学人教版教材
用人教版教辅

高中同步系列

与人教版全日制普通高级中学教科书(试验修订本)同步

教材精析精练

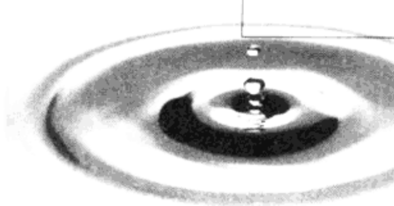
数学 第三册(选修Ⅱ)

人民教育出版社 延边教育出版社

高中同步系列

与人教版全日制普通高级中学教科书(试验修订本)同步

教材精析精练



数学 第三册(选修Ⅱ)

学校____________________

班级____________________

姓名____________________

人民教育出版社 延边教育出版社

□ 顾　　问：顾振彪　蔡上鹤　龚亚夫
□ 策　　划：崔炳贤　申敬爱
□ 丛书主编：周益新
□ 本册主编：于学勤
□ 编　　著：于学勤　安振邦　冯进军
杨吉谆　何立斌
□ 责任编辑：黄俊葵
□ 编辑统筹：宁德伟
□ 封面设计：王　睢　于文燕
□ 版式设计：李　超

与人教版全日制普通高级中学教科书（试用本）同步
《教材精析精练》数学　第三册（选修Ⅱ）

出　　版：人民教育出版社　延边教育出版社
发　　行：延边教育出版社
地　　址：北京市海淀区紫竹院路 88 号紫竹花园 D 座 702
邮　　编：100087
网　　址：http://www.ybep.com
电　　话：010-88552311　88552651
传　　真：010-88552651-11
排　　版：北京民译印刷厂
印　　刷：中国科学院印刷厂
开　　本：787×1092　16 开本
印　　张：15.25
字　　数：416 千字
版　　次：2002 年 6 月第 1 版
印　　次：2002 年 6 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-5437-4747-2/G・4276
定　　价：（单色版）16.00 元

前　言

为了配合人民教育出版社全日制普通高级中学教科书（试验修订本）的推广使用，以适应新教材课程改革、研究性学习、“3＋X”高考模式改革和培养学生健全的聚合思维及发散思维能力，人民教育出版社、延边教育出版社组织约请了参与人教版新教材试验并对新教材及“3＋X”高考改革和思维能力培养有深入研究的湖北黄冈市、北京海淀区、山西省、江苏省、广东省、浙江省等国内知名教师共同编写这套丛书。

目前市场上教辅书多而杂，大多数是教材的翻版，且从内容上讲，与新教材课程改革、研究性学习、“3＋X”高考模式改革之间缺乏必要的联系。针对这种状况，我们策划了本套丛书，目的在于培养学生理性的、逻辑性的思维方式和研究、解决问题的方法，使学生在高中课程的学习中将各学科基础的、核心的、可再生的知识内容系统化，构建起学科知识体系，并掌握科学的方法和技巧，来解决学习中的思维障碍。同时，通过适当的练习，使学生了解、适应新大纲、新教材对知识范围和能力的要求。促使学生转换固有的、陈旧的思维方式，使他们拥有全面、健康、严谨、灵活的思维品质，让他们学会将社会热点、焦点问题和新科学发现、新技术的发明等问题同日常学习联系起来，使他们拥有综合的发散思维能力。

这套丛书主要有以下特点：

权威性——以国家教育部颁布的新教学大纲为纲，以人民教育出版社最新教材（试验修订本）为依据，人民教育出版社各学科编辑室指导全书编写工作并审定丛书书稿。

新颖性——丛书根据国家教育部颁布的高中各年级课时标准编写，体现了课程改革新方案、“3＋X”高考模式改革和研究性学习新思路，突出新教材、新大纲中知识、能力、素质“三元合一”的教学模式和方法、实践、创新“三位一体”的教学内容，侧重学法指导。减少陈题，不选偏题，精编活题，首创新题，启迪思维方法。将国际上流行的开发学生智力的“活性动态”版式与我国教辅版式相结合，既保护了学生视力、激活了思维，又符合中学生心理年龄层次。

前瞻性——丛书突出素质教育的要求，强调培养学生创新精神和实践能力，设计了学生自己构思答案的研究性学习案例和充分挖掘学生思维潜力的潜能测试，以培养和提高学生的发散思维能力。

实用性——内容与教材紧密配套，既有教师的精辟分析和指导学生自主学习的知识归纳和学法建议，又有剖析"活题"思维障碍的解题思维技巧。课后有精选精编针对性很强的知能达标训练和综合能力训练；每单元进行一次小结和能力测试；期中、期末进行阶段性测试，方便学生与人教版教材同步配套使用，可操作性极强。

科学性——丛书按学习规律和思维能力培养的规律循序渐进，突出能力升级的五步递进一知识归纳、学法建议、潜能开发、知能达标训练、综合能力训练，科学地对学生进行显能测试和潜能测试，培养和提高学生思维的敏捷性、科学性、深刻性和发散性。

这套丛书在策划、组稿、编写、审读整个过程中，得到了人民教育出版社和延边教育出版社的支持和指导，在此一并致谢。

思维是智力的核心，思维更是能力的体现。思维的表现特征是素质教育和创新教育重要的研究课题。在我国，对中学生进行科学的思维技巧训练、显能测试和潜能测试是一种新的教学尝试。尽管书中许多内容是作者长期教学实践和潜心研究的心得和成果，但仍需要不断完善，不当之处，恳请专家、读者指正。

丛书主编：周益新

2002年4月

内容结构与能力培养过程示意图（高中同步）

1. 知识归纳

对新教材透彻分析，将各学科基础的、核心的、可再生性知识系统化，易学、易懂、易记

2. 学法建议

从宏观上对学习本课时内容提出建议或从微观上采用独到办法突破重难点

3. 潜能开发

以"活题"为例，介绍思维技巧，剖析思维障碍的原因，指出排除思维障碍的办法

4. 知能达标训练

突出新教材内基础的、核心的、可再生性的知识与技能转化训练

5. 综合能力训练

依据新大纲，密切联系生产、生活实际，侧重思维向纵向延伸和横向拓展方向的训练

单元小结

1. 热点聚焦

梳理单元重点热点内容，构建学科知识体系

2. 显能测试

考核新教材、新大纲知识和能力范围以内必须达到的要求，测试聚合思维能力

3. 潜能测试

考核遵循新教学大纲，不拘泥于新教材的内容，预测中学生未来在大学相关专业学习上成功机会的有无和大小，测试发散思维能力

丛书顾问 Congshu Guwen

顾振彪 1965年毕业于华东师范大学中文系，人民教育出版社中学语文室编审，课程教材研究所研究员。从事中学语文教材编写、研究工作三十多年，参与或主持编写初、高中语文教材多套，与人合著《语文教材编制与使用》、《文学创作技巧七十题》、《新中国中学语文教育大典》等，并撰写论文《义务教育初中语文教材的编写与实验》、《国外文学教材管窥》等数十篇。

蔡上鹤 1964年毕业于华东师范大学数学系，人民教育出版社编审。主要从事中学数学课程、教材的理论研究和实践活动。曾编写过中学数学通用教材、中学数学教学指导书，著有《数学纵横谈》、《初中数学学习问答》等书；发表过50余篇学术论文，其中《民族素质和数学素养》一文被原国家教委评为一等奖。1983、1984年参加高考数学试卷的命题工作。曾出席国际数学教育大会和国际数学教育心理学会议。1995年10月被国务院授予有突出贡献专家称号。现兼任中国数学会《数学通报》编委、人教社《中小学教材教学（中学理科版）》副主编、北京师范大学兼职教授。

龚亚夫 全国政协第九届委员会委员，课程教材研究所研究员，人民教育出版社英语室主任，编审，现行高中英语教学大纲及新基础教育英语课程核心小组成员。加拿大约克大学教育系研究生毕业，获教育硕士学位，长期从事基础英语教育研究工作，曾在北京海淀区教师进修学校、美国威斯康辛州私立学校任教。1991—1993年在教育部基础教育司工作。主编、改编过多套大型电视英语教学片，其中较有影响的有《走遍美国》、《澳洲之旅》、《TPR儿童英语》等，参与编著英语教材，英语学习方法等各类图书，并发表文章数十篇。

丛书主编 Congshu Zhubian

周益新 中国科协国家教育专家委员会学术委员，全国优秀地理教师，《中国教育报》高考研究专家。在湖北省黄冈中学工作二十多年，潜心研究素质教育、创新教育与学生潜能开发的方法和途径。在《光明日报》、《中国教育报》等国家级报刊发表教育研究论文数十篇。指导学生撰写的研究性学习小论文获湖北省科协、湖北省教研室一等奖。策划并主编教育教研丛书多部。

目 录

目　录

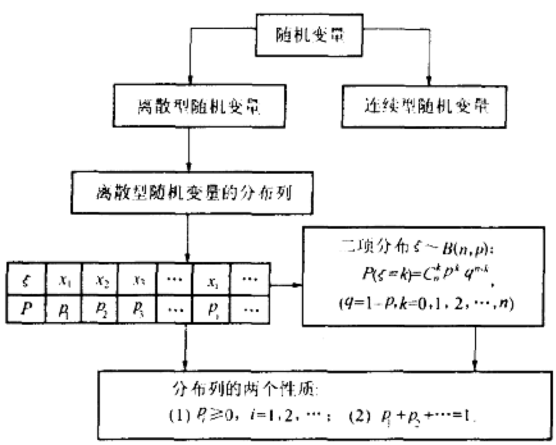
第 1 章

概率与统计

一　随机变量

1.1　离散型随机变量的分布列

知识归纳



学法建议

1. 随机实验中，所谓“实验”一词有十分广泛的含义，建议从下面几个方面理解：凡是对现象的观察或为此进行的实验我们都称之为试验，一个试验如果满足下述条件：

(1)试验可以在相同的情形下重复进行；

(2)试验的所有可能结果是明确可知的，并且不止一个；

(3)每次试验总是恰好出现这些结果中的一个，但在一次试验之前却不能肯定这次试验会出现哪一个结果.

就称这样的试验是一个随机试验，为方便起见，也简称试验.

2. 随机变量取哪些值，来源于实际问题. 如射击一次命中的环数 ξ，因为所研究的是射手一次射击所

得几环的问题,故环数 ξ 只能是按实际中计算环数的方法进行. 若是投掷飞标一次所得分数 ξ 为随机变量,显然就由飞标盘的得分方法来计算了. 因此,关注生活周围的事情,也有利于自己理解和解决问题.

3. 离散型随机变量 ξ 的概率分布,即 ξ 的分布列,指的就是随机变量 ξ 与这一变量所对应概率 P 的二维表,它反映了 ξ 取值的分布情况,有时为了叙述方便,也用那些能写出对应关系的等式来代替这一表格,但实质是一样的.

4. 分布列中 P 行中的概率值,一定满足两个性质,即:

(1) $P_i\geqslant 0, i=1,2,\cdots$,这是由概率的非负性所决定的.

(2) $P_1+P_2+\cdots=1$,这是因为一次试验的各种结果是相斥的,而全部结果之和为一必然事件. 要注意对这两个性质的理解和应用.

5. 所谓二项分布,是 n 次独立重复试验,某事件发生次数 ξ 为随机变量,则 ξ 的取值只能是不超过 n 的自然数.

潜能开发

[例 1]小王钱夹中只剩有 20 元、10 元、5 元、2 元和 1 元人民币各一张. 他决定随机抽出两张,用做晚餐. 用 ξ 表示这两张金额之和. 那么,写出 ξ 的可能取值,并说明所取值表示的随机试验结果.

思路分析

因为条件限定了只有 5 种面值的人民币各一张,ξ 的取值有其实际的意义. 只能是 20,10,5,2,1 中的两个数之和而无其他情况. 相当于 $\xi=x+y$,且 $x\neq y, x,y\in\{1,2,5,10,20\}$.

[解答]

$\xi=3$,表示抽到的是 1 元和 2 元;

$\xi=6$,表示抽到的是 1 元和 5 元;

$\xi=7$,表示抽到的是 2 元和 5 元;

$\xi=11$,表示抽到的是 1 元和 10 元;

$\xi=12$,表示抽到的是 2 元和 10 元;

$\xi=15$,表示抽到的是 5 元和 10 元;

$\xi=21$,表示抽到的是 1 元和 20 元;

$\xi=22$,表示抽到的是 2 元和 20 元;

$\xi=25$,表示抽到的是 5 元和 20 元;

$\xi=30$,表示抽到的是 10 元和 20 元.

思维诊断

不要单纯去模仿例题,而应具体理解其 ξ 的实际意义. ξ 值不可能出现 2,4,5,8,9 等值,究其原因,是小王只是 5 种不同面值的钞票各一张,且“他决定随机抽取两张”而不是一张或多张. 因此,逐一考虑,且宜由和值从小到大排出,以防止出现遗漏或重复.

[例 2]一批零件中有九个合格品与三个废品,安装机器时,从这批零件中随机抽取,取出废品则不放回,求在第一次取到合格品之前已取出的废品数的分布列.

思维诊断

不能出现 $\xi\geqslant 4$ 的值. 为什么? 关键还要理解 ξ 取值的具体含义. 显然,无放回式试验,决定了取完全部废品

思路分析

一般分布列的求法分三步:(1)首先要确定随机变量ξ的取值有哪些. 此题因为一旦取到合格品即停止ξ的试验过程,故而ξ的可能取值只能是0,1,2,3;(2)求出每种取值下的随机事件概率值;(3)列表对应,即为分布列.

[解答]

设在第一次取到合格品之前已取出的废品数为ξ,则ξ的可能取值为0,1,2,3.

$P(\xi=0)=\frac{C_9^1}{C_{12}^1}=\frac{3}{4}$;$P(\xi=1)=\frac{C_3^1}{C_{12}^1}\cdot\frac{C_9^1}{C_{11}^1}=\frac{9}{44}$;

$P(\xi=2)=\frac{C_3^1}{C_{12}^1}\cdot\frac{C_2^1}{C_{11}^1}\cdot\frac{C_9^1}{C_{10}^1}=\frac{9}{220}$;

$P(\xi=3)=\frac{C_3^1}{C_{12}^1}\cdot\frac{C_2^1}{C_{11}^1}\cdot\frac{C_1^1}{C_{10}^1}=\frac{1}{220}$.

所以,分布列为:

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{44}$	$\frac{9}{220}$	$\frac{1}{220}$

后,下一次抽取必取到合格品. 此题一般性原则是上一次实验若取到一个废品后,则下一次抽取时,总量和废品数量都应减少一个,故宜使用分步方法完成.

[例3]从1,2,3,…,10中一次取出4个数,并由小到大排列,以ξ表示这4个数中第二个,求ξ的分布列.

思路分析

由小到大的顺序,即不是任意排列,而是固定的自然顺序,所以,第二个数不能是最小的数,也不能是两个较大的数9、10. 宜使用组合的方法计算其概率.

[解答]

ξ的可能取值为2,3,4,5,6,7,8,$P(\xi=k)=\frac{C_{k-1}^1C_{10-k}^2}{C_{10}^4}$,$k=2,3,4$,…,8. 所以,分布列为:

ξ	2	3	…	k	…	8
P	$\frac{C_1^1C_8^2}{C_{10}^4}$	$\frac{C_2^1C_7^2}{C_{10}^4}$	…	$\frac{C_{k-1}^1C_{10-k}^2}{C_{10}^4}$	…	$\frac{C_7^1C_2^2}{C_{10}^4}$

思维诊断

照顾了第1个数的较小,而忽略了后两个数必须是较大的数,是常见的错误. 故而在多个条件之下,对其特别情况,应予特别关注. 另外,对情况较多或无穷多时,应由简单情况导出其一般通式,从而简化其过程.

[例4]设随机变量ξ的分布列$P\left(\xi=\frac{k}{5}\right)=ak$,($k=1,2,3,4,5$). (1)求常数$a$的值;(2)求$P\left(\xi\geqslant\frac{3}{5}\right)$;(3)求$P\left(\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}\right)$.

思维诊断

随机变量并不一定要取整数值. 它的取值一般来源于实际问题,且有其特定的

思 路 分 析

(1)分布列有两条重要的性质：$P_i \geqslant 0, i=1,2,\cdots; P_1+P_2+\cdots=1$. 利用第二条性质可得 a 值.(2)(3)由于 ξ 的可能取值为 $\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{3}{5},\frac{4}{5},1$. 所以满足 $\xi \geqslant \frac{3}{5}$ 或 $\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}$ 的 ξ 值，只能是在 $\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{3}{5},\frac{4}{5},1$ 中选取，且它们之间在一次实验中为互斥事件. 故求得满足条件各概率之和即可.

[解答]

(1)由 $a\cdot 1+a\cdot 2+a\cdot 3+a\cdot 4+a\cdot 5=1$，得 $a=\frac{1}{15}$；

(2)因为分布列为 $P\left(\xi=\frac{k}{5}\right)=\frac{1}{15}k,(k=1,2,3,4,5)$

(解法一) $P\left(\xi \geqslant \frac{3}{5}\right)=P\left(\xi=\frac{3}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{4}{5}\right)+P(\xi=1)=\frac{3}{15}+\frac{4}{15}+\frac{5}{15}=\frac{4}{5}$；

(解法二) $P(\xi \geqslant \frac{3}{5})=1-[P(\xi=\frac{1}{5})+P(\xi=\frac{2}{5})]=1-\left[\frac{1}{15}+\frac{2}{15}\right]=\frac{4}{5}$；

(3)因为 $\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10}$，只有 $\xi=\frac{1}{5},\frac{2}{5},\frac{3}{5}$ 时满足，故

$P(\frac{1}{10}<\xi<\frac{7}{10})=P\left(\xi=\frac{1}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{2}{5}\right)+P\left(\xi=\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{15}+\frac{2}{15}+\frac{3}{15}=\frac{2}{5}$.

含义，因此，可以是 R 中的任意值. 但这并不意味着可以取任何值. 它只能取分布列中的值. 而随机变量取某值时，其所表示的某一实验发生的概率值，必须符合性质.

将分布列简写成一个通项型表达式，只是为了叙述方便，而表格形式更能直观反映每种实验可能的分布，两种实质内容是一致的.

[例5]某一中学生心理咨询中心服务电话接通率为 $\frac{3}{4}$，某班3名同学商定明天分别就同一问题询问该服务中心. 且每人只拨打一次，求他们中成功咨询的人数 ξ 的分布列.

思 维 诊 断

关键是理解二项分布的特点：即某同一事件，在 n 次独立重复实验中，以事件发生的次数 ξ 为随机变量.

思 路 分 析

3个人各做一次试验，看成三次独立重复试验，拨通这一电话的人数即为事件的发生次数 ξ，故符合二项分布.

[解答]

由题：$\xi \sim B\left(3,\frac{3}{4}\right)$，所以 $P(\xi=k)=C_3^k\left(\frac{3}{4}\right)^k\left(\frac{1}{4}\right)^{3-k}, k=0,1,2,3$，分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$

[例 6]某射手有 5 发子弹,射击一次命中概率为 0.9,如果命中就停止射击,否则一直到子弹用尽,求耗用子弹数 ξ 的分布列.

思路分析

确定 ξ 取哪些值以及各值所代表的随机事件概率,分布列即获得.

[解答]

本题要求我们给出耗用子弹数 ξ 的概率分布列. 我们知道只有 5 发子弹,所以 ξ 的取值只有 1,2,3,4,5. 当 $\xi=1$ 时,即 $P(\xi=1)=0.9$;当 $\xi=2$ 时,要求第一次没射中,第二次射中,故 $P(\xi=2)=0.1\times0.9=0.09$;同理,$\xi=3$ 时,要求前两次没有射中,第三次射中,$P(\xi=3)=0.1^2\times0.9=0.009$;类似地,$P(\xi=4)=0.1^3\times0.9=0.0009$;第 5 次射击不同,只要前四次射不中,都要射第 5 发子弹,也不考虑是否射中,所以 $P(\xi=5)=0.1^4$,所以耗用子弹数 ξ 的分布列为:

ξ	1	2	3	4	5
P	0.9	0.09	0.009	0.0009	0.0001

思 维 诊 断

搞清 $\xi=5$ 的含义,防止这步出错. $\xi=5$ 时,可分两种情况:一是前 4 发都没射中,恰第 5 发射中,概率为 $0.1^4\times0.9$;二是这 5 发都没射中,概率为 0.1^5,所以,$P(\xi=5)=0.1^4\times0.9+0.1^5$. 当然,$\xi=5$ 还有一种算法:即 $P(\xi=5)=1-(0.9+0.09+0.009+0.0009)=0.0001$.

[例 7]如果在一次试验中,某事件 A 发生的概率为 p,那么在 n 次独立重复试验中,这件事 A 发生偶数次的概率为______.

思路分析

发生事件 A 的次数 $\xi\sim B(n,p)$,所以,$P(\xi=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$,($q=1-p$ $k=0,1,2,\cdots,n$)其中的 k 取偶数 0,2,4,…时,为二项式 $(p+q)^n$ 展开式的奇数项的和,由此入手,可获结论.

[解答]

由题,因为 $\xi\sim B(n,p)$ 且 ξ 取不同值时事件互斥,所以,$P=P(\xi=0)+P(\xi=2)+P(\xi=4)+\cdots=C_n^0p^0q^n+C_n^2p^2q^{n-2}+C_n^4p^4q^{n-4}+\cdots=\frac{1}{2}[(q+p)^n+(q-p)^n]=\frac{1}{2}[1+(1-2p)^n]$.(因为 $p+q=1$,所以 $q-p=1-2p$)

思 维 诊 断

如何获得二项展开式中的偶数次的和? 这需要抓住 $(q+p)^n$ 与 $(q-p)^n$ 展开式的特点:联系与区分,从而达到去除 p 奇次,留下 p 偶次的目的.

知能达标训练

一、选择题

1. ①某座大桥一天经过的车辆数为 ξ;②某无线寻呼台一天内收到寻呼的次数为 ξ;③一天之内的温度为 ξ;④一射手对目标进行射击,击中目标得 1 分,未击中目标得 0 分,用 ξ 表示该射手在一次射击中的得分.

上述问题中的 ξ 是离散型的随机变量的是: ( )

A. ①②③④　　B. ①②④　　C. ①③④　　D. ②③④

2. 在15个村庄中，有7个村庄交通不太方便，现从中任意选10个村庄，用ξ表示这10个村庄中交通不方便的村庄数，下列概率中等于$\frac{C_7^4C_8^6}{C_{15}^{10}}$的是　　(　　)

A. $P(\xi=2)$　　B. $P(\xi\leqslant2)$　　C. $P(\xi=4)$　　D. $P(\xi\leqslant4)$

3. 设某批电子手表正品率为$\frac{3}{4}$，次品率为$\frac{1}{4}$，现对该批电子表进行测试，设第ξ次首次测到正品，则$P(\xi=3)$等于　　(　　)

A. $C_3^2\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)$　　B. $C_3^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)$　　D. $\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)$

4. 设随机变量概率分布列为：$P(\xi=k)=ak,(k=1,2,3,\cdots,n)$，则常数$a$等于　　(　　)

A. $\frac{1}{10}$　　B. $\frac{1}{n}$　　C. $\frac{1}{n^2}$　　D. $\frac{2}{n(n+1)}$

5. 若$P(\xi\leqslant x_2)=1-\beta$，$P(\xi\geqslant x_1)=1-\alpha$，其中$x_1<x_2$，则$P(x_1\leqslant\xi\leqslant x_2)$等于　　(　　)

A. $(1-\alpha)(1-\beta)$　　B. $1-(\alpha+\beta)$　　C. $1-\alpha(1-\beta)$　　D. $1-\beta(1-\alpha)$

二、填空题

6. 设随机变量ξ的分布列为(右表)，则$x=$____________.

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	x

7. 袋中装有5个白球、3个红球，现从袋中往外取球，每次任取一个，取出后记下球的颜色，然后放回，直到红球出现10次时停止，设停止时总共取了ξ次球，则$P(\xi=12)$等于________.

8. 设随机变量ξ的概率分布列为下左表，则在下右表中，试写出$\xi+2$的分布列：

ξ	-2	$-\frac{1}{2}$	0	2	4
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

$\xi+2$	0	$\frac{3}{2}$	2	4	6
P					

三、解答题

9. 写出下列随机变量的可能取值，并说明它们是离散型随机变量还是连续型随机变量

(1)某高速公路入口处，在上午9点到下午3点这段时间内驶入公路的汽车数ξ，

(2)某天，本班教室前门开关次数ξ，

(3)投出一架折叠纸飞机，飞行时间ξ.

10. 抛掷两枚骰子一次，求第一枚骰子掷出的点数与第二枚掷出的点数之差ξ的所有可能取值.

11. 不停地抛掷硬币，直到出现8次正面向上为止. ξ表示抛掷的总数，写出ξ的可能取值.

12. 设随机变量ξ的分布列为$P(\xi=i)=\frac{i}{10}$，$i=1,2,3,4$. 求出：

(1)$P(\xi=1$ 或 $\xi=2)$；

(2)$P\left(\frac{1}{2}<\xi<\frac{7}{2}\right)$.

13. 随机变量ξ的分布列为：

ξ	-1	0	1	2	3
P	0.16	$\frac{a}{10}$	a^2	$\frac{a}{5}$	0.3

，求常数a.

14. 设$\xi \sim B(2,p)$，$\eta \sim B(4,p)$，已知$P(\xi \geqslant 1)=\frac{5}{9}$，求$P(\eta \geqslant 1)$.

15. 有5支不同标价的圆珠笔，分别标有1元、2元、…、5元，从中任取3支，若以ξ表示取到的笔中最高标价，试写出ξ的分布列.

16. 袋中有7个球，其中有4个红球，3个黑球，从袋中任取3个球，求取出的红球数ξ的分布列及$P(\xi > 2)$.

17. 一射手连续地向某目标进行射击，直到某一次命中目标为止，若每次命中目标的概率为p，试求所需射击次数的分布列.

综合能力训练

1. 数字1,2,3,4任意排成一列，如果数字k恰好出现在第k个位置上，则称有一个巧合，求巧合数ξ的分布列.

1.2　离散型随机变量的期望与方差

知识归纳

	数学期望	方差
定义	$E\xi = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots$	$D\xi = (x_1 - E\xi)^2p_1 + (x_2 - E\xi)^2p_2 + \cdots$
$a\xi + b$	$E(a\xi + b) = aE\xi + b$	$D(a\xi + b) = a^2D\xi$
二项分布 $\xi \sim B(n,p)$	$E\xi = np$	$D\xi = npq,(q = 1 - p)$
意义	$E\xi$反映随机变量取值的平均水平，亦称均值、或加权平均数	$D\xi$(及$\sqrt{D\xi} = \sigma\xi$)反映随机变量取值的稳定与波动，集中与离散的程度

学法建议

1. 随机变量的期望与方差，都是随机变量的重要特征数(或数字特征)，是对随机变量的一种简明

的描述，它们所反映的随机变量的情况有着很重要的实际意义，所以，不仅需要掌握其计算公式和方法，也要学会通过这些数据分析其含义，从而为决策提供依据.

2. 怎样正确认识离散型随机变量的数学期望值呢？例如：在一次商业活动中，某人获利 300 元的概率为 0.6，亏损 100 元的概率为 0.4，求此人在这样的一次商业活动中获利的数学期望，可得 $E\xi=300\times0.6+(-100)\times0.4=140$(元). 这表明此人有希望获利 140 元，但注意：对于这样一次商业活动，此人不是赚 300 元，就是亏 100 元，但如果他重复从事这类商业活动，那么，从平均意义上说，每次可获利的加权平均值为这个期望值，正如概率作为随机事件发生的频率一样，要在大量现象中才能显现出来.

3. 方差的正确认识：方差 $D\xi$ 是 ξ 取值时，以它的数学期望 $E\xi$ 为中心的分散程度($E\xi$ 在这里是常量)，而标准差 $\sigma\xi=\sqrt{D\xi}$ 与随机变量有相同的单位，故它也反映了 ξ 取值时与 $E\xi$ 为中心的分散程度，也有着较为广泛的应用.

4. 注意随机变量的方差 $D\xi=(x_1-E\xi)^2p_1+(x_2-E\xi)^2p_2+\cdots+(x_n-E\xi)^2p_n$ 公式与初中所学的样本方差公式 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$ 的区别，即不要忘记各项都乘上相应的 $P(\xi=x_i)$.

潜能开发

[例 1]若对于某个数学问题，甲、乙两人都在研究. 甲解出该题的概率为 $\frac{2}{3}$，乙解出该题的概率为 $\frac{4}{5}$，设解出该题的人数为 ξ，求 $E\xi$.

思维诊断

发生与不发生是对立的事件，即 $P(A)=1-P(A)$，分类时要准确而无漏.

思路分析

首先应先求出分布列来，将甲、乙解出题看成独立的事件，分为都不发生，只有一个发生和同时都发生来解，求期望值只需代入公式即可.

[解答]

设 A、B 分别为甲、乙解出该题事件，ξ 可能取值为 0，1，2. $P(\xi=0)=P(\overline{A})\cdot(P(\overline{B})=\left(1-\frac{2}{3}\right)\left(1-\frac{4}{5}\right)=\frac{1}{15}$，$P(\xi=1)=P(A)\cdot P(\overline{B})+P(\overline{A})\cdot P(B)=\left(1-\frac{2}{3}\right)\frac{4}{5}+\frac{2}{3}\left(1-\frac{4}{5}\right)=\frac{2}{5}$，$P(\xi=2)=P(A)\cdot P(B)=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$，所以，$\xi$ 的分布列为：

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{15}$

故 $E\xi=0\cdot\frac{1}{15}+1\cdot\frac{2}{5}+2\cdot\frac{8}{15}=\frac{22}{15}\approx1.467$