



齿轮设计  
丛书

GEELUN SHEJI  
CONGSHU

# 非圆齿轮与特种齿轮 传动设计

2.424

李福生 尹鹤荪 李耀华 编著  
陈子光 张作衡 顾海川

机械工业出版社

本书由李福生同志主编，其中第一篇的第一章、第二章、第三章由尹种芳同志编著，第四章由张遵连同志编著；第二篇的第一章由林子光同志编著，第二章由张作督、厉海祥同志编著。全书最后由李福生同志审阅定稿。限于业务水平，书中的缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

本书第二篇第一章曾请闻智福同志审阅谨此致谢。

编著者  
一九八一年十月

# 《齿轮设计丛书》

## 出版说明

齿轮是应用非常广泛的重要传动元件。随着科学技术的飞跃发展，对齿轮传动提出了越来越高的要求。为适应形势的需要，总结、介绍国内外先进经验与技术，特决定组织出版这套《齿轮设计丛书》，以利提高我国齿轮设计、生产水平。

本丛书内容包括：齿轮啮合原理、齿轮传动的精度、各类齿轮传动（包括特种齿轮）和各类蜗杆传动的设计、齿轮的试验技术与设备等等。内容着重于介绍设计的理论基础、设计方法、设计参数以及数据的分析选择等，力图满足齿轮传动设计者的需要。因此，本丛书主要供从事齿轮设计、制造工作的工程技术人员参考。丛书将分若干分册陆续出版。

由于水平有限，书中难免有错误和不妥之处，欢迎读者批评指正。

## 前　　言

齿轮是机器和仪器中应用最广泛的传动元件。它可以传递两轴间的回转运动。其传动比可以是常数(定传动比)，也可以是变数(变传动比)。

在工业中应用最多的是定传动比的齿轮传动。但是，随着非圆齿轮啮合理论的研究和制造方法的现代化，特别是数控加工方法的应用，使得在机器和仪器制造业中已愈来愈多地采用非圆齿轮来实现传递特定的运动规律，或用来再现某些独立变量的函数。

机械工业的迅速发展，要求传动的速度愈来愈高，传递的载荷愈来愈大。从而促使人们去研究新的齿轮啮合理论以及相应的设计和制造技术。

近年来，齿轮啮合理论和设计、制造技术均有了迅速的发展。除了普通的渐开线齿轮和点啮合圆弧齿轮以外，曲线齿轮、变长线齿轮的啮合理论和设计、制造技术都已达到工业应用阶段。这些齿轮在重载、高速传动机构中的应用，对提高齿轮机构的传动速度和承载能力方面是一个突破。

非圆齿轮、曲线齿轮、变长线齿轮虽然已开始在工业生产中应用，但由于人们对其啮合理论、设计和制造技术还不够熟悉，加以制造设备还很缺乏，故应用还很不普遍。因此本书以设计为主，系统地介绍了以上几种新型齿轮的啮合原理、设计及制造技术，以促进这些齿轮的进一步应用和发展。

# 目 录

## 第一篇 非圆齿轮

第一章 非圆齿轮的特性和应用 .....	1
第一节 非圆齿轮的特性 .....	1
第二节 非圆齿轮的应用 .....	2
第二章 非圆齿轮啮合原理 .....	19
第一节 变传动比平面啮合的基本原理 .....	19
第二节 齿形的渐屈线 .....	31
第三节 Euler-Savary 方程式 .....	46
第四节 齿形 .....	54
第五节 齿形的过渡曲线、根切、顶切、干涉及修正方法 .....	62
第六节 齿形啮合线 .....	73
第七节 啮合超越系数 .....	76
第八节 压力角 .....	79
第三章 非圆齿轮设计 .....	87
第一节 非圆齿轮的节曲线设计 .....	87
第二节 椭圆齿轮 .....	101
第三节 近似椭圆齿轮 .....	105
第四节 变形椭圆齿轮 .....	111
第五节 卵形齿轮 .....	126
第六节 椭圆齿轮与变形椭圆齿轮共轭 .....	129
第七节 非圆-圆形齿轮共轭 .....	131
第八节 偏心圆齿轮与非圆齿轮共轭 .....	135
第九节 非圆齿轮定轴轮系 .....	143

第十节 非圆齿轮周转轮系 .....	148
第十一节 应用于函数装置中的非圆齿轮 .....	157
第十二节 螺旋齿非圆齿轮 .....	165
第十三节 多圈非圆齿轮 .....	172
第十四节 非圆齿轮测绘 .....	180
<b>第四章 非圆齿轮的制造和检测 .....</b>	<b>191</b>
第一节 用数控机床加工非圆齿轮 .....	191
第二节 影响非圆齿轮加工精度的因素 .....	203
第三节 非圆齿轮的精度检验 .....	217
 <b>第二篇 特 种 齿 轮</b>	
<b>第一章 曲线齿圆柱齿轮 .....</b>	<b>226</b>
第一节 概述 .....	226
第二节 曲线齿轮的啮合特性 .....	228
第三节 曲线齿轮的设计 .....	236
第四节 曲线齿轮的加工 .....	249
第五节 曲线齿轮的适用范围 .....	259
<b>第二章 变长线齿轮 .....</b>	<b>261</b>
第一节 前言 .....	261
第二节 变长线齿轮传动的基本理论 .....	263
第三节 变长线齿轮传动的设计计算 .....	285
第四节 变长线齿轮的测量和制造 .....	292
第五节 加工制造诸因素影响的分析 .....	310
第六节 变长线齿轮传动的变位 .....	319
第七节 变长线齿轮减速器承载能力试验 .....	329
第八节 变长线齿轮传动的润滑 .....	335
<b>参考文献 .....</b>	<b>346</b>

# 第一篇 非圆齿轮

## 第一章 非圆齿轮的特性和应用

### 第一节 非圆齿轮的特性

非圆齿轮可以认为是圆齿轮的一种变型，即其滚动节圆已变为非圆形，称之为节曲线。反之，也可以认为非圆齿轮是柱形齿轮的一种普遍情况，而圆齿轮是柱形齿轮的一种特例，即其节曲线的曲率半径为常量。而非圆齿轮节曲线的曲率半径是变量。

由于非圆齿轮节曲线的曲率半径是变量，故由回转中心到啮合节点的向径也是变量。在一对非圆齿轮啮合过程中，如果保持两齿轮的中心距不变，由于啮合节点位置沿中心连线变化，故其传动比是变化的。而且传动比的变化规律由啮合节点在中心连线上的变化规律决定。即随两齿轮节曲线向径的变化规律决定。这样，我们就可以利用非圆齿轮来实现变速比传动。

非圆齿轮传动机构在运动学方面的特征，就是实现主动机构和从动机构转角间的非线性关系，因此可用它来代替通常用的连杆机构传动和凸轮机构传动。而非圆齿轮机构在性能上有如下优点：

1. 比连杆机构牢靠、紧凑，且传动较平稳。即传动时的

动平衡性好，容易实现动平衡。这些都是在设计高速运转机构时必须要考虑的重要问题。

2. 比凸轮机构传动可靠。它的最大优点是能实现连续的单向循环运动；而凸轮机构一般只能实现往复运动。另外当用凸轮机构再现函数时，为保证力的封闭，要使用附加弹簧装置，这样，在凸轮机构中就产生了额外的动载荷，这对于凸轮机构的运动精度和精度保持性都很不利。同时，有些函数也无法用凸轮机构来再现。而非圆齿轮机构则无此类问题，或解决起来较容易。

3. 用非圆齿轮来实现按一定规律的变速传动，要比用其它机构容易的多。这是因为它仅通过节曲线的改变就可以实现不同的传动比变化规律。而且，当受力条件不好或在结构上难实现时，可以用几对非圆齿轮来实现。

## 第二节 非圆齿轮的应用

非圆齿轮虽然不是新颖的机构，但人们对它的了解并不普遍，其原因是这种齿轮的加工较麻烦，以致影响了它的应用。过去，设计人员虽然知道它与其它机构相比，有许多优点，但往往由于难制造或不易保证制造精度，从而放弃了使用这种机构。

过去，非圆齿轮都使用靠模法加工和单齿法加工；对于一些精度要求不高的非圆齿轮，甚至采用成形铸造法（用非圆齿轮模型铸造）加工。所谓靠模法，是先做一个与被加工齿轮形状完全相同的靠模齿轮或靠模凸轮（凸轮的轮廓曲线与被加工的非圆齿轮节曲线相同）。加工用的刀具，可用圆盘形插齿刀。插齿刀的节圆直径应与靠模齿轮相滚动的圆齿轮的节圆相同（或与靠模凸轮相滚动的圆滚轮的轮廓相同）。这

样，插齿刀相对于被切齿轮的啮合滚动，决定于圆齿轮与靠模齿轮的啮合滚动，因此就可以切出与靠模齿轮相同的非圆齿轮。所谓单齿法，就是预先按被切非圆齿轮的节曲线，将每个齿的座标计算出来，然后通过调整加工机床（一般在铣床上，通过调整模数齿轮片铣刀与被切齿的相对位置），逐齿进行加工。

以上两种加工方法均难保证制造精度，其中单齿法的加工效率又低。因此，使非圆齿轮应用的推广，自然受到极大限制。随着数控控制机床的发展，才彻底解决了这种齿轮的加工问题，使非圆齿轮的制造精度和加工效率都得到很大提高。目前，我国已制造出的数控非圆齿轮插齿机有：YK5116型、YK53型、YK5332型和YK58型。

按非圆齿轮机构在应用中完成的运动特点，有以下几种：

- (1) 用于完成机器工作机构和控制机构的变速运动。
- (2) 用于协调机器工作机构的工作循环时间或周期。
- (3) 用于带动铰链连杆机构，使之按所需的运动规律运转。

非圆齿轮机构的应用，现举出以下实例：

#### (1) 轻工业机械中

1) 在书心加工联动机的主传送带的传动链中，要采用马氏槽轮机构来带动传送带，使之作间断式的停留运动或转位运动，以便完成工位上的作业和随后的分度运动。由于马氏槽轮机构起动时的加速度很大，振动较大，因此，如果用一对非圆齿轮来带动马氏槽轮，可减小起动时的加速度。

如图 1.1-1 所示，马氏槽轮的拨盘由椭圆齿轮 2 带动，当如图所示位置时，椭圆齿轮副的传动比为

$$i_{12\max} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1+e}{1-e}$$

式中  $\omega_1, \omega_2$ ——分别为椭圆齿轮 1 和 2 的角速度；  
 $e$ ——椭圆的偏心率。

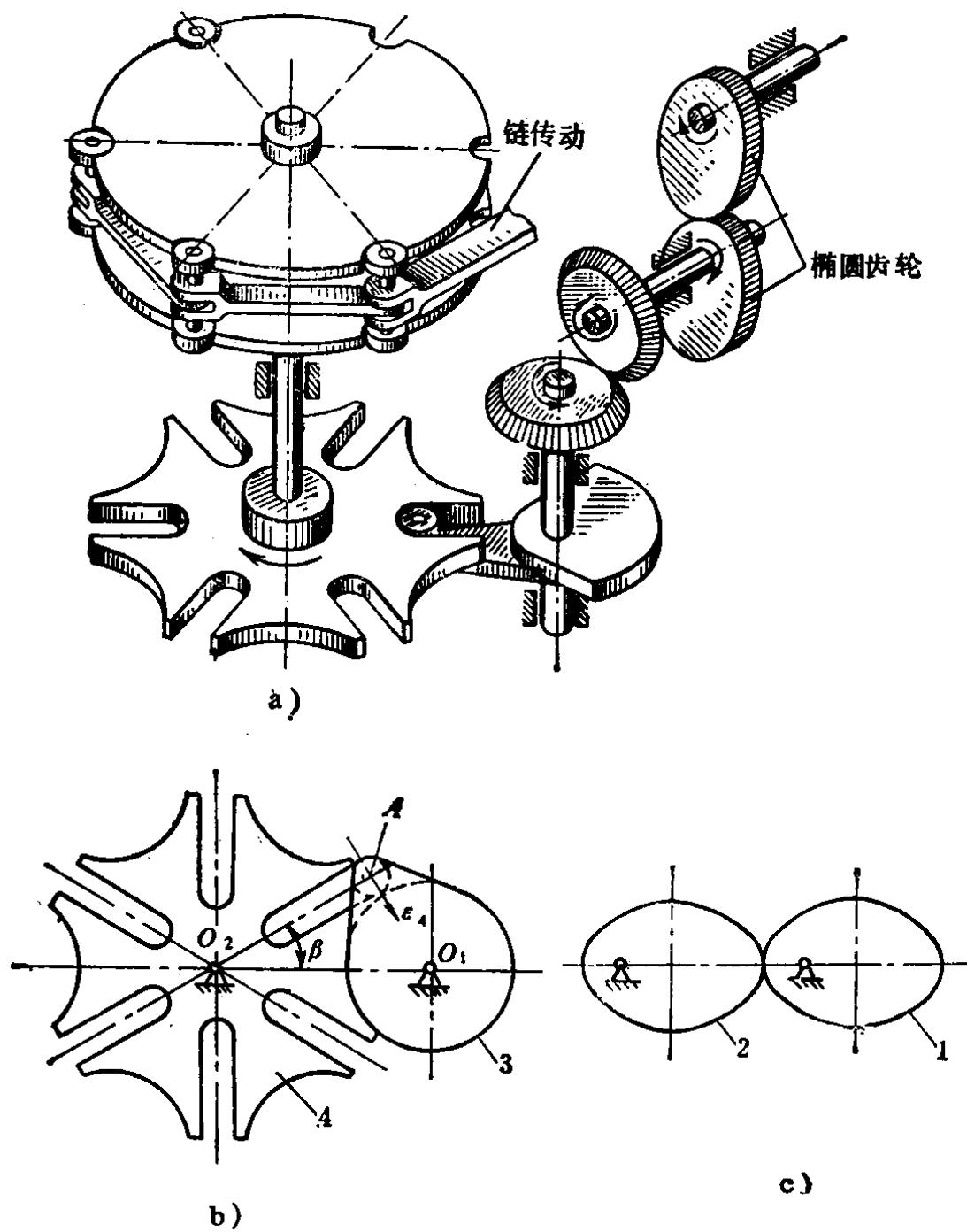


图1.1-1 椭圆齿轮与马氏机构配合应用

则

$$\omega_2 = \frac{1 - e}{1 + e} \omega_1$$

若  $\omega_1$  = 常数，此时从动椭圆齿轮 2 的角加速度  $\epsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = 0$ 。因此，当拨盘上的滚子进入马氏槽轮的槽的瞬间，滚子中心 A（相当于曲柄  $O_1A$  上的 A 点）的法向加速度  $O_1A \times \omega_2^2$  等于连杆  $O_2A$  上的 A 点的切向加速度  $O_2A \times \epsilon_4$ 。其中  $\epsilon_4$  为槽轮的角加速度，即

$$O_1A \times \omega_2^2 = O_2A \times \epsilon_4$$

则

$$\epsilon_4 = \omega_2^2 \frac{O_1A}{O_2A} = \omega_2^2 \tan \beta = \omega_2^2 \tan \frac{\pi}{z}$$

式中  $z$  —— 马氏槽轮的槽数；

$\beta$  —— 相邻两槽间夹角的一半。

经换算后，得

$$\epsilon_4 = \omega_1^2 \left( \frac{1 - e}{1 + e} \right)^2 \tan \frac{\pi}{z} \quad (1.1-1)$$

当  $e = 0.24$ ，与用圆齿轮带动拨盘（此时， $\epsilon_4 = \omega_1^2 \tan \frac{\pi}{z}$ ）

相比， $\epsilon_4$  约可减小 60%。这就大大减小了起动马氏机构时的脉冲动力矩。脉冲动力矩的产生是由于马氏槽轮机构开始运动时，其加速度由零变到  $\epsilon_4$ 。由此而产生的脉冲式动力矩  $M_d$  为

$$M_d = J_t \epsilon_4$$

式中  $J_t$  —— 折算到马氏槽轮回转中心上的质量惯性矩。

另外，在电灯泡制造机上，当电灯泡在转位工作台的某一工位上，进行抽真空工序时，工作台停止不动，抽完后转位。在旧式机器上是用马氏机构使工作台转位，转位时振动很大。现已改用一对非圆齿轮直接带动工作台连续回转，当

工作台处于慢速回转时，进行抽真空工序。这样就省去了转位工序，从而完全避免了振动。

2) 在 Schmidt-Krantz 公司生产的摆动式输送机上，使用一对椭圆齿轮来带动曲柄连杆机构(图 1.1-2 a )。椭圆

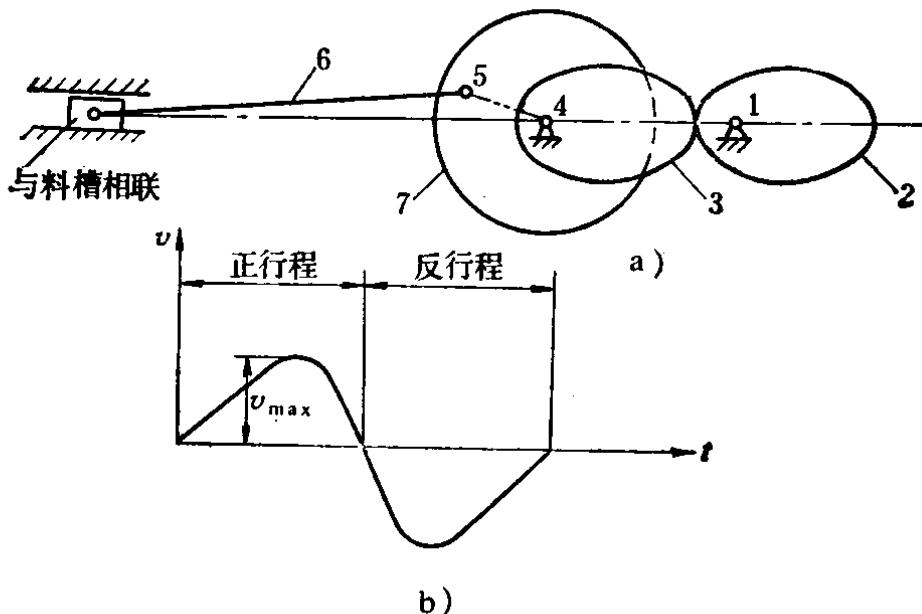


图1.1-2 摆动式输送机传动原理图

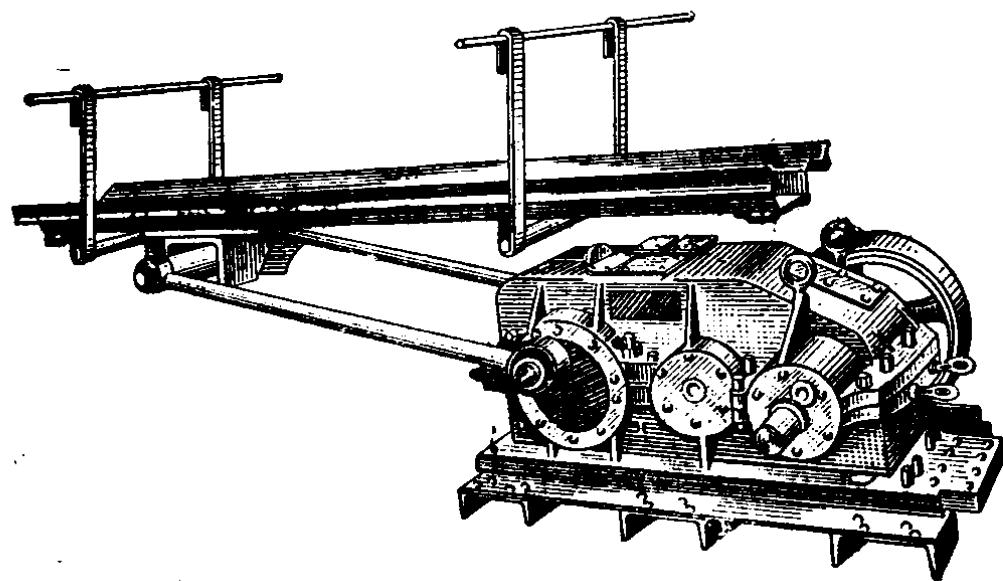


图1.1-3 摆动式输送机外观图

齿轮 2 的轴 1 由电机带动，椭圆齿轮 3 与椭圆齿轮 2 相同，且与曲柄盘 7 同轴。曲柄盘 7 上的曲柄销 5 带动连杆 6，连杆 6 带动料槽使之按图 1.1-2 b 的曲线作往复运动。并且，当改变椭圆齿轮 3 与曲柄间的相互位置时，可以改变机构的运动特性。图 1.1-3 是整个机构装置的全貌。

3) 在印刷机械中的非圆齿轮和带转臂的凸轮组合机构(图1.1-4)。非圆齿轮和凸轮装于该机构下部的主动轴上。当主动轴回转时，分别通过从动轴上的非圆齿轮和滚子，使从动轴作上下往复运动。其速度变化规律如图 1.1-5 所示。图中的  $\phi$  角变化区间 2 由主动轴上的非圆齿轮完成；变化区间 1 和 3 由主动轴上的凸轮完成。图 1.1-4 中的 a、b、c、d 表明了该机构工作时的四种位置。

4) 在纺织机械中广泛应用了非圆齿轮。如用非圆齿轮实现周期性改变经纬纱的密度，以得到不同的花纹。图1.1-6中所示的椭圆齿轮副、与偏心圆齿轮共轭的各种变形椭圆齿轮副，均可实现这种改变。

5) 在双色印刷机中应用了非圆-圆扇形齿轮和与其共轭的齿条所组成的传动机构。如图 1.1-7 所示，非圆-圆扇形齿轮固定在连续回转的印刷圆筒上，其共轭齿条固定在作往

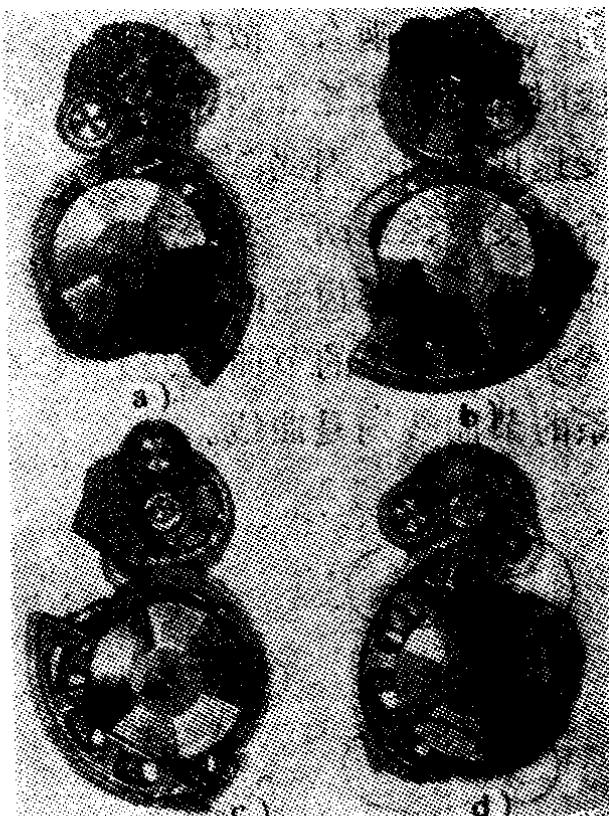


图1.1-4 非圆齿轮和凸轮组合机构

复直线运动的工作台上。印刷前，非圆-圆扇形齿轮就与齿条处于啮合状态，以使印刷圆筒和工作台处于准确的相对位置上。印刷时，印刷滚筒和工作台的速比是常量，即圆扇形齿轮部分与直齿条作等速比传动。工作台换向时，非圆扇形齿轮部分与曲线齿条啮合，故在这段时间内，齿轮和齿条作变速比传动，因此，工作台作变速比运动。在等速比部分，扇形齿轮的节曲线是圆，齿条的节曲线是直线。在变速比部分，扇形齿轮和齿条的节曲线均是曲线。

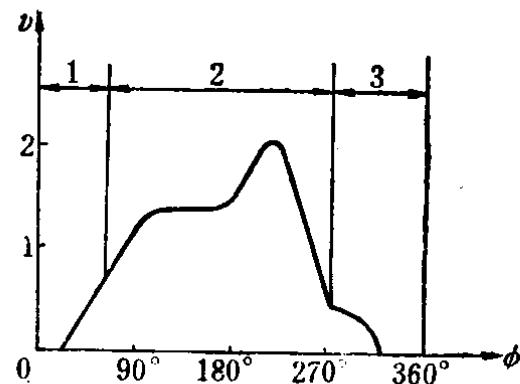


图1.1-5 非圆齿轮和凸轮  
机构传动规律

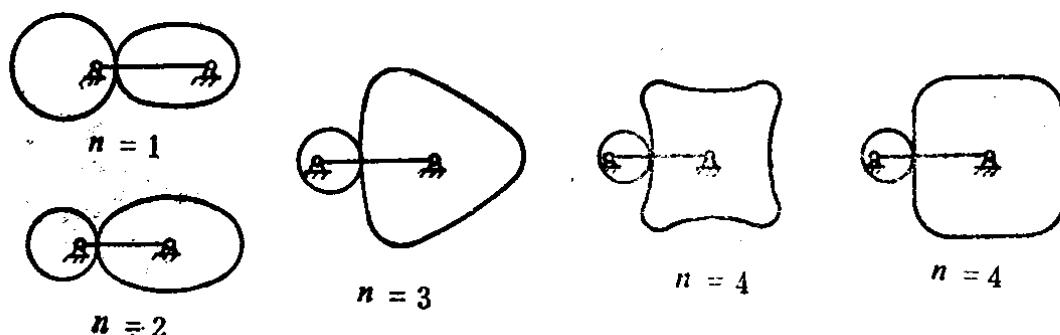


图1.1-6 偏心圆齿轮与各种变形椭圆齿轮共轭  
 $n$ —从动轮转一转时，主动轮的转数

6) 在“烟嘴纸烟”卷烟机的传送带上，有一间断式驱动机构，它的作用是当刀具切断烟卷时，便停止传动。但以后发现，如果当刀具以突进方式切断烟卷时，则只需将传送带的速度减慢下来，即可满足要求。因此，可用一对椭圆齿轮传

动来代替原来的间断式驱动机构。这样既简化了传动机构，又提高了生产率。

该机构要求：当主动椭圆齿轮转 $120^\circ$ 时，从动椭圆齿轮转 $180^\circ$ 。当主动椭圆齿轮转其余 $240^\circ$ 时，从动椭圆齿轮共转过一圈(图1.1-8)。两轮的 $D.P. = 10$ ，齿数 $z = 49$ ，中心距 $A = 5$ 英寸。

7) 在造纸机械的辅助设备中，非圆齿轮的应用也很普遍。如在压制粘质纸浆、并将其包装成捆的卧式压力机中，使用了一对椭圆齿轮带动的曲柄连杆机构(图1.1-9)，以改变工作行程和空行程的时间比例：使工作行程时间加长，空行程时间缩短。因此，可以使加压气缸的工作行程速度减慢和空行程速度加快。这样，就能使在整个循环时间内的功率消耗平衡。即得到了比最大

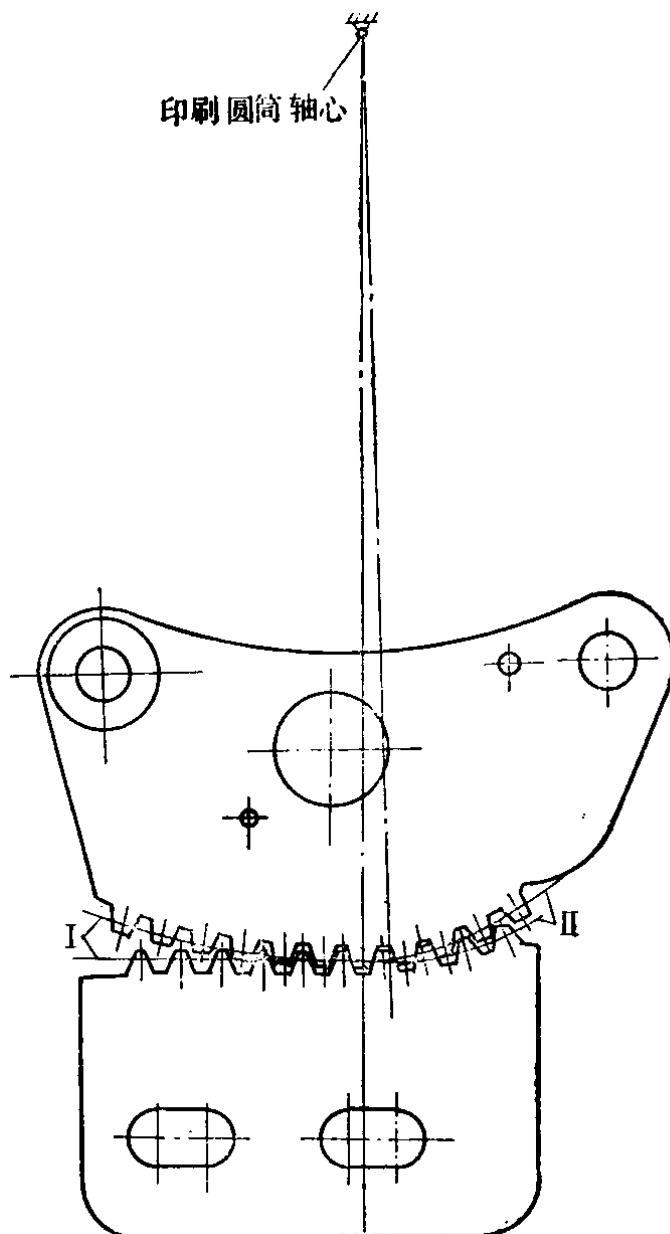


图1.1-7 双色印刷机中的  
齿轮传动装置

I—传动比为常量时，齿条与扇形齿轮的节曲线 II—传动比为变量时，齿条与扇形齿轮的节曲线

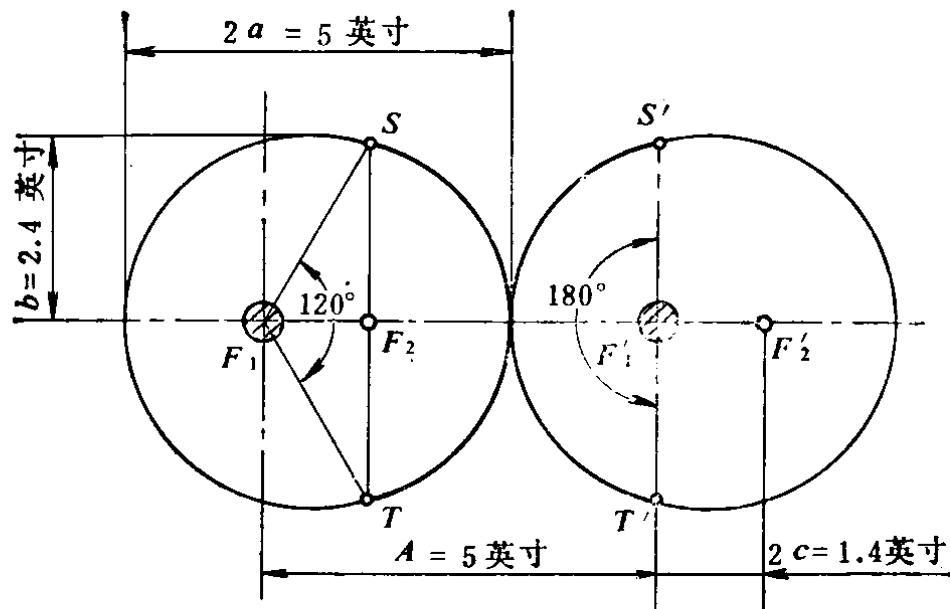


图1.1-8 卷烟机上用的一对椭圆齿轮

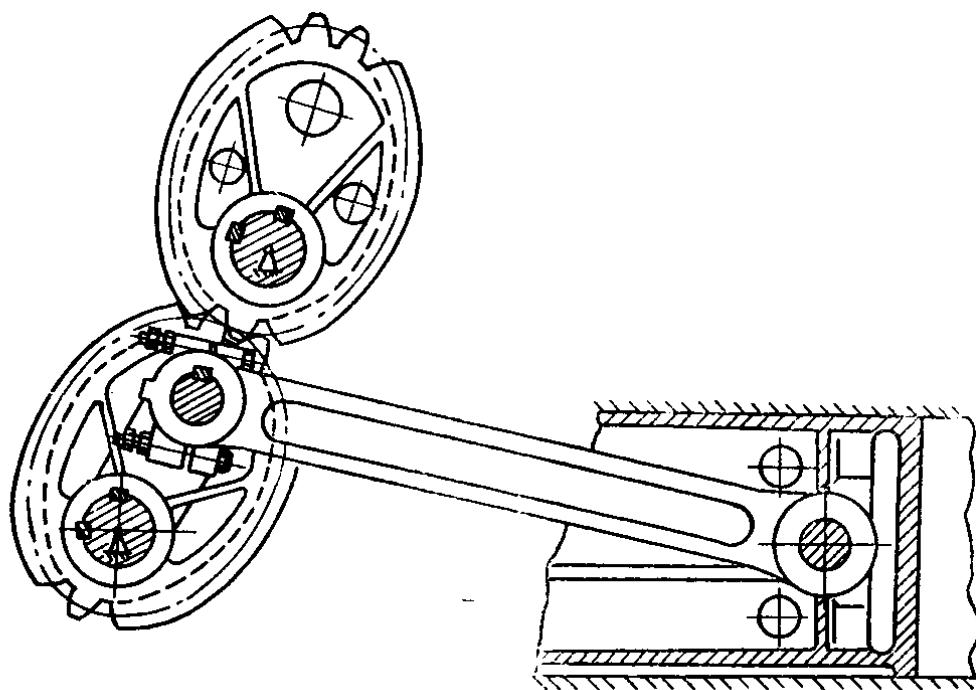


图1.1-9 曲柄连杆压力机构

功率为小的功率消耗。

### (2) 重工业机械中

近些年来，非圆齿轮的应用已扩大到机床制造等行业。

1) 美国费洛斯 (Fellows) 公司生产的新型插齿机用一对非圆齿轮来驱动曲柄连杆机构(主运动机构)。过去，插齿机的主运动驱动机构是用一对圆齿轮带动。由于曲柄连杆机构的运动特性，使切削速度在整个切削行程长度上很不均匀，加速度的变化也较大，不但影响切削质量，而且振动较大。又由于工作行程和空回行程占的时间相同，空行程上的时间损失较多，不利于提高插齿机的生产率。上述缺点，当切削行程越长，每分钟的冲程数越高时，所带来的影响也越大。

新设计的主运动驱动机构及刀架结构如图 1.1-10 所示。插齿刀 12 紧固在主轴 10 上，主轴 10 由蜗杆 16 和蜗轮 18 通过滑块 20 带动回转，以完成滚切运动。主轴 10 的上下往复运动(切削运动)是由非圆齿轮 40 带动非圆齿轮 42，再经与非圆齿轮 42 同轴的曲柄盘带动连杆 28，通过紧固在摇杆 24(摇杆 24 以固定轴 26 为回转中心)上的齿扇 30，带动主轴 10 上的圆齿条，使主轴 10 作上下往复运动。主轴 10 的往复行程长度由被切齿轮 14 的厚度决定。

图 1.1-11 表示主轴 10 的位移、速度和加速度与主运动驱动机构中的主动齿轮转角的关系曲线。图 a 表示用圆齿轮驱动时的情况。图 b 表示用非圆齿轮驱动时的情况。从图 a 和图 b 中的曲线变化对比知：采用非圆齿轮驱动后，主轴在工作行程中的变化均匀，回程速度加大，而且在上、下行程死点处的加速度变小，以减少振动。

2) 在捷克制造的五轴车床中，采用了用一个偏心圆齿轮同时带动五个非圆齿轮的机构，以获得变速比传动。这类