

财经类中专试用教材

经济数学基础

(上)

王才吉 主编

中国商业出版社

数

编 委

(以姓氏笔画为序)

王才吉	王传昆	卢冠华	孙玉乐	孙庆余
孙辉业	李化之	李卫东	李玉珍	李来英
汪卫中	许 屏	郑 立	张春美	张 英
张建芝	张存宪	张耐云	张金玉	徐恭林
梁鸿忠	董连宝			

财经类中专试用教材

经济数学基础 (上)

王才吉 李来英 等编

李化之 卢冠华

中国商业出版社出版发行

山东济宁师专印刷厂印刷

787×1092毫米 32开 11.5印张(上)250千字

1989年7月第1版

1989年7月第1次印刷

印数: 1—5000本

全书定价: 6.36元

ISBN7-5044-0414-4/F·264

前 言

为适应财经类中专数学教学改革和招收初中、高中生的教学需要，山东省中专数学教研会根据省教育厅职教处文件精神，于1986年组织讨论了财经类中专《数学教学大纲》，并编写相应教材。今在两年试用基础上，教研会又组织部分教师重新改编，全书经杜铮副教授、李国良副教授主审，由中国商业出版社出版。

教材第一册分初等数学、一元微积分两篇；第二册分线性代数与线性规划、概率与数理统计两篇。教学内容，选取应用数学基础，注重体现财经类特色，加强经济应用数学内容；内容编排和习题配备，深入浅出，删繁就简，便于教和学。

全套教材约45万字。供招收初中中专试用，约需260到280课时。其中微积分一篇单独装订成册，和第二册配合，供招收高中中专试用，约需160到180课时。

水平所限，编印不当之处，欢迎批评指正。

数学教材编写组

一九八九年六月

目 录

第一篇 初等数学

第一章 集合与函数	1—35
§ 1.1 集合的概念	1
§ 1.2 集合的运算	5
§ 1.3 区间与邻域	8
§ 1.4 函数的概念	11
§ 1.5 函数的几种特性	14
§ 1.6 反函数	19
§ 1.7 幂函数	22
§ 1.8 指数函数	24
§ 1.9 对数函数.....	26
习题一.....	30
第二章 三角函数	36—88
§ 2.1 角的概念推广	36
§ 2.2 任意角的三角函数	41
§ 2.3 同角三角函数间的关系	47
§ 2.4 三角函数的简化公式	50
§ 2.5 三角函数的图象和性质	58
§ 2.6 两角和与两角差的三角函数	65
§ 2.7 二倍角和半角的三角函数	70
§ 2.8 三角函数的积化和差与和差化积	75

§ 2.9 反三角函数	77
习题二	84
第三章 直线与二次曲线	89—135
§ 3.1 曲线与方程	89
§ 3.2 直线的倾斜角、斜率和截距	92
§ 3.3 直线方程的几种形式	95
§ 3.4 两条直线的位置关系	103
§ 3.5 圆	109
§ 3.6 椭圆	112
§ 3.7 双曲线	118
§ 3.8 抛物线	126
习题三	133
第四章 数列	136—155
§ 4.1 数列的概念	136
§ 4.2 等差数列	141
§ 4.3 等比数列	146
习题四	153
第五章 排列、组合与二项式定理	156—171
§ 5.1 两个基本原理	156
§ 5.2 排列	157
§ 5.3 组合	161
§ 5.4 二项式定理	166
习题五	170

第二篇 一元微积分

第一章 极限与连续.....172—214

§ 1.1 初等函数.....	172
§ 1.2 数列的极限.....	174
§ 1.3 函数的极限.....	175
§ 1.4 无穷小量与无穷大量.....	180
§ 1.5 极限运算法则.....	184
§ 1.6 极限存在准则, 两个重要极限.....	193
§ 1.7 函数的连续性.....	199
习题.....	210

第二章 导数与微分.....215—255

§ 2.1 导数的概念.....	215
§ 2.2 几个基本初等函数的导数.....	223
§ 2.3 导数的运算法则.....	226
§ 2.4 反函数的导数.....	230
§ 2.5 复合函数的导数.....	232
§ 2.6 隐函数的导数, 高阶导数.....	235
§ 2.7 导数概念在经济工作中的应用举例.....	239
§ 2.8 函数的微分.....	245
§ 2.9 微分在近似计算上的应用.....	250
习题二.....	252

第三章 导数的应用.....256—295

§ 3.1 拉格朗日中值定理.....256

§ 3.2 罗比达法则.....258

§ 3.3 函数单调性的判断.....265

§ 3.4 函数的极值.....268

§ 3.5 极值在经济工作中的应用举例.....277

§ 3.6 曲线的凹向、拐点与渐近线.....282

§ 3.7 函数图形的作法.....289

习题三293

第四章 不定积分.....296—323

§ 4.1 原函数与不定积分.....296

§ 4.2 不定积分的性质与基本积分公式.....300

§ 4.3 换元积分法.....306

§ 4.4 分部积分法.....317

习题四320

第五章 定积分及其应用.....324—359

§ 5.1 定积分的概念.....324

§ 5.2 定积分的性质.....331

§ 5.3 定积分与不定积分的关系.....334

§ 5.4 换元积分法和分部积分法.....337

§ 5.5 广义积分.....343

§ 5.6 定积分的应用.....348

习题五356

第一编 初等数学

第一章 集合与函数

§1.1 集合的概念

一. 集合的概念

首先看下面的例子。

1. 我们学校的全体同学;
2. 第一百货商场的所有商品;
3. 小于10的正偶数;
4. 所有的四边形。

它们分别是由一些人、物、数、图形等组成的全体，且每个全体中的对象都有一种共同属性。我们把具有某种属性的一些对象的全体叫做**集合**。集合里的各个对象叫做这个集合的**元素**。

通常用大写字母 A 、 B 、 C …等表示集合，用小写字母 a 、 b 、 c …等表示元素。如果 a 是集合 A 的元素，则记作 $a \in A$ ，读作“ a 属于 A ”或“ a 在 A 中”，如果 a 不是集合 A 的元素，则记作 $a \notin A$ ，读作“ a 不属于 A ”或“ a 不在 A 中”。例如，设 Z 表示整数集合，则 $3 \in Z$ ， $\frac{3}{5} \notin Z$ 。

一个给定的集合，具有下面三个特性：

元素的确定性 对于任何一个对象，都能够确定它是不是给定集合的元素。如 4 是偶数集合的元素而 5 则不是。

元素的互异性 集合中所含的任何两个元素都是不同的对象，即集合里的元素没有重复现象。

元素的无序性 在集合里，不考虑元素之间的顺序。两个集合，只要它们所含的元素完全相同，就是同一个集合。

二. 集合的表示法

1. 列举法 把集合中的元素一一列举出来，写在大括号 $\{ \}$ 内。这样表示集合的方法，叫做列举法。

例如，由 a, b, c, d 四个元素组成的集合 A ，可表示为 $A = \{a, b, c, d\}$ ，由小于10的正偶数组成的集合 B ，可表示为 $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 。

2. 描述法 把集合中元素的共同属性描述出来，写在大括号 $\{ \}$ 内，这样表示集合的方法，叫做描述法。如由小于10的正偶数组成的集合 B ，可表示为 $B = \{\text{小于10的正偶数}\}$ ，所有四边形组成的集合 C ，可表示为 $C = \{\text{四边形}\}$ 。

用描述法表示集合时，常把描述集合中元素的共同属性的语言改写成数学式子或符号。例如：

$\{\text{大于3的数}\}$ 写成 $\{x \mid x > 3\}$ ；

$\{\text{平方和自己相等的数}\}$ 写成 $\{x \mid x^2 = x\}$ 。

今后我们常用 N 表示自然数的集合， Z 表示整数的集合， Q 表示有理数的集合， R 表示实数的集合， R^+ 表示正实数的集合， R^- 表示负实数的集合。

三. 空集与全集

不包含任何元素的集合叫做空集，记作 $\emptyset$ 。

例如， $\{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in R\}$ ，是空集；一批商品都是

正品，则表示次品的集合是空集。

由所研究的所有元素构成的集合称为**全集**，记作 Ω 。

全集是相对的。一个集合在一定条件下是全集，在另一条件下就可能不是全集。例如，讨论的问题仅限于正整数，则全体正整数的集合为全集，讨论的问题包括正整数和负整数，则全体正整数的集合就不是全集。

四. 子集

对于两个集合 A 与 B ，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么，集合 A 就叫做集合 B 的**子集**。记作

$$A \subseteq B \quad \text{或} \quad B \supseteq A$$

读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”，如图 1—1 所示。

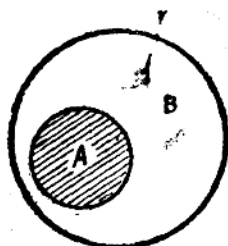


图 1—1

例如，设集合 A 表示 {某商店库存的黑白电视机}，集合 B 表示 {商店库存的电视机}。显然， $A \subseteq B$

根据子集的定义可知：

(1) 任何集合 A 都是它本身的子集，即 $A \subseteq A$ 。

(2) 集合的包含关系具有传递性，即如果 $A \subseteq B$ ， $B \subseteq C$ ，则 $A \subseteq C$ 。

如果集合 A 是集合 B 的子集，并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ，那么，集合 A 就叫做集合 B 的**真子集**。记作

$$A \subset B \quad \text{或} \quad B \supset A$$

读作“A包含于B”或“B包含A”。

我们规定空集是任何集合A的子集，即 $\emptyset \subseteq A$ 。

显然，空集是任何一个非空集合的真子集。

对于两个集合A、B，如果 $A \subseteq B$ ，同时 $B \subseteq A$ ，则，集合A和集合B就叫做**相等**。记作 $A = B$ ，读作“A等于B”。

两个集合相等，就表示两个集合的元素完全相同。例如， $A = \{2, 3\}$ ， $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ，则 $A = B$ 。

例1. 写出集合 $S = \{0, 1, 2, 3\}$ 的所有子集与真子集。

解：集合S的所有子集是：

$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\},$
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{0, 1, 2\}, \{0, 1, 3\},$
 $\{0, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{0, 1, 2, 3\}.$

集合S的所有真子集是：

$\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\},$
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{0, 1, 2\}, \{0, 1, 3\}, \{1, 2, 3\}.$

练 习

在下面各题中的___处填上适当的符号($\in$ 、 $\notin$ 、 $=$ 、 $\supset$ 、 $\subset$)，

(1) 0 ___ N ; (2) 0 ___ Z ; (3) 0 ___ Q ;

(4) 0 ___ R ; (5) 0 ___ $\{0\}$; (6) 0 ___ $\emptyset$

(7) $\{0\}$ ___ $\emptyset$; (8) 0 ___ $\{a\}$;

(9) a ___ $\{a\}$; (10) a ___ $\{a, b, c\}$;

(11) d ___ $\{a, b, c\}$; (12) $\{a\}$ ___ $\{a, b, c\}$;

- (13) $\{a, b\}$ ____ $\{b, a\}$;
 (14) $\{b, a\}$ ____ $\{a, b, c\}$;
 (15) $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ____ $\{n | n < 3, n \in \mathbb{N}\}$;
 (16) $\{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ ____ $\{x | x = 4k \pm 1, k \in \mathbb{Z}\}$.

§ 1.2 集合的运算

几个集合按一定方式结合起来可以产生新的集合。下面介绍集合的几种基本运算——交、并、差、补。

一. 集合的交、并、差、补

定义 1, 对于集合 A 和 B , 由 A 和 B 的所有公共元素构成的集合, 称为 A 与 B 的**交集**, 记为 $A \cap B$ 。即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。如图 1—2 所示。

集合的交集具有下列性质:

- (1) $A \cap B \subseteq A$,
 $A \cap B \subseteq B$;
 (2) 对任何集合 A , 有
 $A \cap \phi = \phi$, $A \cap \Omega = A$,
 $A \cap A = A$ 。

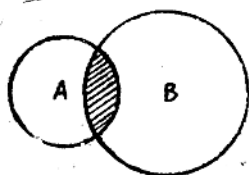


图 1—2

定义 2. 对于集合 A 和 B , 由 A 和 B 的所有元素构成的集合, 称为 A 与 B 的**并集**, 记为 $A \cup B$, 如图 1—3。即
 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 。

集合的并集具有下列性质:

$$(1) A \subseteq A \cup B,$$

$$B \subseteq A \cup B$$

(2) 对任何集合 A , 有

$$A \cup \emptyset = A,$$

$$A \cup \Omega = \Omega,$$

$$A \cup A = A.$$

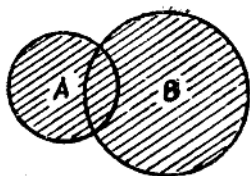


图 1-3

例 1. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 则

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

$$A \cap B = \{3, 4\}.$$

例 2. 设 $C = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$,

$D = \{x | 2 \leq x \leq 6\}$, 如图 1-4, 即

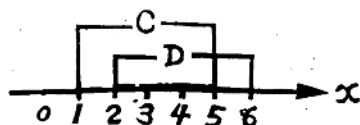


图 1-4

$$C \cup D = \{x | 1 \leq x \leq 6\}.$$

$$C \cap D = \{x | 2 \leq x \leq 5\}.$$

定义 3. 对于集合 A 和 B , 我们把属于集合 A 而不属于集合 B 的所有元素组成的集合, 叫做集合 A 与集合 B 的**差集**. 记作 $A - B$.

如图 1-5. 即

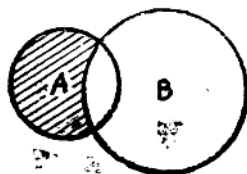


图 1-5

$$A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$$

例3. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$
 则 $A - B = \{2, 4\}$.

定义4. 全集 Ω 中所有不属于集合 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 的补集, 记

作 $\bar{A}$ 。如图1—6。即

$$\bar{A} = \{x | x \in \Omega \text{ 且 } x \notin A\}$$

补集具有下列性质:

$$A \cup \bar{A} = \Omega,$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset, \quad \overline{\bar{A}} = A$$

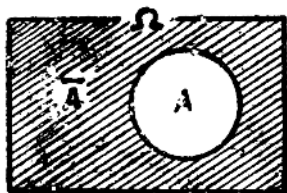


图1—6

二. 集合运算律

集合的运算满足下列规律。

交换律: $A \cap B = B \cap A$

$$A \cup B = B \cup A$$

结合律: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

分配律: $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

吸收律: $(A \cup B) \cap A = A$

$$(A \cap B) \cup A = A$$

摩根律: $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

例4. 设 $\Omega = \{\text{某单位的全体人员}\}$, $A = \{\text{某单位会英语的人}\}$, $B = \{\text{某单位会日语的人}\}$, 那么, $\bar{A}$, $\bar{B}$,

$A - B$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$ 各表示什么人的集合?

解: $\overline{A} = \{\text{某单位不会英语的人}\}$

$\overline{B} = \{\text{某单位不会日语的人}\}$

$A - B = \{\text{某单位会英语且不会日语的人}\}$

$\overline{A \cup B} = \{\text{某单位不会英语且不会日语的人}\}$

$\overline{A \cap B} = \{\text{某单位不会英语或不会日语的人}\}$

练习

设 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$,

$C = \{2, 4, 6\}$ 。求:

- (1) $A \cup B$, (2) $A \cap B$, (3) $A - B$,
(4) $B - A$, (5) $A \cup C$, (6) $A \cap C$,
(7) $A - C$, (8) $C - A$, (9) $A \cap B \cap C$,
(10) $A \cup B \cup C$.

§1.3 区间与邻域

在以后的讨论中, 我们常常限制在一部分实数范围内考虑。在许多场合这部分实数是介于某两个实数之间的一切实数。为了能够简单明确地表达这部分实数, 我们引入区间与邻域的概念与记号。

介于某两个实数之间的全体实数的集合叫做**区间**, 这两个实数叫做区间的**端点**。

设 a 与 b 为两个实数, 且 $a < b$, 满足不等式

$$a < x < b$$

的一切实数 x 的集合叫做**开区间**，记作 (a, b) ；满足不等式

$$a \leq x \leq b$$

的一切实数 x 的集合叫做**闭区间**，记作 $[a, b]$ 。满足不等式

$$a < x \leq b \text{ 或 } a \leq x < b$$

的一切实数 x 的集合叫做**半开半闭区间**或**半闭半开区间**，记作 $(a, b]$ 或 $[a, b)$

在数轴上，区间是介于某两个点之间的一线段上点的全体。这两点就是区间的端点，两点间的距离(线段的长度)称为区间的长度。例如上述各个区间的端点是点 a 和点 b ，长度都是 $b - a$ 。

除了上述那些有限区间外，还有无限区间。我们规定下列符号的意义：

$(-\infty, +\infty)$ 表示全体实数，也可以写作：

$$-\infty < x < +\infty;$$

$(a, +\infty)$ 表示大于 a 的实数集合，也可以写作：

$$a < x < +\infty;$$

$(-\infty, a)$ 表示小于 a 的实数的集合，也可以写作：

$$-\infty < x < a;$$

$[a, +\infty)$ 表示不小于 a 的实数的集合，也可以写作：

$$a \leq x < +\infty;$$

$(-\infty, a]$ 表示不大于 a 的实数的集合，也可以写作：

$$-\infty < x \leq a.$$

符号“ $-\infty$ ”读作“负无穷大”，符号“ $+\infty$ ”读作

“正无穷大”。符号“ $-\infty$ ”、“ $+\infty$ ”都不能作为数看待。

例1. 将下列各集合用区间表示：

- (1) $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$; (2) $\{x | x \geq 2\}$;
(3) $\mathbb{R}$; (4) $\{x | x \in \mathbb{R}, x \neq 1\}$;

解：(1) $[-1, 1]$; (2) $[2, +\infty)$;
(3) $(-\infty, +\infty)$; (4) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ 。

设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta > 0$ 。满足不等式

$$|x - a| < \delta \quad (1)$$

的一切实数 x 的集合称为点 a 的 δ 邻域，点 a 称为这邻域的中心， δ 称为这邻域的半径。

(1) 式与不等式

$-\delta < x - a < \delta$ 或 $a - \delta < x < a + \delta$ 等价。从而，满足不等式 (1) 的实数 x 的集合就是开区间 $(a - \delta, a + \delta)$ 。所以说，点 a 的 δ 邻域，就是以点 a 为中心，长度为 2δ 的开区间（图 1-7）

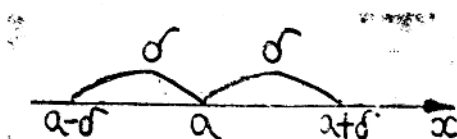


图 1-7

例2. 把点2的 $\frac{5}{2}$ 邻域表示成区间。

解：点2的邻域可表示为 $2 - \frac{5}{2} < x < 2 + \frac{5}{2}$

$-\frac{1}{2} < x < \frac{9}{2}$ 。这个区间就是 $(-\frac{1}{2}, \frac{9}{2})$ 。