财经类中专试用教材

经济数学基础

（上）

王才吉　主编

数

中国商业出版社

财经类中专试用教材

经济数学基础（上）

王才吉　李来英
李化之　卢冠华　等编

中国商业出版社出版发行

山东济宁师专印刷厂印刷

787×1092毫米　32开　11.5印张（上）250千字

1989年7月第1版　1989年7月第1次印刷

印数：1—5000本　全套定价：6.36元

ISBN7—5044—0414—4/F·264

前　言

为适应财经类中专数学教学改革和招收初中、高中生的教学需要，山东省中专数学教研会根据省教育厅职教处文件精神，于1986年组织讨论了财经类中专《数学教学大纲》，并编写相应教材。今在两年试用基础上，教研会又组织部分教师重新改编，全书经杜铮副教授、李国良副教授主审，由中国商业出版社出版。

教材第一册分初等数学、一元微积分两篇；第二册分线性代数与线性规划、概率与数理统计两篇。教学内容，选取应用数学基础，注重体现财经类特色，加强经济应用数学内容；内容编排和习题配备，深入浅出，删繁就简，便于教和学。

全套教材约45万字。供招收初中中专试用，约需260到280课时。其中微积分一篇单独装订成册，和第二册配合，供招收高中中专试用，约需160到180课时。

水平所限，编印不当之处，欢迎批评指正。

数学教材编写组

一九八九年六月

目　　录

第一篇　初等数学

第二篇　一元微积分

第一编　初等数学

第一章　集合与函数

§1.1　集合的概念

一．集合的概念

首先看下面的例子。

1．我们学校的全体同学；

2．第一百货商场的所有 商品；

3．小于10的正偶数；

4．所有 的四边形。

它们分别是由一些人、物、数，图形等组成的全体，且每个全体中的对象都有 一种共同属性。我们把具有 某种属性的一些对象的全体叫做**集合**。集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**。

通常用大写字母 A、B、C…等表示集合，用小写字母 a,b,c…等表示元素。如果a是集合 A的元素，则记作$a\in A$，读作“a属于 A”或“a在 A中”，如果a不是集合 A的元素，则记作$a\notin A$，读作“a不属于 A”或“a不在 A中”。例如，设 Z表示整数集合，则$3\in Z$，$\frac{3}{5}\notin Z$。

一个给定的集合，具有 下面三个特性：

元素的确定性　对于任何一个对象，都能够确定它是不是给定集合的元素。如 4 是偶数集合的元素而 5 则不是。

元素的互异性　集合中所含的任何两个元素都是不同的对象，即集合里的元素没有重复现象。

元素的无序性　在集合里，不考虑元素之间的顺序。两个集合，只要它们所含的元素完全相同，就是同一个集合。

二．集合的表示法

1．列举法　把集合中的元素一一列举出来，写在大括号{　}内。这样表示集合的方法，叫做列举法。

例如，由a，b，c，d四个元素组成的集合A，可表示为$A=\{a,b,c,d\}$，由小于10的正偶数组成的集合B，可表示为$B=\{2,4,6,8\}$。

2．描述法　把集合中元素的共同属性描述出来，写在大括号{　}内，这样表示集合的方法，叫做描述法。如由小于10的正偶数组成的集合B，可表示为B＝{小于10的正偶数}所有四边形组成的集合C，可表示为C＝{四边形}。

用描述法表示集合时，常把描述集合中元素的共同属性的语言改写成数学式子或符号。例如：

{大于3的数}写成$\{x|\ x>3\}$；

{平方和自己相等的数}写成$\{x|\ x^2=x\}$。

今后我们常用N表示自然数的集合，Z表示整数的集合，Q表示有理数的集合，R表示实数的集合，R^+表示正实数的集合，R^-表示负实数的集合。

三．空集与全集

不包含任何元素的集合叫做**空集**，记作∅。

例如，$\{x\,|x^2+1=0,\ x\in R\}$，是空集；一批商品都是

正品，则表示次品的集合是空集。

由所研究的所有元素构成的集合称为**全集**，记作 Ω。

全集是相对的。一个集合在一定条件下是全集，在另一条件下就可能不是全集。例如，讨论的问题仅限于正整数，则全体正整数的集合为全集；讨论的问题包括正整数和负整数，则全体正整数的集合就不是全集。

四. 子集

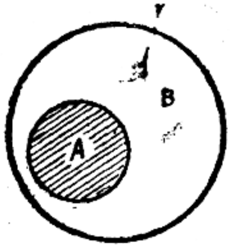

图1—1

对于两个集合 A与 B，如果集合 A的任何一个元素都是集合 B的元素，那么，集合 A就叫做集合 B 的 **子集**。记作

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A$$

读作"A包含于 B"或"B包含 A"，如图 1—1所示。

例如，设集合 A 表示{某商店库存的黑白电视机}，集合 B表示{商店库存的电视机}。显然，$A\subseteq B$

根据子集的定义可知：

（1）任何集合 A都是它本身的子集，即 $A\subseteq A$。

（2）集合的包含关系具有传递性，即如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$。

如果集合 A是集合 B的子集，并且集合 B中至少有一个元素不属于集合 A，那么，集合 A就叫做集合 B的**真子集**。记作

$$A\subset B \quad 或 \quad B\supset A$$

读作“A包含于B”或“B包含A”。

我们规定空集是任何集合A的子集，即$\varnothing\subseteq A$。

显然,空集是任何一个非空集合的真子集。

对于两个集合A、B，如果$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$,则,集合A和集合B就叫做**相等**。记作$A=B$,读作“A等于B”。

两个集合相等,就表示两个集合的元素完全相同。例如，$A=\{2,3\}$，$B=\{x|\ x^2-5x+6=0\}$，则$A=B$。

例1. 写出集合$S=\{0,1,2,3\}$的所有的子集与真子集。

解：集合S的所有子集是：

$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{0,3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{0,1,2\}$，$\{0,1,3\}$，$\{0,2,3\}$，$\{1,2,3\}$，$\{0,1,2,3\}$。

集合S的所有真子集是：

$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{0,3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{0,1,2\}$，$\{0,1,3\}$，$\{1,2,3\}$。

练　　习

在下面各题中的___处填上适当的符号（$\in$、$\notin$、$=$、$\supset$、$\subset$）；

（1）0___N；　（2）0___Z；　（3）0___Q；

（4）0___R；　（5）0___$\{0\}$；　（6）0___$\varnothing$

（7）$\{0\}$___$\varnothing$；　（8）0___$\{a\}$；

（9）a___$\{a\}$；　（10）a___$\{a,b,c\}$；

（11）d___$\{a,b,c\}$；　（12）$\{a\}$___$\{a,b,c\}$；

(13) $\{a, b\}$ ___ $\{b, a\}$;

(14) $\{b, a\}$ ___ $\{a, b, c\}$;

(15) $\{x| x^2-3x+2=0\}$ ___ $\{n| n<3, n\in N\}$;

(16) $\{x| x=2k+1, k\in Z\}$ ___ $\{x| x=4k\pm 1, k\in Z\}$。

§1.2 集合的运算

几个集合按一定方式结合起来可以产生新的集合。下面介绍集合的几种基本运算——交、并、差、补。

一．集合的交、并、差、补

定义 1，对于集合 A和 B，由 A和 B的所有公共元素构成的集合，称为 A与 B的**交集**，记为 $A\cap B$。即 $A\cap B=\{x| x\in A \text{且} x\in B\}$。如图 1—2示所。

集合的交集具有下列性质：

（1）$A\cap B\subseteq A$，

$A\cap B\subseteq B$；

（2）对任何集合 A，有

$A\cap \phi=\varnothing$，$A\cap \Omega=A$，

$A\cap A=A$。

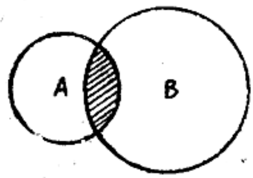

图1—2

定义 2．对于集合 A和 B，由 A和 B的所有元素构成的集合，称为 A与 B的**并集**，记为 $A\cup B$，如图 1—3。即

$A\cup B=\{x| x\in A \text{或} x\in B\}$。

集合的并集具有下列性质：

（1）$A\subseteq A\cup B$，

$B\subseteq A\cup B$

（2）对任何集合 A，有

$A\cup\varnothing=A$，

$A\cup\Omega=\Omega$，

$A\cup A=A$。

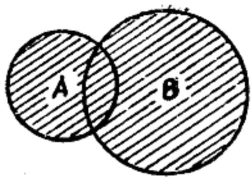

图1—3

例1．设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，则

$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$；

$A\cap B=\{3,4\}$。

例2．设 $C=\{x|1\leqslant x\leqslant 5\}$，
$D=\}x|2\leqslant x\leqslant 6\}$，如图1—4，即

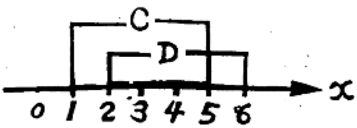

图1—4

$C\cup D=\{x|1\leqslant x\leqslant 6\}$。

$C\cap D=\{x|2\leqslant x\leqslant 5\}$。

定义3．对于集合 A和 B，我们把属于集合 A而不属于集合 B的所有元素组成的集合，叫做集合 A与集合 B的**差集**。记作 $A-B$。如图1—5。即

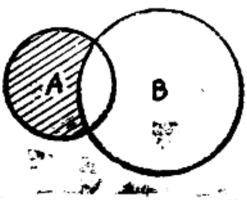

图1—5

$A-B=\{x \mid x\in A 且 x\notin B\}$

例3. 设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{1,3,5,7\}$

则 $A-B=\{2,4\}$。

定义4. 全集Ω中所有不属于集合A的元素组成的集合，叫做集合A的**补集**，记作$\overline{A}$。如图1—6。即

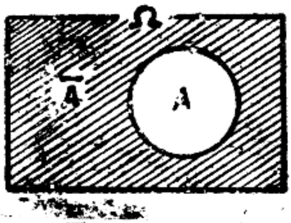

图1—6

$\overline{A}=\{x \mid x\in\Omega 且 x\notin A\}$

补集具有下列性质：

$A\cup\overline{A}=\Omega$,

$A\cap\overline{A}=\varnothing$，$\overline{\overline{A}}=A$

二. 集合运算律

集合的运算满足下列规律。

交换律：$A\cap B=B\cap A$

$A\cup B=B\cup A$

结合律：$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

分配律：$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

吸收律：$(A\cup B)\cap A=A$

$(A\cap B)\cup A=A$

摩根律：$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

例4. 设 Ω={某单位的全体人员}，A={某单位会英语的人}，B={某单位会日语的人}，那么，$\overline{A}$，$\overline{B}$，

$A-B$，$\overline{A\cup B}$，$\overline{A\cap B}$各表示什么人的集合？

解：$\overline{A}$＝{某单位不会英语的人}

$\overline{B}$＝{某单位不会日语的人}

$A-B$＝{某单位会英语且不会日语的人}

$\overline{A\cup B}$＝某单位不会英语且不会日语的人}

$\overline{A\cap B}$＝{某单位不会英语或不会日语的人}

练　习

设 $A=\{1, 2, 3\}$，　$B=\{1, 3, 5\}$，$C=\{2, 4, 6\}$。求：

(1) $A\cup B$；　(2) $A\cup B$；　(3) $A-B$；

(4) $B-A$；　(5) $A\cup C$；　(6) $A\cup C$；

(7) $A-C$；　(8) $C-A$；　(9) $A\cap B\cap C$；

(10) $A\cup B\cup C$。

§1.3　区间与邻域

在以后的讨论中，我们常常限制在一部分实数范围内考虑。在许多场合这部分实数是介于某两个实数之间的一切实数。为了能够简单明确地表达这部分实数，我们引入区间与邻域的概念与记号。

介于某两个实数之间的全体实数的集合叫做**区间**，这两个实数叫做区间的端点。

设 a 与 b 为两个实数，且 $a<b$，满足不等式

$$a<x<b$$

的一切实数x的集合叫做**开区间**，记作(a, b)；满足不等式

$$a\leqslant x\leqslant b$$

的一切实数x的集合叫做**闭区间**，记作$[a, b]$。满足不等式

$$a<x\leqslant b \quad \text{或} a\leqslant x<b$$

的一切实数x的集合叫做**半开半闭区间**或**半闭半开区间**，记作$(a, b]$或$[a, b)$

在数轴上，区间是介于某两个点之间的一线段上点的全体。这两点就是区间的端点，两点间的距离（线段的长度）称为区间的长度。例如上述各个区间的端点是点a和点b，长度都是$b-a$。

除了上述那些有限区间外，还有无限区间。我们规定下列符号的意义：

$(-\infty, +\infty)$表示全体实数，也可以写作：

$$-\infty<x<+\infty;$$

$(a, +\infty)$表示大于a的实数集合，也可以写作：

$$a<x<+\infty;$$

$(-\infty, a)$表示小于a的实数的集合，也可以写作：

$$-\infty<x<a;$$

$[a, +\infty)$表示不小于a的实数的集合，也可以写作：

$$a\leqslant x<+\infty;$$

$(-\infty, a]$表示不大于a的实数的集合，也可以写作：

$$-\infty<x\leqslant a。$$

符号“$-\infty$”读作“负无穷大”，符号“$+\infty$”读作

"正无穷大"。符号"$-\infty$"、"$+\infty$"都不能作为数看待。

例1. 将下列各集合用区间表示：

(1) $\{x| -1\leqslant x\leqslant 1\}$；　　(2) $\{x| x\geqslant 2\}$；

(3) R；　　(4) $\{x| x\in R,\ x\neq 1\}$；

解：(1) $[-1, 1]$；　　(2) $[2, +\infty)$；

(3) $(-\infty, +\infty)$；　　(4) $(-\infty, 1)\cup(1, +\infty)$。

设a与δ是两个实数，且$\delta>0$。满足不等式

$$|x-a|<\delta \qquad (1)$$

的一切实数x的集合称为点a的**δ邻域**，点a称为这邻域的**中心**，δ称为这邻域的**半径**。

(1)式与不等式

$-\delta<x-a<\delta$或$a-\delta<x<a+\delta$等价。从而，满足不等式(1)的实数x的集合就是开区间$(a-\delta, a+\delta)$。所以说，点a的δ邻域，就是以点a为中心，长度为2δ的开区间(图1—7)

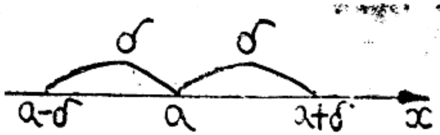

图1—7

例2. 把点2的$\frac{5}{2}$邻域表示成区间。

解：点2的邻域可表示为$2-\frac{5}{2}<x<2+\frac{5}{2}$

$-\frac{1}{2}<x<\frac{9}{2}$。这个区间就是$(-\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$。