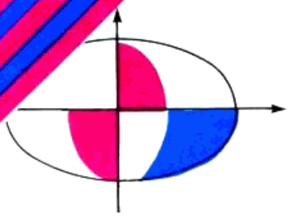
中等专业学校试用教材

经济数学基础

张启金 骆竞瑜 李德慧 主编 徐云锦 主审



武汉测绘科技大学出版社

(鄂)新登字 14 号

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础/张启金，骆克瑜，李德慧主编. 一武汉：武汉测绘科技大学出版社，1997. 9

ISBN 7-81030-558-1

Ⅰ. 经…

Ⅱ. ①张… ②骆… ③李…

Ⅲ. 数学课-中等教育-教材

Ⅳ. G634. 6

责任编辑：胡　羽　　　封面设计：张启金

武汉测绘科技大学出版社出版发行

（武汉市武昌珞喻路 39 号　邮编 430079）

武汉测绘科技大学出版社印刷厂印刷

*

开本 787×1092　1/32　印张：12　字数：270 千字

1997 年 9 月第 1 版　1997 年 9 月第 1 次印刷

印数：6000 册　定价：15. 00 元

前 言

随着教育改革的进行，中专学校的数学教学内容发生了较大的变化。我们针对财经类中专学校的教学实际，组织了一批长期从事中专数学教学的教师编写了这本教材——《经济数学基础》。

编写时，我们考虑到教学对象的特点，在教材内容方面进行了精心选择，贯彻了淡化理论、加强直观、突出应用的指导思想，遵循由浅入深，循序渐进的原则。在不失数学知识的系统性与完整性的基础上使教材通俗易懂，便于自学。由于考虑到学生基础不同，所学专业不一样，我们对有关章节、习题标记(带"＊")，供教学中选用。本书可以作为文科类中专学校、职业学校、成人学校的教材，也可供其它相关人员学习、参考。

参加本书编写的人员有：鲁国珍(第一章)、郝永清(第二章)、骆竟瑜(第三章)、向宏高(四、六章)、吴兴安(第五章)、李德慧(第七章)、张启金(第八、九章)、王江秋(第十、十一章)、邹家胜(第十二章)，全书由张启金、骆竟瑜、李德慧统稿总纂，徐云锦主审。

本书在编写过程中得到荆州市财政会计学校、荆州

市财贸学校和湖北省荆州财税会计学校的大力支持与帮助，湖北省邮电学校郭荣冰老师对本书的修改提出了很多建议，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免有不足之处，恳请广大读者批评指正。

《经济数学基础》编写组

1997 年 8 月

目　录

第一章　集　合

集合是数学中的一个重要的概念，它的基本知识被运用于现代数学的各个领域，本章将介绍集合的一些基本概念、常用符号、集合的表示法和简单的运算.

§1-1　集合的概念

一、集合的定义

考察下面几组对象：

(1)所有小于 6 的自然数；　(2)某图书馆的全部藏书；

(3)所有的二次三项式；　　(4)直线 $y=x-1$ 上所有点.

它们分别是由一些数、书、式子、点组成，各组里的对象都组成一个总体，我们把每个总体都称做集合.

一般说来，把具有某种特定性质的对象组成的总体叫集合，简称集，把组成某一集合的各个对象叫做这个集合的元素. 例如(1)是由所有小于 6 的自然数组成的集合，1，2，3，4，5 都是它的元素.

我们一般用大写字母 A，B，C…表示集合，用小写字母 a，b，c…表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，就记为“$a\in A$”，读作“a 属于 A”；如果 a 不是集合 A 的元素就记为“$a\notin A$”(或 $a\,\overline{\in}\,A$)，读作“a 不属于 A”.

由数组成的集合叫做数集，常见的数集可以用下表所示的记号来表示.

数集	自然数集	整数集	有理数集	实数集
记号	N	Z	Q	R

，若数集中的元素都是正数，就在集合记号的右上角标以“+”号；若数集中的元素都是负数，就在集合记号的右上角标以“－”号. 例如，R^+表示正实数集，Q^-表示负有理数集.

显然，$\sqrt{2}\in R^+$，$-\frac{1}{2}\in Q^-$，$-3\notin Z^+$.

若一个集合含有的元素为有限个，这个集合叫有限集；若一个集合含有的元素为无限个，这个集合叫无限集. 在前面考查的几组对象组成的集合中，(1)、(2)是有限集，(3)、(4)是无限集.

集合是由元素组成的，集合的元素有如下性质：

(1)确定性. 对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的，也就是说，根据集合元素所具有的特定性质可以判断出哪些对象是集合的元素，哪些不是它的元素，例如“某某班级的学生”我们可以判定任何对象“是”或者“不是”它的元素，因此它可以构成一个集合，而“高个子学生”则由于没有一个确切的标准，所以不能构成集合.

(2)互异性. 对于一个给定的集合，其中的元素是互异的，也就是说相同的对象归于一个集合时，只能算集合的一个元素.

(3)无序性. 集合中的元素一一列举出来时，不必考虑元素的排列顺序.

二、集合的表示法

1. 列举法

把属于某个集合的元素一一列举出来，写在大括号{ }内，这种表示集合的方法叫列举法. 例如，由自然数 1，2，3，4 组成的集合可以表示为{1，2，3，4}或{2，3，4，1}.

当集合的元素很多，不需或不可能一一列举出来时，也可只写出其中的几个元素，其它的用省略号表示. 例如，小于 100 的自然数集可表示为{1，2，3，…，99}；正偶数的集合可表示为{2，4，6，…，2n，…}.

2. 描述法

把属于某个集合的元素所具有的特定性质描述出来，写在大括号{ }内，这种表示集合的方法叫做描述法. 描述法有两种表示方式.

(1)把集合中的元素的特定性质直接写在大括号内，例如，所有的二次三项式组成的集合可以表示为{二次三项式}.

(2)在大括号内先写出集合元素的一般形式，再划一条竖线，在竖线右边列出元素的特定性质，例如，自然数集 N 也可表示为$\{x|x\in N\}$. 由不等式 $x-2>3$ 的所有解组成的集合可以表示为$\{x|x-2>3\}$即$\{x|x>5\}$.

例 1 用列举法写出大于 0 小于 10 的偶数的集合.

解 大于 0 小于 10 的偶数集合可表示为{2，4，6，8}.

例 2 用描述法写出在直角坐标平面内，所有位于反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图像上的点的集合.

解 此集合的元素是直角坐标平面内的点，它的一般形式是(x,y)，故集合可表示为

$$\left\{(x,y)\middle|y=\frac{1}{x},x\neq 0\right\}.$$

一般说来，表示一个集合，可以用列举法，也可以用描述法.

有的集合用这两种方法都能表示，例如，集合$\{1,2,3,4\}$也可表示为{小于5的自然数}；有的集合只能用其中的一种方法表示，例如，集合$\{(x,y)\mid y=\frac{1}{x},x\neq 0\}$就不能用列举法表示.

三、单元素集和空集

我们把只含一个元素的集合叫单元素集.例如，方程$x+1=0$的解集$\{-1\}$就是单元素集.

把不含任何元素的集合叫做空集，记为$\varnothing$.例如，方程$x^2+1=0$在实数范围内没有解，所以集合$\{x\mid x^2+1=0\}$就是空集$\varnothing$.

应该注意：(1)空集$\varnothing$与集合$\{0\}$是两个不同概念；

(2)单元素集$\{a\}$与元素a是两个不同概念.前者指的是由一个元素a组成的集合，而后者指的就是这个元素a.

四、子集、真子集、集合的相等

(1)子集.对于两个集合A和B，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，则集合A叫做集合B的子集，记为

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A.$$

读作“A包含于B”或“B包含A”.

例如，$\{1,2,3\}$中的任何一个元素都是$\{1,2,3,4\}$中的元素，因此$\{1,2,3\}$是$\{1,2,3,4\}$的子集，可记为

$$\{1,2,3\}\subseteq\{1,2,3,4\} \quad 或 \quad \{1,2,3,4\}\supseteq\{1,2,3\}$$

对于一个非空集合B，因为它的任何一个元素都是集合B的元素，所以

$$B\subseteq B.$$

由于空集是不含任何元素的集合，规定空集是任何集合 B 的子集，即

$$\varnothing \subseteq B.$$

(2)真子集．如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，则称集合 A 是集合 B 的真子集，记为

$$A \subset B \quad 或 \quad B \supset A.$$

例如，$\{1,2,3\} \subset \{1,2,3,4\}$.

又如，自然数集 N 是整数集 Z 的真子集；有理数集 Q 是实数集 R 的真子集．它们可分别记为

$$N \subset Z; \quad Q \subset R.$$

根据真子集的定义，可知空集是任何非空集合的真子集．

为了形象地说明集合之间的包含关系，通常用圆（或封闭曲线围成的图形）表示集合，而用圆中的点表示该集合的元素．图 1-1 表示 A 是 B 的真子集．

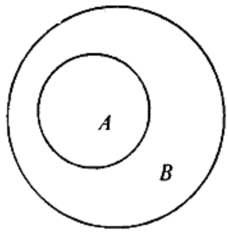


图 1-1

例 4　写出集合 $\{0,1,2\}$ 的所有子集，并指出哪些是真子集．

解　$\{0,1,2\}$ 的所有子集是：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$，$\{0,1,2\}$．其中除 $\{0,1,2\}$ 外，其余都是真子集．

(3)集合的相等．对于两个集合 A 和 B，如果 $A \subseteq B$，同时 $B \supseteq A$，则称集合 A 和集合 B 相等，记为

$$A = B.$$

例如，$A=\{x|x^2-x-2=0\}$，$B=\{-1,2\}$. 有 $A=B$.

习题 1-1

1. 写出下列集合的所有元素：

(1)一年中有 31 天的月份的集合

(2)大于 3 小于 21 的偶数集合

(3)$\{x|\leqslant 28, x=4n, n\in Z^+\}$

(4)我国古代四大发明的集合

2. 在下列各题中的____处填上符号$\in$或$\notin$：

(1)1 ____ N　　(2)0 ____ Z^+

(3)-2 ____ Q　　(4)$\sqrt{3}$ ____ R

(5)$-\dfrac{3}{4}$ ____ Q；　　(6)π ____ Q.

3. 以下语句是否组成集合：

(1)某工厂织布车间的所有机床

(2)某商场皮鞋柜中的漂亮皮鞋

(3)所有大小不同的等边三角形

(4)$y=\dfrac{1}{x}$图像上所有的点

4. 试判定下列命题是否成立：

(1)空集$\varnothing$就是$\{0\}$　　(2)$0\in\varnothing$

(3)$3\in\{x|x^2-9=0\}$　　(4)$2\in\left\{x\left|\dfrac{(x-2)^2}{x-2}=0\right.\right\}$

5. 用列举法或描述法表示下列集合：

(1)水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星、冥王星

(2)所有正奇数

(3)小于 10 的所有正整数的平方数

(4)所有 5 的倍数

6. 指出下列集合哪些是空集，哪些是有限集合，哪些是无限集合：

(1)$\{x|x-1=1\}$　　(2)$\{x|2x+3>-4\}$

(3)$\{(x,y)|-1\leqslant x\leqslant 2,-1\leqslant y\leqslant 2\}$

(4)$\{x|x^2+1=0,x\in R\}$

7. 列举 $A=\{-1,0,1\}$的所有子集并指出哪些是真子集.

8. 设 $B=\{2,4,6,8,10\}$，写出 B 中符合以下条件的子集：

(1)元素是 4 的倍数　　(2)元素是奇数

9. 在下列各题中的____处填上合适的符号($\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\supseteq$，$=$，$\subset$)：

(1)$\varnothing$ ____ $\{a\}$　　(2)a ____ $\{a\}$

(3)$\{a\}$ ____ $\{a\}$　　(4)$\{a,b\}$ ____ $\{a\}$

(5)Q ____ R　　(6)N ____ R

§1-2　并集与交集

一、并集

先看下面的例子.

设集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,4,5\}$. 把 A 和 B 两个集合的元素合并在一起(相同元素只写一次)，可以组成一个集合 $C=\{1,2,3,4,5\}$. 对于这样的集合，给出下面的定义：

定义　设 A 和 B 是两个集合，把属于 A 的和属于 B 的所有元素合并在一起组成的集合叫做 A 与 B 的并集，记为 $A\cup B$，读作"A 并 B". 即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

这里的 $x\in A$ 或 $x\in B$ 包含以下三种情况：(1) $x\in A$ 但 $x\notin B$；(2) $x\in B$ 但 $x\notin A$；(3) $x\in A$ 且 $x\in B$. 在一个具体问题中，这三种情况不一定都出现（有时可能只出现其中的一种或两种），但不管是哪一种情况，$A\cup B$ 中的元素都至少属于 A、B 中的一个. 图 1-2 中的阴影部分表示 $A\cup B$ 中元素 x 的三种可能情况.

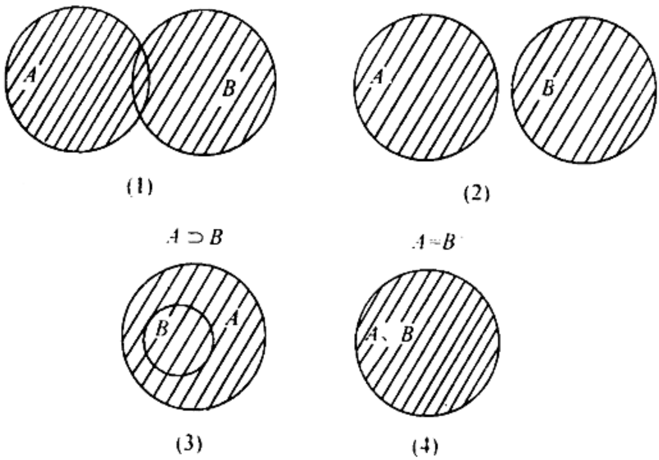


图 1-2

上面例子中的集合 C 就是集合 A 和集合 B 的并集，可记为

$$C=A\cup B.$$

由并集的定义和图 1-2 可知，集合 A 和 B 都是它们的并集 $A\cup B$ 的子集，即

$$A\subseteq A\cup B;\quad B\subseteq A\cup B.$$

对于任意一个集合 A，显然有 $A\cup A=A$；$A\cup\varnothing=A$.

求并集的运算称为并运算.

例 1 设 $A=\{1,-2\}$, $B=\{-2,2\}$,求 $A\cup B$.

解 $A\cup B=\{1,-2\}\cup\{-2,2\}=\{-2,1,2\}$.

例 2 设 $A=\{1,2\}$, $B=\{-1,0,1\}$, $C=\{-2,0,2\}$,求:(1)$(A\cup B)\cup C$;(2)$A\cup(B\cup C)$.

解 $\because A\cup B=\{1,2\}\cup\{-1,0,1\}$

$$=\{-1,0,1,2\};$$

$$B\cup C=\{-1,0,1\}\cup\{-2,0,2\}$$

$$=\{-2,-1,0,1,2\}$$

$\therefore$(1)$(A\cup B)\cup C=\{-1,0,1,2\}\cup\{-2,0,2\}$

$$=\{-2,-1,0,1,2\}$$

(2)$A\cup(B\cup C)=\{1,2\}\cup\{-2,-1,0,1,2\}$

$$=\{-2,-1,0,1,2\}$$

根据并集的定义和例 2,可以看出并运算满足交换律和结合律,即:

交换律 设 A、B 为两个集合,则 $A\cup B=B\cup A$.

结合律 设 A、B、C 是三个集合,则

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$

二、交集

先看下面的例子.

设 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{2,4,5\}$. 把属于 A 且属于 B 的所有元素组成的集合 $C=\{2,4\}$,给出下面的定义:

定义 设 A 和 B 是两个集合,把属于 A 且属于 B 的所有元素所组成的集合叫做 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$,读作"A 交 B",即