术教育处副处长沈兴龙，商业部技工教材委员会主任刘彤宇和秘书长赵景德同志的大力支持。西安市服务学校梁治民，杨新乐协助插图。在此向以上同志及本书参阅的有关书籍和资料的作者一并致谢。

由于编写时间仓促和缺乏经验，这套教材难免有不足之处，请各地在使用过程中，汇集各方面的意见，及时告诉我们，以便再版时补充，修改，使之臻于完善。

编　　者

目　　录

第一章　集合与函数

本章在建立集合概念的基础上定义函数，并进一步研究反函数、隐函数以及函数的单调性、奇偶性。

§1.1　集合的概念

一、集合与元素

在日常生活中，我们有时需要把所观察的对象作为一个整体来想象，例如

(1) 本班的全体学生；

(2) 某商店各种型号的电视机；

(3) 10的正约数；

(4) 所有的三角形；

(5) 抛掷一枚骰子，所有出现奇数点的情形。

这些被观察的每一组对象，无论是人、物、形或事件都是确定的，其全体就称为一个**集合**（**简称为集**）。集合里的每一个对象都称作这个集合的**元素**。

集合通常用大写的拉丁字母A、B、C…表示。集合的元素用小写的拉丁字母a、b、c…表示。如果a是集合A的元素，就说a属于A，记作$a\in A$；如果a不是集合A的元素，

就说 a 不属于A，记作 $a \notin A$（或$a\overline{\in}A$）。

对于任意的一个元素 a，$a \in A$ 和 $a \notin A$ 二者必居其一，且只居其一。换句话说，对于给定的集合，其元素就是确定的。

一个集合，如果它的元素个数是有限的，就称为**有限集合**（简称为有限集）；如果它的元素个数不是有限的，就称为**无限集合**（简称为无限集）。前述(1)、(2)、(3)、(5)所表述的集合都是有限集合，(4) 所表述的集合是无限集合。如果集合里没有元素，就称为**空集合**(简称为空集)．记作ϕ。如方程 $x^2+1=0$ 在实数范围里解的集合（简称为解集）就是一个空集。

集合的元素可以是各种各样的对象。如果集合的元素是数，就称该集合为数的集合（简称为数集）。常用的数集及其专用记号是：

全体实数的集合，简称为实数集，通常记作R；

全体有理数的集合，简称为有理数集，通常记作Q；

全体整数的集合，简称为整数集，通常记作Z；

全体自然数的集合，简称为自然数集，通常记作N。

为了方便起见，我们用R^+表示正实数集，用 R^- 表示负实数集，依此类推，等等。

二、集合的表示法

表示集合的方法常用的有两种：列举法和描述法。

首先，集合是从整体上来表示一组确定的对象的，在数学上，我们用括号{ }来表示集合概念反映的这个整体。

有些集合，其元素可以一一列举出来，例如10的正约数

这个集合，其元素就是由1、2、5、10四个数组成的，这时，该集合可以表示为

$$\{1,2,5,10\}.$$

这种将集合的元素一一列举出来，元素之间用逗号分开，然后用大括号括起来表示集合的方法，叫做**列举法**。

又如，方程 $x^2-2x-3=0$ 的解集可以表示为$\{-1,3\}$.

有些集合，其元素不可能；或者不便于；不需要一一列举出来，例如，所有的三角形组成的集合，其元素就不可能一一列举出来，本班的全体学生这一集合，其元素也不便于一一写出。此时，这两个集合可以表示为

$$\{x|x \text{ 是三角形}\},$$

$$\{a|a \text{ 是本班学生}\}。$$

这种将集合中元素的公共属性描述出来表示集合的方法，叫做**描述法**，大括号内所划竖线左边是集合的代表元素，右边描述的是集合的元素所具有的公共属性。

有时，描述法有更省略的形式，例如上面的两个集合可以表示为

$$\{\text{三角形}\},$$

$$\{\text{本班学生}\}.$$

但这种省略应避免引起混淆，例如，方程$x^2-2x-3=0$的解集用描述法可以表示为

$$\{x|x^2-2x-3=0\},$$

如省略成

$$\{x^2-2x-3=0\},$$

则可误解成以方程式 $x^2-2x-3=0$ 作为唯一元素的集

合。

对于集合的表示法还需注意以下几点：

(1) 一个集合中的任何两个元素都是不相同的，也就是说，任何相同的对象在集合中只能算作一个元素。例如(2)所表述的集合，对于同一型号的电视机，无论数量多少，都只能作为一个元素列举出来。

(2) 集合中的元素不规定次序，也就是说集合$\{a, b\}=\{b, a\}$。

(3) 两种表示法有时可以互相转化，例如自然数集N有两种表示法：

$$\{1,2,3,4,5\cdots\}$$

或者 $\{x|x\text{是自然数}\}$

(4) a与$\{a\}$是不相同的。a表示一个元素；$\{a\}$表示含有一个元素的集合。

三、集合的包含和相等关系

考察集合

$$A=\{1, 3, 5\}$$

和 $B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$，

易知集合A的每一个元素也都是集合B的元素。

一般地，对于两个集合A和B，如果集合A的每一个元素都是集合B的元素，则称A是B的**子集**，也称集合B**包含**集合A或A被B包含，记作

$$A\subseteq B\ (\text{或}B\supseteq A),$$

读作“A包含于B”（或“B包含A”）。

例如：$N\subseteq R$，$Q\subseteq R$，$R\supseteq Q$，$R\supseteq Z$，等等。

当 A 不是 B 的子集时，可记作

$$A \not\subseteq B \text{（或} B \not\supseteq A\text{）},$$

读作"A 不包含于B"（或"B不包含A"）。

由子集的定义，容易得出，对任何一个集合A，都有

$$A \subseteq A,$$

即任何集合都是它自身的子集。

我们规定，空集是任何集合的子集，即对任何一个集合A，都有

$$\phi \subseteq A.$$

例　写出集合$\{a, b, c\}$的所有子集。

解　集合$\{a, b, c\}$的所有子集是

ϕ、$\{a\}$、$\{b\}$、$\{c\}$、$\{a, b\}$、$\{b, c\}$、$\{c, a\}$、和$\{a, b, c\}$。

对于两个集合 A 和 B，如果 $A \subseteq B$，且$B \subseteq A$，则称集合 A 与集合 B**相等**，记作

$$A = B,$$

读作"A等于B"。

由定义可知，两个集合相等，即是说两个集合的元素是完全相同的。例如，设

$$A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\},$$

$$B = \{-1, 3\},$$

那么

$$A = B.$$

对于两个集合A和B，如果A是B的子集，且 $A \neq B$，则称 A 为 B 的**真子集**，也称 B **真包含** A，记作

$$A \subset B \text{（或} B \supset A\text{）},$$

当 A 不是 B 的真子集时，可记作

$$A \not\subset B \ (\text{或} B \not\supset A).$$

例如，正实数集 R^+ 是实数集 R 的子集，也是 R 的真子集，即

$$R^+ \subseteq R \text{ 且 } R^+ \subset R.$$

而实数集 R 是 R 的子集，但不是 R 的真子集，即

$$R \subseteq R \text{ 但 } R \not\subset R.$$

由定义可知，对于任何一个非空集合 A，都有

$$\phi \subset A,$$

即空集是任何非空集合的真子集.

习题1.1

1. 用记号"$\in$"或"$\notin$"填空：

1___N； 0___N； -2___N；3.14___N；π___Z；

1___Z； 0___Z； -2___Z； 3.14___Z； π___Z；

1___Q； 0___Q； -2___Q； 3.14___Q； π___Q；

1___R； 0___R； -2___R； 3.14___R； π___R；

1___R^-；0___R^-；-2___R^+；3.14___R^+；π___R^+.

2. 用列举法表示下列集合：

(1) 由 a、b、c、d 四个字母组成的集合；

(2) 小于 6 的非负整数的集合；

(3) 8 和 10 的正公约数的集合；

(4) 方程 $x^2-1=0$ 的实数解集；

(5) 方程 $x^2+1=0$ 的实数解集；

(6) $\{x \mid x^2-3x+2=0\}$；

(7) {中国古代四大发明}.

3. 用描述法表示下列集合：

(1) 小于6的非负整数的集合；

(2) 方程 $x^2-1=0$ 的解集；

(3) 中国四大河流组成的集合；

(4) 所有平行四边形的集合；

(5) 所有偶数的集合；

(6) 不等式 $x^2-4\leqslant 0$ 的解集；

(7) 平方后等于4的正数的集合；

4. 判断下列等式是否成立，并说明理由。

(1) $\phi=\{0\}$；(2) $\phi=0$；(3) $\{x|x-2=0\}=2$。

5. 如果 $A=\{0, 1, 2\}$，$B=\{1, 2\}$，下列各种写法是否正确；为什么？

(1) $0\in A$；(2) $0\notin B$；(3) $\{1\}\in B$；(4) $1\subseteq A$；

(5) $\{0\}\subseteq B$ (6) $\{0\}\subseteq\{1\}$；(7) $\phi\subset A$；(8) $B\subset A$；

(9) $A\subset A$。

6. 设 $A=\{a, b, c, d\}$，说明下列哪些集合是 A 的子集？是否也是真子集？哪些不是？

(1) $A_1=\phi$；(2) $A_2=\{a\}$；(3) $A_3=\{a, c, e\}$；

(4) $A_4=\{d, c, b, a, \}$；

(5) $A_5=\{a, b, c, d, e\}$。

§1.2 集合的运算

某售货员昨天卖出中国象棋、围棋、扑克牌三种文体用品，今天卖出中国象棋、国际象棋、扑克牌、跳棋四种文体

用品，问两天共卖出多少种文体用品？

显然，这里不能用通常的算术方法（$3+4=7$）来回答，它需要一种新的计算方法，即下面我们就要介绍的集合的并、交、差等运算方法。

一、并集

设该售货员昨天和今天卖出商品种类的集合分别为

$A=\{$中国象棋，围棋，扑克牌$\}$

和

$B=\{$中国象棋，国际象棋，扑克牌，跳棋$\}$，

则两天共卖出商品种类的集合为

$C=\{$中国象棋，围棋，国际象棋，扑克牌，跳棋$\}$。

显然集合 C 是由集合 A 和 B 的所有元素合并在一起组成的。其中相同的元素只取一个，如集合 A、B 中都有的元素“中国象棋”、“扑克牌”。

一般地，对于集合 A 和 B，由属于 A 或者属于 B 的所有元素组成的集合，称为 A 与 B 的**并集**。记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”，即

$$A\cup B=\{x\,|\,x\in A\text{或}x\in B\}。$$

例如，某商店昨天接待外宾的国籍的集合是 $A=\{$日本，美国，匈牙利，俄罗斯，德国$\}$，今天接待外宾的国籍的集合是 $B=\{$日本，俄罗斯，新加坡，澳大利亚$\}$，则 $A\cup B$ 表示这两天共接待外宾的国籍。即

$A\cup B=\{$日本，美国，匈牙利，俄罗斯，德国，新加坡，澳大利亚$\}$。

为了直观起见，我们常用一个圆圈（或一条封闭曲线）

来表示一个集合，圆圈（或封闭曲线）内部表示这个集合的所有元素。

图 1.1 中的阴影部分即表示集合 A 与 B 的并集。

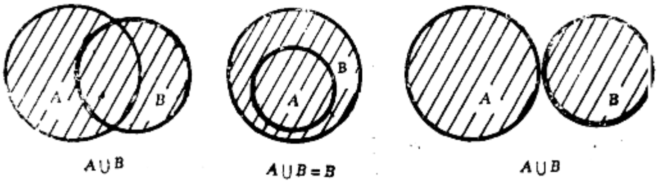


图 1.1

例 1　设 $A=\{x|-1\leqslant x<2\}$，$B=\{x|0<x<3\}$，求 $A\cup B$。

解　$A\cup B=\{x|-1\leqslant x<2\}\cup\{x|0<x<3\}$

$=\{x|-1\leqslant x<3\}$（图1.2）.

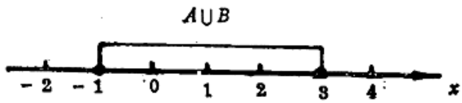


图 1.2

例 2　试用并集的形式，写出不等式$|a+3|>1$的解集.

解　解不等式$|a+3|>1$，得

$a+3<-1$ 或 $a+3>1$

即

$a<-4$ 或 $a>-2$

$\therefore$　解集为$\{a|a<-4\}\cup\{a|a>-2\}$（图1.3）.

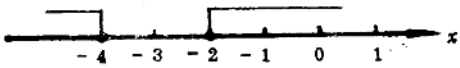


图 1.3

二、交集

本节开始所举的例子，如改问该售货员两天都卖过的文体用品有几种，该如何回答呢？

显然，两天都卖过的文体用品的集合为

{中国象棋，扑克牌}，

它是由昨天卖出商品的集合和今天卖出商品的集合的公共元素组成的集合。

一般地，对于两个集合A和B，由既属于A又属于B的所有元素组成的集合，称为A与B的**交集**。记作$A\cap B$，读作"A交B"，即

$$A\cap B=\{x|x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

例如，8的正约数的集合为$A=\{1, 2, 4, 8\}$，10的正约数的集合为$B=\{1, 2, 5, 10\}$。则8与10的正公约数的集合为$A\cap B=\{1, 2\}$。

集合A与B的交集可由图1.4中的阴影部分来表示。

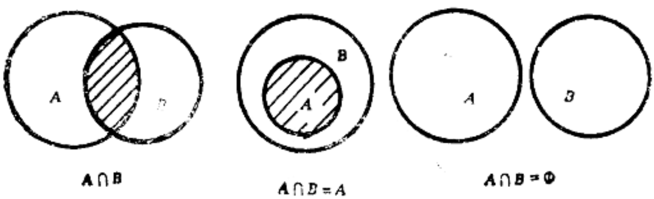


图 1.4

例 3 设 $A=\{(x,y)\mid x-y=1\}$,

$B=\{(x,y)\mid 2x+y=2\}$，求$A\cap B$。

解 $A\cap B=\{(x,y)\mid x-y=1\}\cap\{(x,y)\mid 2x+y=2\}$

$$=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x-y=1\\2x+y=2\end{cases}\right\}$$

$$=\{(1,0)\}$$

例 4 设 $A=\{x\mid x+3\geqslant 0\}$, $B=\{x\mid x-2\leqslant 0\}$，求$A\cap B$。

解 $A\cap B=\{x\mid x+3\geqslant 0\}\cap\{x\mid x-2\leqslant 0\}$

$$=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 2\}$$

例 5 设 $A=\{$三角形$\}$，$B=\{$等腰三角形$\}$，$C=\{$等边三角形$\}$，$D=\{$直角三角形$\}$，求$A\cup B$，$B\cup D$，$B\cap C$，$C\cap D$，

解 $A\cup B=\{$三角形$\}\cup\{$等腰三角形$\}$

$=\{$三角形$\}$

$B\cup D=\{$等腰三角形$\}\cup\{$直角三角形$\}$

$=\{$等腰三角形或两直角边不等的直角三角形$\}$

$B\cap C=\{$等腰三角形$\}\cap\{$等边三角形$\}$

$=\{$等边三角形$\}$

$C\cap D=\{$等边三角形$\}\cap\{$直角三角形$\}=\phi$

三、差集和补集

设两个集合

$A=\{$本班姓张的同学$\}$

和 $B=\{$本班男同学$\}$，

则集合

$C=\{$本班姓张的女同学$\}$