

最新成人高考快速复习丛书

数学快速复习指要

(理工农医类)

邵俊菊 孙增海 等编著

.4

北京科学技术出版社

最新成人高考快速复习丛书

数学快速复习指要

(理工农医类)

邵俊菊 孙增海 等编著

北京科学技术出版社

最新成人高考快速复习丛书编委会

(以姓氏笔划为序)

顾问 董纯才

主编 李连保 冀 勤

副主编 王 岳 王绍之 兆 先

编委 王永良 尹宁安 王 岳 王绍之 王晓冬

兆 先 任欢迎 李连保 李英敏 李趁宣

郑泽英 郑振勤 赵宏略 冀 勤

最新成人高考快速复习丛书

数学快速复习指要

邵俊菊 孙增海 等编著

•

北京科学技术出版社出版

(北京西直门外南路19号)

新华书店首都发行所发行 各地新华书店经售

秦皇岛市卢龙印刷厂印刷

•

787×1092毫米 32开本11印张241千字

1989年1月第一版 1989年1月第一次印刷

印数1—13500册

ISBN 7-5304-0447-2/Z·234 定价: 3.70元

发展成人教育
提高我国民族素质
对社会主义现代化
建设十分必要

一九八八年冬董纯才



目 录

第一章 对考生的基本要求	(1)
一、考生应达到的认知能力	(1)
(一) 了解	(1)
(二) 理解掌握	(1)
(三) 熟练掌握(灵活运用)	(2)
二、试卷结构	(2)
(一) 试卷内容比例	(2)
(二) 题型比例	(2)
(三) 试题难易比例	(2)
第二章 复习的内容及范围	(3)
一、代数部分	(3)
(一) 数、式、方程和方程组	(3)
(二) 集合	(16)
(三) 不等式和不等式组	(19)
(四) 指数和对数	(23)
(五) 函数	(28)
(六) 数列、数学归纳法	(38)
(七) 排列、组合与二项式定理	(41)
(八) 复数	(44)
二、三角部分	(50)
(一) 三角函数及其有关概念	(50)
(二) 三角函数式的变换	(53)
(三) 三角函数的图象和性质	(57)

(四) 反三角函数和简单的三角方程·····	(62)
(五) 解三角形·····	(63)
三、立体几何部分·····	(63)
(一) 直线和平面·····	(66)
(二) 多面体和旋转体·····	(79)
四、平面解析几何·····	(82)
(一) 直线·····	(82)
(二) 圆锥曲线·····	(86)
(三) 参数方程、极坐标·····	(92)
第三章 试题类型针对性训练 ·····	(97)
一、选择题·····	(97)
(一) 例题分析·····	(100)
(二) 针对性训练·····	(129)
(三) 针对性训练答案或提示·····	(158)
二、填空题·····	(167)
(一) 例题分析·····	(167)
(二) 针对性训练·····	(189)
(三) 针对性训练答案或提示·····	(199)
三、主观题·····	(207)
(一) 例题分析·····	(208)
(二) 针对性训练·····	(286)
(三) 针对性训练答案或提示·····	(312)
第四章 模拟试题 ·····	(335)
一、试卷·····	(335)
二、答案·····	(339)

第一章 对考生的基本要求

一、考生应达到的认知能力

考试目标分为三个能级，即了解、理解掌握、熟练掌握（灵活运用）。这三个能级从低到高、且高一能级的要求包含了低一能级的要求。

（一）了 解

要求考生知道、记住大纲所列基本知识、基本概念，并能直接运用这些知识和概念。

例： $(ax-1)^8$ 的展开式中 x^5 项的系数是

(A) 56

(B) -56

(C) $-56a^5$

(D) $56a^5$

〔答〕 ()

（二）理解掌握

要求考生对大纲所列有关知识能解释、举例、变形或推断等，并能运用数学基本思想和方法解决问题。

例：椭圆

$$\begin{cases} x = 4\cos\varphi \\ y = 3\sin\varphi \end{cases} \quad (\varphi \text{ 为参数})$$

的焦点是

(A) $(0, \pm 7)$

(B) $(\pm 5, 0)$

(C) $(0, \pm 5)$ (D) $(\pm \sqrt{7}, 0)$

[答] ()

(三) 熟练掌握 (灵活运用)

要求考生能综合运用有关知识及基本技能, 灵活地解决较为复杂的数学问题。

例: 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点都在抛物线 $y^2 - 4y - 8x + 28 = 0$ 上, 且 A 是抛物线的顶点, $\triangle ABC$ 的重心是抛物线的焦点, 求 $\triangle ABC$ 的外接圆方程。

二、 试卷结构

(一) 试卷内容比例

代数	约→50%
三角	约→20%
立体几何	约→10%
平面解析几何	约→20%

(二) 题型比例

填空题	约→20%
选择题	约→40%
解答题 (包括证明题)	约→40%

(三) 试题难易比例

较容易题	约→30%
中等难度题	约→50%
较难题	约→20%

第二章 复习的内容及范围

一、代数部分

(一) 数、式、方程和方程组

【基本要求】

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、算术平方根的概念，会熟练地进行有关计算。

2. 理解有关整式、分式的概念，会进行有理式的加、减、乘、除、乘方的运算。

3. 理解二次根式的有关概念和二次根式的性质，会进行二次根式的化简和运算。

4. 会解一元一次方程、一元二次方程，能灵活运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题。

5. 会解有唯一解的二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组，会解简单的两个二元二次方程组成的方程组（主要指以下几种类型：用加减消元法可以消去某个未知数的，可以消去二次项的，以及至少有一个方程可以分解成一次方程的）。

【基本内容】

1. 数

(1) 有理数 正整数、零、负整数统称整数，正分

数、负分数统称分数。整数和分数统称有理数。

注意 整数也可看作是分母为1的分数，因此分数包括整数。

(2) 实数及数轴 无限不循环小数叫做无理数。有理数和无理数统称实数。规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

注意 画数轴时，原点、方向、单位长度这三要素缺一不可。实数和数轴上的点是一一对应的，即每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示，反过来，数轴上的每一个点都表示一个实数。

(3) 相反数 在数轴上表示两个数的点，分别在原点的两旁离开原点的距离相等，这样只有符号不同的两个数，则其中一个另一个的相反数，实数 a 和 $-a$ ($a \neq 0$) 是互为相反的数。零的相反数是零。

(4) 绝对值 在数轴上表示一个数的点离开原点的距离叫做这个数的绝对值。正数和零的绝对值是它的本身，负数的绝对值是它的相反的数。

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{如果 } a > 0; \\ 0, & \text{如果 } a = 0; \\ -a, & \text{如果 } a < 0. \end{cases}$$

(5) 算术平方根 一个正数有两个平方根，其中一个正数，另一个是负数，正数的正的平方根叫做算术平方根，记作 $\sqrt{a}$ 。零的算术平方根仍是零，即 $\sqrt{0} = 0$

(6) 实数的运算法则和运算定律

加法法则 ①同号两数相加，和的符号与加数的符号相同，和的绝对值等于加数的绝对值的和。

②异号两数相加，和的符号与绝对值较大的加数的符号

相同，和的绝对值等于加数的绝对值的差。

③两个互为相反的数相加，和等于零。

④零同任何一个数相加，和等于这个数。

运算定律 交换律 $a+b=b+a$

结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$

减法法则 把减数变成它的相反的数后再和被减数相加。减法是加法的逆运算。

乘法法则 ①两个实数相乘，积的绝对值等于两个乘数绝对值的积，如果两数同号，积取“+”号，如果两数异号积取“-”号。

②任何一个实数同零相乘，积是零。

运算定律 交换律 $a \cdot b = b \cdot a$

结合律 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

分配律 $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

除法法则 把除数（不等于零）变成它的倒数后和被除数相乘。

$$a \div b = a \times \frac{1}{b} \quad (b \neq 0)$$

两个实数的除法是乘法的逆运算。零不能做除数。

乘方法则 求实数 a 的 n 次方，就是求 n 个 a 相乘的积。

正数的任何次方总是正数；负数的奇次方是负数，负数的偶次方是正数。

实数的开方

①方根的定义 如果一个数的 n 次幂等于 a ，那末这个数就叫做 a 的 n 次方根。

a 的二次方根又叫做 a 的平方根， a 的三次方根又叫做 a 的立方根。

②方根的性质

在实数集里，每一个实数都有并且只有一个奇次方根，正数的奇次方根都是正数，负数的奇次方根是负数，零的奇次方根是零。每一个正数都有两个并且只有两个偶次方根，它们是互为相反的数；负数的偶次方根没有意义；零的偶次方根只有唯一的值，就是零。

一般地说，在实数集里，有

$$\sqrt[n]{a^{\cdot}} = a^{\cdot} (a \geq 0)$$

$$2k+1 \sqrt[n]{a^{\cdot}} = a^{\cdot}$$

$$2k \sqrt[n]{a^{\cdot}} = |a| = \begin{cases} a, & \text{如果 } a \geq 0 \\ -a, & \text{如果 } a < 0 \end{cases} \quad (k \text{ 是自然数})$$

2. 整式和分式

(1) 整式的概念

①单项式 数与字母的积组成的代数式叫做单项式。单独一个数或字母也是单项式，单项式中的数字因数叫单项式的系数；所有字母指数的和叫做这个单项式的次数。

②多项式 几个单项式的和叫做多项式。每个单项式（带符号）叫做多项式的项，次数最高的项的次数，就是这个多项式的次数。

多项式中，所含字母相同，并且相同字母的指数也分别相同的项叫做同类项。

③整式 单项式和多项式统称整式

(2) 整式的运算法则、公式

①合并同类项法则 把多项式中同类项系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变。

②去括号法则 若括号前面是“+”号，把括号和它前

面的“+”号去掉,括号里各项都不变;若括号前面是“-”号,把括号和它前面的“-”号去掉,括号里各项都变号。

③整式加、减法 整式的加减运算,实际上就是合并同类项,计算时如果遇到括号,就根据去括号法则,先去括号,再合并同类项。

④幂的运算法则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m > n);$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (\text{其中 } m, n \text{ 都是正整数});$$

⑤整式乘法 单项式相乘,用它们的系数的积作为积的系数,对于相同的字母,用它们的指数和作为积里这个字母的指数,对于只在一个单项式里含有的字母,则连同它的指数作为积的一个因式。

单项式与多项式相乘,就是用单项式去乘多项式中的每一项,再把所得的积相加。

多项式与多项式相乘,先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项,再把所得的积相加。整式相乘的结果还是整式。

⑥乘法公式

$$\text{平方差公式 } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\text{和(差)的平方公式 } (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\text{立方差(和)公式 } (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

⑦整式除法 单项式相除,把系数、同底数幂分别相除,作为商的因式,对于只在被除式里含有的字母,则连同它的指数作为商的一个因式。

多项式除以单项式,先把这个多项式的每一项除以这个

单项式，再把所得的商相加。两个多项式相除，可以先把两个多项式都按照同一字母降幂排列，然后再仿照两个多位数相除的演算方法，用竖式进行演算。

$$\text{被除式} = \text{除式} \times \text{商式} + \text{余式}.$$

⑧因式分解

因式分解定义 把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做多项式的因式分解。

要注意以下几点：

a. 因式分解和乘法相反，前者是由整式的和差形式变为积的形式，后者则是由积的形式变为和差的形式；

b. 因式分解与所给的范围有关，通常不作声明时，是在有理数范围内进行；

c. 在所给定的范围内，必须分解到每一个因式都不能再分解为止；

d. 可采用乘法还原的方法，对因式分解的结果进行验算。

因式分解的方法：

a. **提取公因式法** 如果一个多项式的各项含有公因式，就可以提出这个公因式作为多项式的一个因式，用这个因式去除多项式，所得商式就是另一个因式，即

$$ma + mb + mc = m(a + b + c)$$

所提出的公因式应是各项系数的最大公约数与各项都含有的字母的最低次幂的积；另一因式的项数与多项式的项数相同。

b. **运用公式法** 把乘法公式反过来，就可用来把某些多项式分解因式，即

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b);$$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2;$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2).$$

c. 二次三项式的因式分解

若二次三项式 $x^2 + px + q$, 能把常数项分解成两个因数 a 和 b 的积, 并使 $a + b = p$, 就能分解因式, 即

$$\begin{aligned}x^2 + px + q &= x^2 + (a + b)x + ab; \\&= (x + a)(x + b)\end{aligned}$$

一般方法 $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 分解因式时, 可先求出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根 x_1, x_2 , 然后写成 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

只要判别式 $b^2 - 4ac \geq 0$, 则 $ax^2 + bx + c$ 在实数范围内总可分解因式.

d. 分组分解法 把多项式的项适当地分成几组, 使分组后各组之间可提取公因式或可应用公式等方法分解因式.

把一个多项式分解因式时, 应先考虑提取公因式法, 再看能否应用公式或采用二次三项式分解因式方法, 最后再考虑分组分解法.

(3) 分式的有关概念

①分式的定义 除式中含有字母的有理式叫做分式.

分式的分母取值如果是零, 分式就没有意义, 因此分式的分母只能是零以外的实数, 而分式的分子可以是任何实数.

②分式的约分 把一个分式中的分子与分母的公因式约去, 就叫分式的约分. 分子与分母没有公因式的分式叫最简分式.

③分式的通分 把几个异分母的分式, 利用分式的性质, 分别化成与原来分式相等的同分母的分式, 叫做分式的通分.

通分的关键是确定几个分式的公分母, 常用的方法是取

各分母的所有因式的最高次幂的积作为公分母，这样的公分母，叫做最简公分母。

④繁分式 分子或分母中含有分式的分式叫做繁分式。

(4) 分式的基本性质 分式的分子与分母都乘以（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值不变。

用式子表示就是：

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}, \quad \frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M} \quad (M \neq 0)$$

由分式的基本性质可以推出分式的符号法则：分子、分母与分式本身的符号，改变其中任何两个，分式的值不变。

用式子表示就是：

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B} = -\frac{-A}{B} = -\frac{A}{-B}$$

(5) 分式的运算

①分式的加减 同分母的分式相加减，把分子相加减，分母不变，即

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}.$$

异分母的分式相加减，先通分，变为同分母的分式，然后再加减，即

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}.$$

②分式的乘除 分式乘以分式，用分子的积做积的分子，分母的积做积的分母。

分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后与被除式相乘。即

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

③分式的乘方 分式乘方，把分子、分母各自乘方，即

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (n \text{ 是正整数})$$

3. 二次根式的有关概念和性质以及化简和运算

(1) 二次根式的有关概念和性质

①二次根式 式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫做二次根式。

如果一个数的平方等于 a ，这个数就叫做 a 的平方根，因此，有

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0)$$

②二次根式的性质

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0)$$

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0), \\ 0 & (a = 0), \\ -a & (a < 0); \end{cases}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

(2) 最简根式 满足以下三条的根式称为最简根式：

①被开方数的每一个因式的指数都小于根指数；

②被开方数不含分母；

③被开方数的指数和根指数是互质数。

(3) 二次根式的运算

①同类根式 几个根式化成最简根式后，如果被开方数都相同，根指数也都相同，这几个根式叫做同类根式。