



学人教版教材
用人教版教辅

初中同步系列

(双色版)

与人教版九年义务教育初级中学教科书同步

教材精析精练

代数 第三册



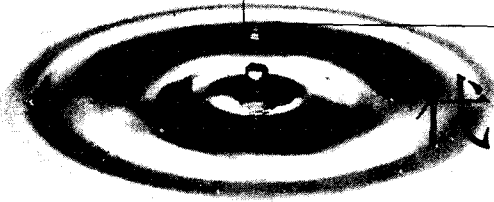
人民教育出版社

延边教育出版社

初中同步系列

与人教版九年义务教育初级中学教科书同步

教材精析精练



代数 第三册

学校_____

班级_____

姓名_____

人民教育出版社 延边教育出版社

- 顾 问：顾振彪 蔡上鹤 龚亚夫
 策 划：崔炳贤 申敬爱
 丛书主编：周益新
 本册主编：刘国祥
 副 主 编：袁晓曦 胡荣普
 编 著：陈鼎名 李文溢 刘国祥 袁晓曦
 胡荣普 叶华英 李曾寿 王敬臣
 程辉显 金咸植 卢文国 刘辉刚
 特邀编辑：刘晓进
 责任编辑：黄俊葵
 编辑统筹：宁德伟
 封面设计：王 睢 于文燕
 版式设计：李 超

与人教版九年义务教育初级中学教科书同步
《教材精析精练》代数 第三册

出 版：人民教育出版社 延边教育出版社
发 行：延边教育出版社
地 址：北京市海淀区紫竹院路 88 号紫竹花园 D 座 702
邮 编：100087
网 址：<http://www.ybep.com>
电 话：010-88552311 88552651
传 真：010-88552651-11
排 版：北京民译印刷厂
印 刷：北京联华印刷厂印刷
开 本：787×1092 16 开本
印 张：11
字 数：294 千字
版 次：2002 年 5 月第 1 版
印 次：2002 年 5 月第 1 次印刷
书 号：ISBN 7-5437-4722-7/G·4251
定 价：(双色版) 13.50 元

如印装质量有问题，本社负责调换。



前 言

为了配合人民教育出版社九年义务教育初级中学教科书的推广使用,以适应新教材课程改革、研究性学习、中考模式改革和培养学生健全的思维能力,人民教育出版社、延边教育出版社组织约请了参与人教版新教材试验并对新教材及中考改革和思维能力培养有深入研究的湖北黄冈市、北京海淀区、山西省、江苏省、广东省等国内知名教师共同编写这套丛书。

目前市场上教辅书多而杂,大多数是教材的翻版,且从内容上讲,与新教材课程改革、研究性学习、中考改革之间缺乏必要的联系。针对这种状况,我们策划了本套丛书,目的在于培养学生理性的、逻辑性的思维方式和研究、解决问题的方法。使学生在初中课程的学习中将各学科基础的、核心的、可再生的知识内容系统化,构建起学科知识体系,并掌握科学的方法和技巧,来解决学习中的思维障碍。同时,通过适当的练习,使学生了解、适应新大纲、新教材对知识范围和能力的要求。促使学生转换固有的、陈旧的思维方式,使他们拥有全面、健康、严谨、灵活的思维品质,让他们学会将社会热点、焦点问题和新科学发现、新技术的发明等问题同日常学习联系起来,使他们拥有综合的发散思维能力。

这套丛书主要有以下特点:

权威性——以国家教育部颁布的新教学大纲为纲,以人民教育出版社最新教材为依据,人民教育出版社各学科编辑室指导全书编写工作并审定丛书书稿。

新颖性——丛书根据国家教育部颁布的初中各年级课时标准编写,体现了课程改革新方案、中考改革模式和研究性学习新思路,侧重学法指导。减少陈题,不选偏题,精编活题,首创新题,启迪思维方法。将国际上流行的开发学生智力的“活性动态”版式与我国教辅版式相结合,既保护了学生视力、激活了思维,又符合中学生心理年龄层次。

前瞻性——丛书突出素质教育的要求,强调培养学生创新精神和实践能力,设计了学生自己构思答案的研究性学习案例和充分挖掘学生思维潜力的潜能测试,以培养和提高学生发散思维能力。



实用性——内容与教材紧密配套,既有教师的精辟分析和指导学生自主学习知识归纳和学法建议,又有剖析“活题”思维障碍的解题思维技巧。课后有精选精编针对性很强的知能达标训练和综合能力训练;每单元进行一次小结和能力测试;期中、期末进行阶段性测试,方便学生与人教版教材同步配套使用,可操作性极强。

科学性——丛书按学习规律和思维能力培养的规律循序渐进,突出能力升级的五步递进——知识归纳、学法建议、潜能开发、知能达标训练、综合能力训练,科学地对学生进行显能测试和潜能测试,培养和提高学生思维的敏捷性、科学性、深刻性和发散性。

这套丛书在策划、组稿、编写、审读整个过程中,得到了人民教育出版社和延边教育出版社的支持和指导,在此一并致谢。

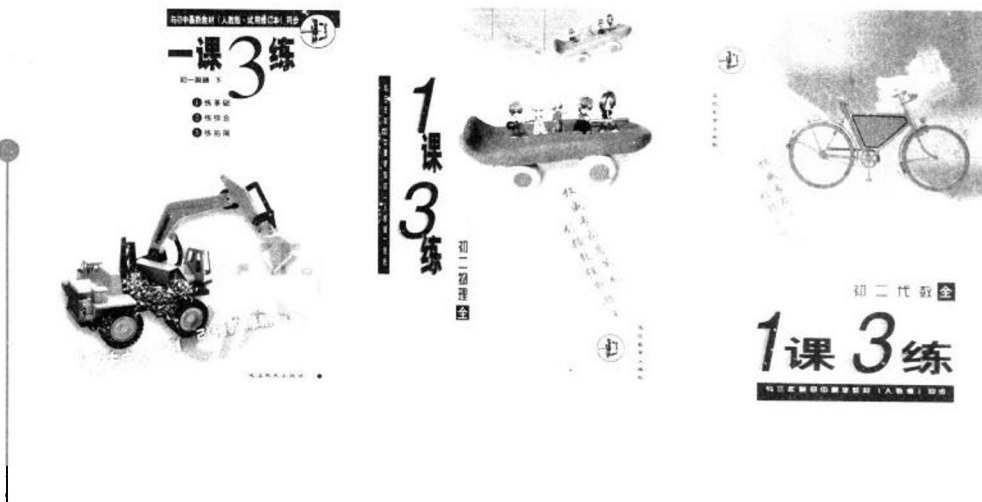
思维是智力的核心,思维更是能力的体现。思维的表现特征是素质教育和创新教育重要的研究课题。在我国,对中学生进行科学思维技巧训练、显能测试和潜能测试是一种新的教学尝试。尽管书中许多内容是作者长期教学实践和潜心研究的心得和成果,但仍需要不断完善,不当之处,恳请专家、读者指正。

丛书主编:周益新

2002年4月



在浩瀚的教辅书海中，你会发现——
《一课三练》的与众不同……



延边教育出版社

《一课三练》系列丛书

- ☆ 突出能力和素质的考查，注重知识立意向能力立意转变。
- ☆ 精心设计应用题和综合能力测试题，以考查学科内和跨学科的综合能力。
- ☆ 练习题的设计具有典型性，题型新颖、多样；内容的编排反映该学科新大纲要求的知识、能力体系。
- ☆ 拓展练习完全根据近几年中考的趋势命题，有利于提高学生的解题能力和应试能力。
- ☆ 独到的封面设计，新颖活泼的版式，书眉的名言警句，使本丛书更加完美。

一练基础 二练综合 三练拓展

本丛书由参与人教版新教材实验并对新教材及各省中考有深入研究的北京市东城区、海淀区、西城区及沈阳市的优秀教师和教研员共同编写。

订购方法：请与当地书店联系，或直接与下列地址联系

◇ 延边教育出版社发行部

地址：吉林省延吉市友谊路11号（133000）

联系人：崔英海 黄龙男

电话：0433-2913975 2913930 传真：0433-2913971

◇ 延边教育出版社营销部

地址：北京100089-123信箱（100089）

联系人：朱剑霞 谭建峰

电话：010-88552311 88552651 传真：010-88552651-11

2002年秋季用初中书目 (共23种)

书名	开本	估价
初一语文	上 16	8.00
初一代数	上 16	8.00
初一英语	上 16	8.00
初一中国历史	上 16	5.00
初一地理	上 16	5.00
初一生物	上 16	4.00
初二语文	上 16	8.00
初二代数	全 16	8.00
初二几何	全 16	8.00
初二英语	上 16	8.00
初二思想政治	上 16	5.00
初二物理	全 16	10.00
初二中国历史	上 16	5.50
初二地理	上 16	5.00
初二生物	全 16	7.00
初三语文	全 16	12.50
初三代数	全 16	8.50
初三几何	全 16	8.50
初三英语	全 16	12.50
初三思想政治	全 16	8.50
初三物理	全 16	10.50
初三化学	全 16	10.50
初三世界历史	全 16	8.00

真诚期待您的心声……



亲爱的同学们，你们好！

新的学期开始了，《教材精析精练》将伴随着您度过新学期的每一天。我们的目标是：在轻松愉悦中助您更有效地学习！

为了出版更多精品图书奉献给读者，请您配合我们认真填写以下调查表。您的观点将成为我们不断进步的宝贵建议，我们将以评奖的方式感谢您的热情参与。

(每100份回执中选10份，赠送精美图书一册)



《教材精析精练》调查表



1. 你购买的《教材精析精练》是哪几册？

2. 你购买的《教材精析精练》是：

单色版 双色版

3. 你对本套丛书的总体印象：

很好 好 一般 不好

4. 《教材精析精练》的栏目设计：

很好 好 一般 不好

5. 栏目设计最新颖的是：

知识归纳 学法建议 潜能开发

知能达标训练 综合能力训练

6. 《教材精析精练》的总体质量：

很好 好 一般 不好

7. 练习题题量：

适中 太多 太少

8. 练习题难易程度：

适中 太难 太简单

9. 封面设计：

很好 好 一般 不好

10. 版式设计：

很好 好 一般 不好

11. 你认为哪个出版社的同步类教辅书最好？

_____出版社的《_____》

12. 你认为《教材精析精练》怎样改进会更好？

(可另附稿纸)

_____省_____市(县)

_____中学_____年级_____班

姓名：_____ 邮编：_____

地址：_____

1 0 0 0 8 9

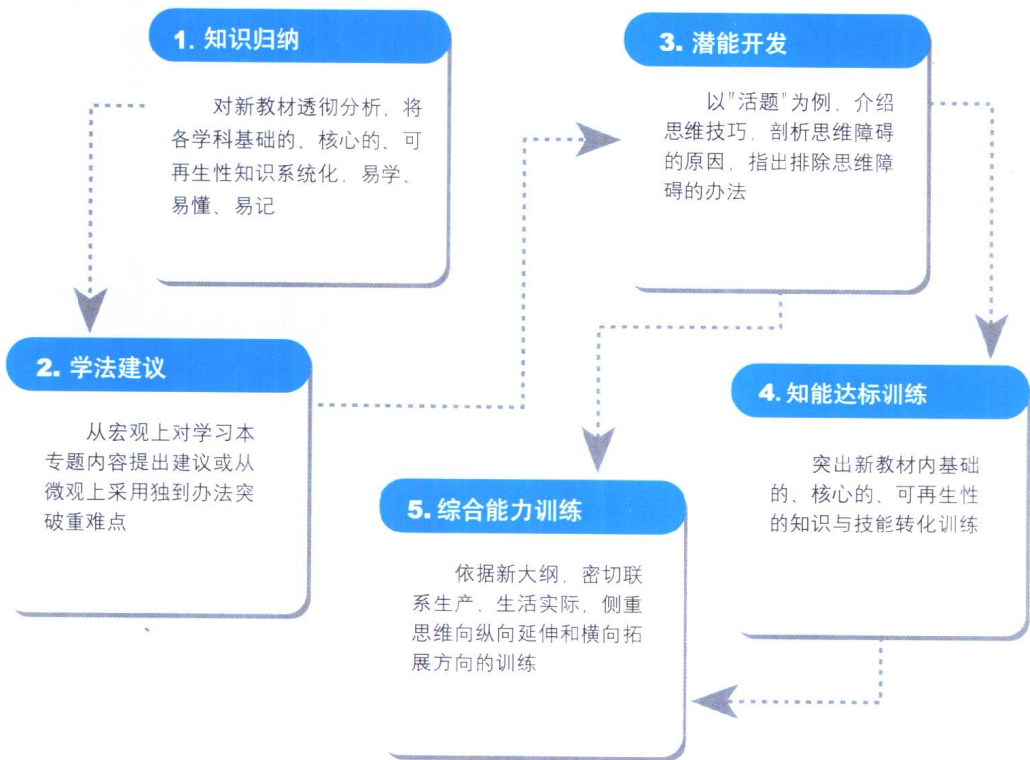
北京100089-123信箱

延边教育出版社北京策划部

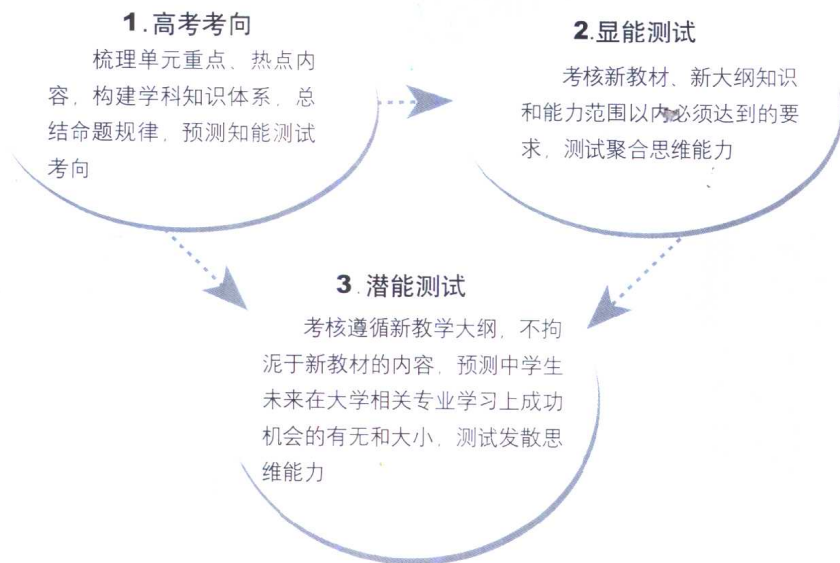
咸平

E-mail: apx@china.com

内容结构与能力培养过程示意图 (3+X总复习)



单元小结





顾振彪 1965年毕业于华东师范大学中文系，人民教育出版社中学语文室编审，课程教材研究所研究员。从事中学语文教材编写、研究工作三十多年，参与或主持编写初、高中语文教材多套。与人合著《语文教材编制与使用》、《文学创作技巧七十题》、《新中国中学语文教育大典》等，并撰写论文《义务教育初中语文教材的编写与实验》、《国外文学教材管窥》等数十篇。

蔡上鹤 1964年毕业于华东师范大学数学系，人民教育出版社编审。主要从事中学数学课程、教材的理论研究和实践活动。曾编写过中学数学通用教材、中学数学教学指导书，著有《数学纵横谈》、《初中数学学习问答》等书；发表过50余篇学术论文，其中《民族素质和数学素养》一文被原国家教委评为一等奖。1983、1984年参加高考数学试卷的命题工作。曾出席国际数学教育大会和国际数学教育心理学会议。1995年10月被国务院授予有突出贡献专家称号。现兼任中国数学会《数学通报》编委、人教社《中小学教材教学（中学理科版）》副主编、北京师范大学兼职教授。



龚亚夫 全国政协第九届委员会委员，课程教材研究所研究员，人民教育出版社英语室主任，编审，现行高中英语教学大纲及新基础教育英语课程核心小组成员。加拿大约克大学教育系研究生毕业，获教育硕士学位。长期从事基础英语教育研究工作，曾在北京海淀区教师进修学校、美国威斯康辛州私立学校任教。1991—1993年在教育部基础教育司工作，主编、改编过多套大型电视英语教学片，其中较有影响的有《走遍美国》、《澳洲之旅》、《TPR儿童英语》等，参与编著英语教材、英语学习方法等各类图书，并发表文章数十篇。

周益新 中国科协国家教育专家委员会学术委员，全国优秀地理教师，《中国教育报》高考研究专家。在湖北省黄冈中学工作二十多年，潜心研究素质教育、创新教育与学生潜能开发的方法和途径。在《光明日报》、《中国教育报》等国家级报刊发表教育研究论文数十篇。指导学生撰写的研究性学习小论文获湖北省科协、湖北省教研室一等奖。策划并主编教育教研丛书多部。





◆ 第12章 一元二次方程	①	
一 一元二次方程		1
12.1 用公式解一元二次方程		1
12.2 用因式分解法解一元二次方程		7
12.3 一元二次方程的根的判别式		13
12.4 一元二次方程的根与系数的关系		18
12.5 二次三项式的因式分解(用公式法)		26
12.6 一元二次方程的应用		31
12.7 可化为一元二次方程的分式方程		37
二 简单的二元二次方程组		43
12.8 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组		43
12.9 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组成的方程组		49
第12章 小结		55
◆ 第13章 函数及其图象	①	
13.1 平面直角坐标系		61
13.2 函数		66
13.3 函数的图像		72
13.4 一次函数		79
13.5 一次函数的图像和性质		84
13.6 二次函数 $y=ax^2$ 的图像		92
13.7 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象		98
13.8 反比例函数及其图象		107
第13章 小结		114
◆ 第14章 统计初步	①	
14.1 平均数		119
14.2 众数与中位数		123
14.3 方差		128



14.4 用计算器求平均数、标准差与方差	128
14.5 频率分布	133
14.6 实习作业	133
第14章 小结	138
◆ 参考答案与提示	155

第 12 章

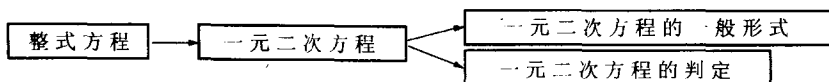
一元二次方程

一 一元二次方程

12.1 用公式解一元二次方程

知识归纳

1. 一元二次方程



整式方程: 方程的两边都是关于未知数的整式, 这样的方程叫做整式方程.

一元二次方程: 只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2, 这样的整式方程叫做一元二次方程.

一元二次方程的一般形式: 形如 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$.

一元二次方程的判定: 有两种方法——(1) 经过整理后, 同时满足: ① 是整式方程; ② 只含有一个未知数; ③ 未知数的最高次数是 2 这三个条件的方程是一元二次方程. (2) 经过整理后, 能写成 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的形式的方程是一元二次方程.

2. 用公式解一元二次方程

方法名称	理论根据	运用题型形式	方法步骤简介	解法举例(解下列各方程)
直接开平方方法	平方根的定义	$x^2 = b (b \geq 0)$ 或 $(x - a)^2 = b (b \geq 0)$	1. 观察方程能否化为 $x^2 = b$ 或 $(x - a)^2 = b (b \geq 0)$ 的形式; 2. 写成上述形式后, 依据平方根的定义求解.	$(1 - 3y)^2 - 2 = 0$ 解: $(1 - 3y)^2 = 2$, $1 - 3y = \pm\sqrt{2}$. $\therefore 3y = 1 \pm\sqrt{2}$, $\therefore y_1 = \frac{\sqrt{2} + 1}{3}, y_2 = \frac{-\sqrt{2} + 1}{3}$.

方法名称	理论根据	运用题型形式	方法步骤简介	解法举例(解下列各方程)
配方法	完全平方公式	所有的一元二次方程	<ol style="list-style-type: none"> 1. 化二次项系数为1; 2. 移项,使方程左边为二次项和一次项,右边为常数项; 3. 方程两边都加上一次项系数的绝对值的一半的平方; 4. 原方程变为 $(x+m)^2=n$ 的形式; 5. 用直接开平方法求解. 	$2y^2 + \sqrt{2}y - 30 = 0$ 解: $y^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}y - 15 = 0,$ $y^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}y = 15,$ $y^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}y + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = 15 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2,$ $\left(y + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = 15\frac{1}{8}.$ $y + \frac{\sqrt{2}}{4} = \pm \frac{11}{4}\sqrt{2};$ $\therefore y_1 = \frac{11}{4}\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{5}{2}\sqrt{2};$ $y_2 = -\frac{11}{4}\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = -3\sqrt{2}.$
公式法	配方法	所有的一元二次方程	<ol style="list-style-type: none"> 1. 把一元二次方程化为一般形式; 2. 确定 a, b, c 的值; 3. 求出 $b^2 - 4ac$ 的值(或代数式); 4. 代入求根公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 中, 求出 x_1, x_2 的值.	$x^2 - \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = 0$ 解: $\because a=1, b=-\sqrt{3}, c=\frac{3}{4},$ $b^2 - 4ac = (-\sqrt{3})^2 - 4 \times \frac{3}{4} \times 1 = 0,$ $\therefore x = \frac{-(-\sqrt{3}) \pm \sqrt{0}}{2 \times 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ $\therefore x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$



学法建议

1. 判定一个方程是否为一元二次方程,不管用哪种方法,都须先整理化简;而对于一元二次方程一般形式中“ $a \neq 0$ ”这个重要条件的理解和掌握,是本节课的难点.

2. 任何一个一元二次方程都可以化为一般形式,求一元二次方程的各项或各项系数时,要先将方程化为一般形式,并注意不要漏掉各项的符号.

3. 本节课介绍了解一元二次方程的三种基本方法.解题时,如没有指定方法,应先观察,然后选择恰当的方法:一般地,如果方程符合 $(x-a)^2 = b (b \geq 0)$ 的形式,宜选用直接开平方法;若二次项系数为1且一次项系数为偶数,用配方法较简便;而公式法适用于所有的一元二次方程,当用上述方法不方便时,选用公式法更理想一些.

4. 并非所有的一元二次方程都有实数根,如: $(x-\sqrt{3})^2 = -4, x^2 - 2x + 3 = 0$ 等方程就没有实数根,怎样的方程没有实数根呢? 我们不妨自己对照三种解法探讨一下,在 12.3 节将具体学习.



潜能开发

[例1]下列各组中的两个方程都是关于 x 的一元二次方程的是 ()

A. $x^2=0; 5x^2=7$

B. $mx+m^2=6; \sqrt{3}x^2+6=5x$

C. $(m-3)x^2+4x+\frac{\sqrt{3}}{2}=0; ax^2+bx+c=0$

D. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=8; \sqrt{x^2-4}=2$

思路分析

该题主要考查对一元二次方程含义的了解. 主要是抓住它的三个条件, 同时还要特别注意二次项系数不为零这一隐含条件. A 中两个均是一元二次方程; B 中前面一个是关于 x 的一元一次方程, 后一个是一元二次方程; C 中前面一个缺少 $m \neq 3$ 这一条件, 后一个缺少 $a \neq 0$ 这一条件; D 中的两个方程均不是整式方程.

[答案]A

[例2]已知关于 x 的方程 $(k^2-1)x^2+(k+1)x-2=0$.

(1)当 k 取何值时, 此方程为一元一次方程? 并求出此方程的根;

(2)当 k 为何值时, 此方程为一元二次方程? 并写出这个一元二次方程的二次项系数、一次项系数、常数项.

思路分析

本题是一道综合题, 着重考查了对一元一次方程和一元二次方程的一般形式 $ax+b=0, ax^2+bx+c=0$ 中 $a \neq 0$ 这一条件的掌握. 因而第(1)题须满足 $k^2-1=0$ 且 $k+1 \neq 0$; 第(2)题则只须满足二次项系数 k^2-1 不为零, 而不管一次项系数是否为零.

[解] (1)原方程为一元一次方程, 则须满足

$$\begin{cases} k^2-1=0, \\ k+1 \neq 0. \end{cases} \quad \text{解得 } k=1.$$

\therefore 当 $k=1$ 时, 此方程为一元一次方程, 是 $2x-2=0$, 解得 $x=1$.

(2)原方程为一元二次方程, 则须满足

$$k^2-1 \neq 0, \text{ 即 } k \neq \pm 1.$$

\therefore 当 $k \neq \pm 1$ 时, 此方程为一元二次方程, 它的二次项系数是 k^2-1 , 一次项系数是 $k+1$, 常数项是 -2 .

思维诊断

解题过程中容易漏掉三个条件中的某个条件.

排除障碍的方法有两种: 一种是逐个对照检查三个条件; 另一种是看能否化为 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 的形式.

思维诊断

已知一个方程是一元二次方程, 求其中字母的取值范围, 通常要将原方程化为一般形式, 然后看二次项系数. 若二次项系数不为 0, 它就是一元二次方程; 否则就不是.

在解答该题时, 学生易出现的思维障碍是第(1)题中没有考虑一次项系数不为零的条件. 消除障碍的方法在于正确理解一元一次方程、一元二次方程的含义.

[例 3]用适当方法解下列方程:

(1) $2(3x-1)^2 = \frac{9}{2}$; (2) $2x^2 - \sqrt{2}x - 5 = 0$;

(3) $x^2 - 4x + 1 = 0$; (4) $4(x-3)^2 - 20(x-3) + 25 = 0$.

思路分析

解方程时,应首先观察题目,针对题目特点选择恰当的方法.其中有些题可同时用几种方法解,这也是因为该题符合这几种方法的特点.如(1)显然可化为 $(x-a)^2 = b(b \geq 0)$ 的形式,可用直接开平方法求解;(2)中系数较复杂,且含有无理数系数,用公式法更直接些;(3)中二次项系数为1,一次项系数为偶数,用配方法较容易解;而(4)中如果把 $(x-3)$ 作为一个整体,方程左边恰好是一个完全平方式,则可用直接开平方法求解.

[解] (1)方程两边同时除以2,得 $(3x-1)^2 = \frac{9}{4}$,由平方根的定义可知 $3x-1$ 是 $\frac{9}{4}$ 的平方根, $\therefore 3x-1 = \pm \frac{3}{2}$.

即 $3x-1 = \frac{3}{2}$, 或 $3x-1 = -\frac{3}{2}$. $\therefore x_1 = \frac{5}{6}, x_2 = -\frac{1}{6}$.

(2) $\because a=2, b=-\sqrt{2}, c=-5$,

$b^2 - 4ac = (-\sqrt{2})^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 2 + 40 = 42 > 0$,

$\therefore x = \frac{-(-\sqrt{2}) \pm \sqrt{42}}{2 \times 2} = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{42}}{4}$.

$\therefore x_1 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{42}}{4}, x_2 = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{42}}{4}$.

(3)移项,得: $x^2 - 4x = -1$,两边同时加上一项系数一半的平方,得:

$x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$,配方,得 $(x-2)^2 = 3, \therefore x-2 = \pm\sqrt{3}$,

即 $x-2 = \sqrt{3}$, 或 $x-2 = -\sqrt{3}$. $\therefore x_1 = 2 + \sqrt{3}, x_2 = 2 - \sqrt{3}$.

(4)原方程就是 $[2(x-3) - 5]^2 = 0$,

$\therefore 2(x-3) - 5 = 0, \therefore 2x - 6 - 5 = 0, 2x = 11$,

即 $x = \frac{11}{2}$. $\therefore x_1 = x_2 = \frac{11}{2}$.

[例 4]已知 α 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根,试求 $\frac{\alpha^3 - 2\alpha^2 - 5\alpha + 1}{\alpha^2 + 1}$ 的值.

思路分析

由于 α 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根,则把 α 代入原方程可得 $\alpha^2 - 3\alpha$

思维诊断

解方程时往往出现不知如何下手或这种方法看似可以,那种方法好象也行,不知该选择哪种方法的思维障碍.

排除障碍应明确以下几点:

(1)明确解方程时会出现一题多解的现象;

(2)熟悉每种方法的适用范围和解题步骤(见“知识归纳”)

(3)解题之前多观察题目特点,选择恰当的方法,有时觉得几种方法都行,不妨都试一试,再比较一下哪种方法更好.

(4)在解决某些较复杂的题时(如第(4)题),要借助整体处理思想,可使解决问题的方法变得更简单.

思维诊断

解题时,我们往往在把 α 的值代入方程得到关于 α 的已知条件后,出现两种思维障碍:一是求出 α 的值,再代入要求的代数式求值,这

$+1=0$,再由求代数值的技巧可求代数式的值.这里运用了根的定义解题.由根的定义可知,若 α 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根,则 $a\alpha^2+b\alpha+c=0$.同时注意到这一结果的各种变化形式,如 $a\alpha^2=-(b\alpha+c)$, $a\alpha^2+b\alpha=-c$, $a\alpha^2+c=-b\alpha$ 等,实际体现了一种“降次”的思想,在解题过程中往往起到化繁为简、化高次为低次的作用.

[解] $\because \alpha$ 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的根, $\therefore \alpha^2-3\alpha+1=0$.

即 $\alpha^2+1=3\alpha$. 而

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^3-2\alpha^2-5\alpha+1}{\alpha^2+1} &= \frac{(\alpha^3+1)-2\alpha^2-5\alpha}{3\alpha} = \frac{(\alpha+1)(\alpha^2-1-\alpha)-2\alpha^2-5\alpha}{3\alpha} \\ &= \frac{(\alpha+1) \cdot 2\alpha-2\alpha^2-5\alpha}{3\alpha} = \frac{2\alpha^2+2\alpha-2\alpha^2-5\alpha}{3\alpha} = \frac{-3\alpha}{3\alpha} = -1. \end{aligned}$$

[例5]制造一种产品,原来每件的成本是300元,由于连续两次降低成本,现在的成本是195元.求平均每次降低成本百分之几?(精确到1%)

思路分析

设平均每次降低成本的 $x\%$,那么第一次降低成本后,成本是 $300(1-x\%)$ 元;第二次降低成本后,成本是 $300(1-x\%)(1-x\%)=300(1-x\%)^2$ 元.依题意得 $300(1-x\%)^2=195$,解这个方程即可求 x 的值.

[解] 设平均每次降低成本的 $x\%$,则

$$300(1-x\%)^2=195, \therefore (1-x\%)^2=0.65.$$

解这个方程,得 $x_1 \approx 19, x_2 \approx 181 > 100$ (舍去).

答:每次降低成本的19%.

种方法无疑不可取;另一种是不知如何将代数式进行变形.

消除思维障碍的关键在于理解掌握利用“降次”的思想将高次化为低次的变形技巧.

思维诊断

这是一道与经济类有关的实际问题.象这类题,若设成本为 a 元,连续两次降低成本的 $x\%$ 后,则其成本为 $a(1-x\%)^2$.而有的同学出现了其成本为 $(a-ax\%)$ 元或 $a(1-x)^2$ 元的错误.

消除障碍的方法是加强审题,在草稿纸上把每次降低成本后的成本求出来,再写成幂的形式.



知能达标训练

- 用直接开平方法解的一元二次方程的特点是:方程的一边是含有未知数的一次式的平方,另一边是一个_____数,这是因为_____在实数范围内没有平方根.
- 当 k _____时,关于 x 的方程 $(k^2-1)x^2-(k-1)x+1=0$ 是一元二次方程;当 k _____时,它是一元一次方程.
- 把方程 $(y+8)^2=4y+(2y-1)^2$ 化成一元二次方程的一般形式,得_____.
- 已知 $x=-1$ 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根,则 $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\underline{\hspace{2cm}}$.
- 若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个根为1,则 $a+b+c=\underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知 $y=x^2-6x+5$,能使 y 的值等于 -4 的 x 的值是_____.
- 已知关于 x 的一元二次方程 $4(x+m)^2+4m-2=0$ 的常数项为0,则关于 x 的一元二次方程的一般形式为_____.
- 下列方程:(1) $(x+2)(x-1)=3$; (2) $x^2+z=4$; (3) $(x-1)^2-2(x-1)+1=0$; (4) $\frac{1}{y}+y^2=2$ 中,一

- 元二次方程有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
9. 下列方程中,无实数根的是 ()
- A. $7x^2=0$ B. $(x-1)^2=m^2$ C. $(x+1)(x-1)=-2$ D. $(2x+1)^2-\sqrt{2}=0$
10. 下列解方程中结果正确的是 ()
- A. $x^2=-11$,解得 $x=\pm\sqrt{-11}$ B. $(x-1)^2=4$,解得 $x-1=2$, $\therefore x=3$
- C. $x^2=7$,解得 $x=\pm\sqrt{7}$ D. $25x^2=1$,解得 $25x=\pm 1$, $\therefore x=\pm\frac{1}{25}$
11. 用配方法解关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 时,此方程可变形为 ()
- A. $(x+\frac{p}{2})^2=\frac{p^2-4q}{4}$ B. $(x+\frac{p}{2})^2=\frac{4q-p^2}{4}$
- C. $(x-\frac{p}{2})^2=\frac{p^2-4q}{4}$ D. $(x-\frac{p}{2})^2=\frac{4q-p^2}{4}$
12. 已知代数式 x^2+4x-2 的值为 3,则代数式 $2x^2+8x-5$ 的值为 ()
- A. 5 B. -5 C. 5 或 -5 D. 0
13. 用适当的方法解下列方程:
- (1) $9x^2-8=0$; (2) $y^2-2y-624=0$; (3) $2\sqrt{3}x-\sqrt{2}x^2-\sqrt{2}=0$;
- (4) $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}=0$; (5) $4y=1-\frac{3}{2}y^2$; (6) $3(\frac{1}{2}-x)^2-6(x-\frac{1}{2})-2=0$. (Δ)
14. (1)用配方法证明 $-10x^2+7x-4$ 的值恒小于 0;
- (2)由第(1)题你能否得到启发而写出三道值恒大于 0 的二次三项式(要求:二次项系数分别为 1,2,3).
15. 某工厂计划用两个月把产量提高 21%,如果每月比上个月提高的百分数相同,求这个百分数. (Δ)

综合能力训练



1. 若 α 是方程 $x^2-5x+1=0$ 的一个根,求 $\frac{\alpha^2}{\alpha-1}-\left(1+\frac{1}{\alpha^2-\alpha}\right)$ 的值. (Δ)
2. 阅读下面的例题及解答过程,然后完成练习题:
- 例:若方程 $x^2-6x-k-1=0$ 与 $x^2-kx-7=0$ 有相同根,试求 k 的值和相同根.