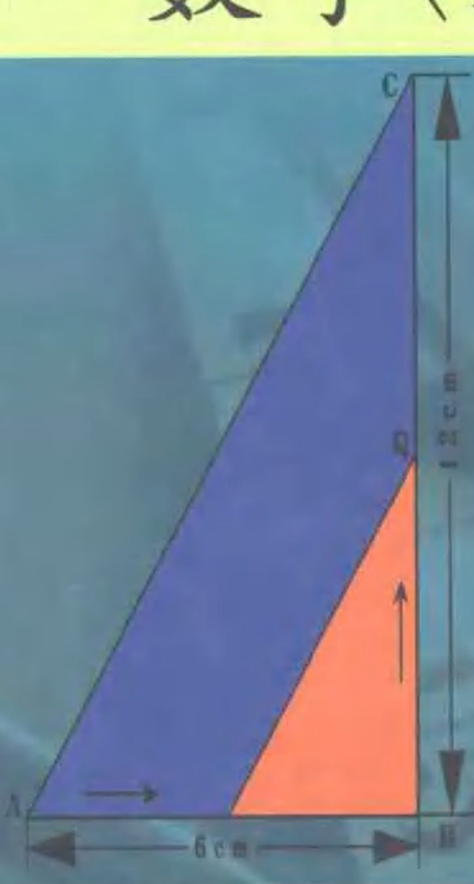
新学案

# 中学课堂

Z H O N G X U E K E T A N G X I N X U E A N

# 新学案

## 高一数学(上)




书海出版社

新学案

# 中学课堂

ZHONGXUEKETANGXINXUEAN

# 新学案

## 高一数学(上)


主　　编　陈兆镇　詹　强　梁靖云

学科主编　夏有璞

分册主编　夏有璞

编　　者　贾　遂　王　姝　王焕文

编者分工　贾　遂(第一章)

王　姝(第二章)

王焕文(第三章)

责任校对　褚晓勇



书海出版社

总 策 划：李广洁　姚　军
责　　编：张晓立
复　　审：张文颖
终　　审：张彦彬

**图书在版编目（CIP）数据**

中学课堂新学案·高一数学 / 陈兆镇，詹强，梁靖云主编.
太原：书海出版社，2002.7
ISBN　7-80550-434-2

Ⅰ.中…　Ⅱ.①陈…②詹…③梁…　Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 010867 号

**中学课堂新学梁·高一数学（上）**
陈兆镇　詹强　梁靖云　主编
*
书海出版社出版发行
030012　太原市建设南路 15 号　0351-4922102
http://www.sxep.com.cn　E-mail:sxep@sx.cei.gov.cn
新华书店经销　铁三局印刷厂印刷
*
开本：787×1092　1/16　印张：11　字数：231 千字
2002 年 7 月第 1 版　2002 年 7 月太原第 1 次印刷
印数：1—5000 册
*
ISBN　7-80550-434-2
G·384　　定价：12.00 元

# 序　言

选择一种较好的体现了素质教育新理念，既有利于培养创新精神和实践能力，又能够适应考试改革要求的学习材料，是广大中学教师、学生及其家长的共同愿望。为此，我们组织编写了这套较好地体现了上这要求的《中学课堂新学案》。

《新学案》是供中学各科课堂教学中使用的一种学生学习用书。它严格按照教学大纲（或课程标准）的规定，以教科书为依据，从学生实际出发，把传统课堂教学这程中教师讲、学生听的内容，以书面的形式提供给学生；同时，又设置了许多新的栏目，力求增添一些新颖有趣的材料，吸引学生主动地、有创适性地学习。它为各学校提供了一种全新的教学模式，是新的教育理念的具体体现。

《新学案》体现了自主学习的理念。它传鉴了全国教学改革先进集体——江苏洋思中学“先学后教，当堂训练”的经验，精心设计了“学习目标”、“学习指导”、“导读提示”、“重点难点导学”、“助学资料”、“达标训练”等栏目，让学生在教师指导下自主学习、独立思考。教师的作用重在引导、点拨和对关键问题适行讲解。它根来改变了课堂上教师讲得过多，学生被动学习的局面。

《新学案》体现了探究学习的理念。学生学习的探究过程具有重共的教育价值，它不仅能使学生对知识结论获得进彻的理解，而且能有效地发展学生的智慧，培养学生勇于探索、不怕困难的精神。《新学案》适这“导读提示”和“重点难点导学”设计了一系列灵活有趣、启发思考的问题，把学生的思维一步步引向知识的结论，从而使学生经历了一个探究的过程。在这一过程中，学生真正“感堂、理解知识产生和发展的适程”，体验到创造的乐趣，其收获灵可想而知的。

《新学案》体现了合作学习的理念。合作意识和合作能力是人们在新世纪生存与发展的素要品质，也是学生在学习中较得知识、培养能力、发展个性的必要条件。因此，教师在课堂上应该给学生发多相互交流、共同切磋的机会。《新学案》通过“导读提示”和“重点难点导学”提出一系列问题，不仅启发学生自学思考，还要引导大家展开讨论，集思广益，一起探讨正确的结论，形或师生之间、学生之间积极互动、共同发展的局面。

《新学案》体现了重视学习学料基本结构的理念。美国著名教育家布鲁纳强调指出：“不论我们选教什么学料，务必使学生理解该学料的基本结构。”所谓基来编构，即每门学科中那些广泛趣作用的概念、发义、原理和法则体系的知识。它

是各学科中智力价值最高的核心内容。掌握基本结构知识，特别是掌握知识体系，对于学好知识、发展智慧具有重要意义。《新学案》不仅设置了一系列问题，引导学生进行基本概念和原理的形成过程的推导，而且还特别设置了“知识网络”一栏，将本课的知识点，按内在联系编成知识网络图，帮助学生掌握知识的系统性，从而很好地体现了重视学习学科基本结构的教育理念。

《新学案》也注重了对练习的设计。为了有助于增强学生的实践能力，并帮助学生适应考试改革，以提高中考和高考成绩，《新学案》参照中考、高考题型，在每节课后和每个单元之后，设计了相当数量的练习题，在每册之后，还编有一套综合练习题。

《新学案》之所以有较高的质量，和其实力雄厚的编写队伍是分不开的。它由山西省太原市教育局导师团组织编写。该团集中了全市的中学特级教师、优秀的学科带头人和教学骨干，不仅有丰富的教学经验，而且以传播素质教育新理念为己任。况且山西省又是全国首先试用新教材的“两省一市”之一，对新教材较为熟悉。进几年这支队伍为广西、福建、北京等地编写了大批教辅读物，深得好评。此次编写，教师们更加精心组织，反复推敲，所以较好地保证了这套书的质量。

作为一个新生事物，《新学案》必定有它不够完善的地方。衷心欢迎大家批评指正。

编　者

**《新学案》课堂教学使用方法**

1. 使用本丛书教学，要坚持“先学后教”的原则，主要讲清本课时的学习要求，把教学目标具体化，使整个教学过程紧紧围绕这一目标进行。

2. 学生自学时，结合“导读提示”，让学生边看书，边写读书记要（解答提示问题），并记下疑难问题，然后阅读“重点难点导学”。时间不宜太长，只求大概了解课程内容。

3. 师生互动学习、讨论。可先让学生提出自学中的问题，也可由教师提出问题，由学生先作答，必要时教师作分析、补充。

4. 学生按“知识网络”复述本课知识点。

5. 按课堂讨论题或演示题，组织课堂讨论或演示，再由学生或教师讲评。

6. 按“达标训练”做练习及讲评。（使用学案，要当堂训练，尽量不留课外作业。）

# 目录

# 第一章 集合与简易逻辑

## 1.1 集 合

**【学习目标】**

**知识目标** 1.了解集合的概念,明确集合元素的确定性、互异性和无序性.2.了解集合的元素与集合间"属于"、"不属于"的两种关系,明确符号"$\in$"、"$\notin$"的含义.3.掌握表示集合的两种方法——列举法、描述法.4.熟记常用的数集的记法.5.理解空集的含义.

**能力目标** 1.了解集合的概念,能对集合概念作描述性的说明.明确集合中的元素具有确定性、互异性和无序性,会判断一个陈述句所指的对象是否可以构成集合,能正确使用符号$\in$、$\notin$表示元素与集合的关系.2.明确列举法和描述法是表示集合的两种常用的方法,并能用这些方法去表示集合.3.熟记自然数集、正整数集、整数集、有理数集和实数集的符号:$\mathbf{N}$,$\mathbf{N}^*$($\mathbf{N}_+$),$\mathbf{Z}$,$\mathbf{Q}$和$\mathbf{R}$.4.能正确判断给定的非空集合是有限集还是无限集.

**【学习指导】**

1.重点:集合的概念;集合元素的三个性质;元素与集合间的关系及表示方法;集合的两种表示法;常用数集的记法.

2.难点:元素与集合两种关系的区分及表示;对集合元素三个性质的深入理解.对空集的正确理解.

**【知识网络】**

- 集合
  - 集合元素的三个性质
  - 元素与集合的关系及表示方法
  - 集合的表示方法
    - 列举法
    - 描述法
    - 常用数集的专用表示法

**【导学指示】**

1.请你举出三个集合的例子,其中两个集合含有有限个元素(有限集),一个集合含有无限多个元素(无限集).

2.就你举出的三个例子,试用"属于""不属于"符号表示元素与集合间的关系.

3.在平面直角坐标系中,(1,0)、(0,1)表示两个不同的点,在集合中,$\{1,0\}$,$\{0,1\}$也表示两个不同的集合吗?

4.$\{a,a^2\}$表示一个由两个元素构成的集合,你能说出 a 的取值范围吗?

5.$\{a\}\in\{a,b,c\}$,$\{a\}\in\{\{a\}\{b\}\{c\}\}$,上面两种表示方法对吗?为什么?

**【典型例题】**

1.正确理解集合的概念,明确集合中元素的确定性、互异性和无序性是学习掌握集合概念的基础.

**例1** 下列每组中各个集合的意义是否相同?说明理由.

(1)$\{1,5\}$,$\{(1,5)\}$,$\{5,1\}$ $\{(5,1)\}$;

(2)$\{x|x=0\}$,$\{(x,y)|x=0,y\in\mathbf{R}\}$;

(3)$\{x|x^2-ax-1=0\}$,$\{a|$方程 $x^2-ax-1=0$ 有实根$\}$.

解:(1)四个集合中只有$\{1,5\}$和$\{5,1\}$相同,它们都表示由两个数 1 和 5 组成的集合;根据集合元素的无序性它们表示同一个集合.而$\{(1,5)\}$表示由一个点(1,5)组成的单元素集,$\{(5,1)\}$表示由另一个点(5,1)组成的单元素集,(1,5)和(5,1)是两个不同的点,所以集合$\{(1,5)\}$与$\{(5,1)\}$意义不同

(2)$\{x|x=0\}$中的元素 $x=0$ 表示数轴上的一个点即原点,而$\{(x,y)|x=0,y\in\mathbf{R}\}$,表示直角坐标平面上的一个点(x,y),这些点的横坐标 $x=0$,而纵坐标 y 为一切实数,这些点都在 Y 轴上,两个集合的元素不同,意义也就不同.

(3)$\{x|x^2-ax-1=0\}$中的元素是方程 $x^2-ax-1=0$ 的解,而$\{a|$方程 $x^2-ax-1=0$ 有实根$\}$中的元素是使方程有实根的字母系数 a 的取使范围,两个集合元素所代表的意义不同,两个集合意义也不同

2.专用数集的表示在今后的学习中经常用到,要熟记这些专用符号,并弄清它们之间的联系与区别,如 N 与 $N^*$ 的区别.

**例2** 判断下列说法是否正确,正确的在(　　)内填"√",错误的填"×":

(1)所有在 $N^*$ 中的元素都在 N 中;

(2)所有在 N 中的元素都在 Z 中;

(3)所有不在 **N** 中的实数都不在 **Z** 中；

(4)所有在 **R** 中的数同时也在 **Q** 中；

(5)所有不在 **Q** 中的实数都在 **R** 中.

**解**:(1)$\mathbf{N}^*=\{1,2,3,4,\cdots\cdots\}$,$\mathbf{N}=\{0,1,2,3\cdots\cdots\}$.$\mathbf{N}^*$中的元素都在 **N** 中,而自然数集 **N** 中的元素 0 不在正整数集 $\mathbf{N}^*$ 中.判断正确.

(2)$\mathbf{N}=\{0,1,2,3\cdots\cdots\}$,$\mathbf{Z}=\{0,\pm1,\pm2,\pm3\cdots\cdots\}$ **N** 中元素都在 **Z** 中.判断正确.

(3)不在 **N** 中的实数如 $-2$ 在整数集 **Z** 中.判断错误.

(4)在实数集 **R** 中的数,不一定在有理数集 **Q** 中.如$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$,但$\sqrt{2}\notin\mathbf{Q}$,判断错误.

(5)实数集 **R** 由有理数与无理数两部分组成,不在 **Q** 中的实数即无理数,无理数都在 **R** 中.判断正确.

3.列举法和描述法是表示集合的两种常用的方法,其中描述法是用确定的条件表示对象是否属于这个集合的方法,这个确定的条件有时比较隐蔽,不易发现,这是用描述法表示集合的难点,应在挖掘这些条件上下功夫.

**例 3** 用列举法表示集合 $A=\{\frac{6}{6-x}\in\mathbf{N},|x\in\mathbf{N}\}$.

**解**:集合 A 中的元素为$\frac{6}{6-x}\in\mathbf{N}$,而其中的 x 应属于自然数 **N**,$x=0,1,2,3,4,5$.

$\frac{6}{6-x}\in\mathbf{N}$ 为 1,2,3,6.

$\therefore A=\{1,2,3,6\}$.

**例 4** 用描述法表示集合 $B=\{\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{5}{6},\frac{7}{8}\cdots\cdots\}$.

观察分析这一列数的特征,分母为偶数,分子为奇数,即分母为 $2n(n\in\mathbf{N}_+)$,分子为 $2n-1(n\in\mathbf{N}_+)$.

$\therefore B=\{x|x=\frac{2n-1}{2n}(n\in\mathbf{N}_+)\}$.

4.空集是一个重要而较难理解的概念,要从集合的观点出发把空集与数 0 很好地区分开来.

**例 5** 判断下列表达是否正确,应当怎样理解它们之间的关系.

(1)$\varnothing=0$　　(2)$0\in\varnothing$　　(3)$0\in\{0\}$

(4)$\varnothing\in\{\varnothing\}$　　(5)$\{0\}\in\{\varnothing\}$　　(6)$0\in\{\varnothing\}$

**解**:(1)表达错误.$\varnothing$ 表示空集,不含任何元素,0 是一个实数,二者之间没有相等关系.

(2)表达错误.0 是一个实数,$\varnothing$ 表示空集,不含任何元素,$0\notin\varnothing$.

(3)表达正确.0 是一个实数,$\{0\}$表示由一个元素 0 构成的单元素集,0 是$\{0\}$的元素,$0\in\{0\}$

(4)表达正确.$\varnothing$ 是空集,是一个集合,$\{\varnothing\}$是以空集为元素组成的单元素集,$\varnothing$ 是$\{\varnothing\}$的元素,$\varnothing\in\{\varnothing\}$

(5)表达错误.$\{0\}$是以 0 为元素的单元素集,$\{\varnothing\}$是以 $\varnothing$ 为元素的单元素集,是两个不同的集合.

(6)表达错误. 0 是一个实数，$\{\varnothing\}$是以 $\varnothing$ 为元素的单元素集. 0 不是$\{\varnothing\}$的元素，$0\notin\{\varnothing\}$.

5. 全面正确理解集合的概念是本节学习的重点，要把知识综合起来进行理解应用.

**例 6** 已知两个集合 $A=\{a^2+1,a+1,-3\}$，$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，若 $-3\in B$，求实数 a 的值.

**解**：$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，$-3\in B$.

$a^2+1\neq-3$，则有 $a-3=-3$，或 $2a-1=-3$.

若 $a-3=-3$，$a=0$，这时 $A=\{1,1,-3\}$.

A 中两个元素相同，不符合集合元素的互异性.

若 $2a-1=-3$，$a=-1$，这时 $A=\{2,0,-3\}$，$B=\{-4,-3,2\}$.

$\therefore a=-1$.

## 【达标训练】

**一、选择题**

1. 下列四个条件：①不超过 $\pi$ 的正有理数；②9903 班高个子的学生；③算术平方根等于自身的数；④9903 班的共青团员，其中能够组成一个集合的是(　　).

(A)①②③　　(B)①③④　　(C)②③④　　(D)①②④

2. 下列说法中正确的是(　　).

(A)数 0 表示没有，因之数 0 不能构成集合；

(B)数 0 构成的集合记作 0；

(C)由数 0 构成的集合记为$\{0\}$；

(D)数 0 构成的集合中无元素.

3. 已知集合 M=\{比 −2 大，并且比 1 小的实数\}，则下列关系中正确的是(　　).

(A)$\sqrt{5}\in M$　　(B)$0\notin M$　　(C)$1\in M$　　(D)$-\dfrac{\pi}{2}\in M$

4. 设集合 M=\{直角三角形\}，N=\{小于 6 的整数\}，P=\{比 −1 大 5 的数\}，**Q**=\{大于 0 且小于 1 的有理数\}，其中无限集有(　　).

(A)M、N、P　　(B)M、N、**Q**　　(C)M、P、**Q**　　(D)N、P、**Q**

5. 集合$\{1,3,5,7,9\}$用描述法表示出来应是(　　).

(A)\{x|x 是不大于 9 的非负奇数\}　　(B)$\{x|1\leqslant x\leqslant 9\}$

(C)$\{x\in\mathbf{N}|x\leqslant 9\}$　　(D)$\{x\in\mathbf{Z}|0\leqslant x\leqslant 9\}$

**二、填空题**

1. 用列举法表示集合$\{(x,y)|y=x,x\in\mathbf{N}$ 且 $3x<14\}$为__________.

2. 用描述法表示集合$\left\{\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3},\dfrac{3}{4},\dfrac{4}{5}\cdots\cdots\right\}$，为__________.

3. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2-3x+2=0,a\in\mathbf{R}\}$，若 A 中元素至多只有一个，则 a 的取值范围是__________.

**三、解答题**

1. 用列举法表示下列集合：

(1)$x^2-1$ 的一次因式组成的集合.

(2) $\{a\in \mathbf{Z}|\frac{3}{5-a}\in \mathbf{N}\}$.

(3) $\{(x,y)|x^2+y^2=1,x\in \mathbf{Z},y\in \mathbf{Z}\}$.

2. 用描述法表示下列集合：

(1) {非负奇数}；　(2) {能被 5 整除的数}；

(3) {第二和第四象限的点}.

3. 设 $A=\{x|x^2+(b+2)x+b+1=0,b\in \mathbf{R}\}$ 求 A 中所有元素之和.

# 课后练习

**一、选择题**

1. 下列四组对象中不能构成集合的是(　　).

(A)不超过 20 的非负数

(B)104 班的优秀学生

(C)104 班 16 岁以下的女学生

(D)直角坐标系内横坐标与纵坐标相等的点

2. 集合{平方后等于 1 的质数}是(　　).

(A) $\{1\}$　(B) $\{-1\}$　(C) $\{1,-1\}$　(D) $\{\varnothing\}$

3. 集合 $A=\{x^2,3x+2,5y^2-x\}$，B={周长为 20 厘米的三角形}，$C=\{x|x-3<2,x\in R\}$，$D=\{(x,y)|y=x^2-x-1\}$ 中用描述法表示的有(　　).

(A)1 个　(B)2 个　(C)3 个　(D)4 个

4. 已知集合 $M=\{a|\frac{6}{5-a}\in \mathbf{N}$，且 $a\in \mathbf{Z}\}$，则 M 为(　　).

(A) $\{1,2,3,4\}$　(B) $\{2,3\}$　(C) $\{1,2,3,6\}$　(D) $\{-1,2,3,4\}$

5. 集合 $A=\{(x,y)|y=-1+x-2x^2,x\in \mathbf{R},x\neq 0\}$，若点 P 的坐标 $(x,y)\in A$，则 P 所在象限为(　　).

(A)第一或第二象限　(B)第二或第三象限

(C)第三或第四象限　(D)第一或第四象限

**二、填空题**

1. 集合 $\{2a,a^2-a\}$ 中实数 a 的取值范围是____________.

2. 集合 $\{x|(x-1)^2(x+1)=0,x\in \mathbf{Z}\}$ 用列举法表示为____________.

3. 用描述法表示集合{1,2,5,10,17……}为____________.

4. 小于或等于 x 的最大整数与大于或等于 x 的最小整数之和是 5,则 x 的集合是__________.

5. $a\in \mathbf{N},b\in \mathbf{N}$,且 $a\neq b$,由 $a,b,a^2,b^2,a^3,b^3$ 构成的集合 M 中,元素的个数最少有________个,最多有________个.

三、解答题

1. 对于任意 $x\in \mathbf{R},y\in \mathbf{R}$,且 $xy\neq 0$,求由 $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{xy}{|xy|}$ 组成的集合的元素的个数.

2. 设集合 $A=\{x|x=2K,K\in Z\}$,$B=\{x|x=2K+1,K\in \mathbf{Z}\}$,$C=\{x|x=4K+1,K\in \mathbf{Z}\}$ 且 $a\in A,b\in B$,判断元素 $a+b$ 与集合 A,B,C 的关系.

3. 设数集 A 满足条件:若 $a\in A,a\neq 1$,则 $\frac{1}{1-a}\in A$. 证明(1)若 $2\in A$,则集合 A 中必还有另外两个元素;(2)若 $a\in R$,则集合 A 不可能是单元素集.

# 1.2 子集、全集、补集

## 【学习目标】

**知识目标** 1. 子集的概念,两个集合的包含关系,符号"$\subseteq$""$\subsetneqq$"的含义,子集与真子集. 2. 空集的概念,空集是任何集合的子集,空集是任何非空集合的真子集. 3. 包含关系的性质. 4. 两个集合相等的定义和判断. 5. 全集、补集的概念,对符号 $C_UA$ 的理解.

**能力目标** 1. 了解子集的概念,会判断和证明两个集合的包含关系,理解"$\subseteq$""$\subsetneqq$"的含义,能正确写出含 2、3、4 个元素的所有子集和真子集.

2. 深刻理解"空集"的概念,正确使用"空集"的符号"$\varnothing$". 特别是对"空集是任何集合的子集"、"空集是任何非空集合的真子集"的理解和掌握.

3. 明确集合包含关系的性质:

(1) $A\subseteq A$ (2) $A\subseteq B,B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C$;$A\subsetneqq B,B\subsetneqq C\Rightarrow A\subsetneqq C$

4. 了解两个集合相等的定义,会判断两个集合的相等关系.

5. 了解全集的意义,理解补集的概念,掌握全集、补集等术语及其符号 U、$C_UA$,会求一个集合的补集.

理解(1)若 $x\in U$,则 $x\in U$ 和 $x\in C_UA$ 二者必居其一.

(2) $C_UA=\varnothing$, $C_U\varnothing=U$.

## 【学习指导】

1. 重点：子集的概念，真子集的概念，补集的概念，两个集合的包含和相等，空集是任何集合的子集，空集是任何非空集合的真子集.

2. 难点：对子集、真子集、空集的深刻理解，对符号“$\subseteq$”“$\subsetneqq$”的正确理解应用，对空集的进一步理解和认识.

## 【知识网络】

- （两个集合包含）子集（$\subseteq$）（空集是任何集合的子集）
  - 两个集合真包含（$\subsetneqq$）（空集是任何非空集合的真子集）
  - 两个集合相等（$=$）
- 全集与补集
  - $C_sA = \{x \mid x \in s, 且 x \notin A\}$
  - 


## 【导学提示】

1. 仔细分析下面的三句话，给出正确结论.

若 A、B 是两个集合.

(1) A 中元素都在 B，则 A ______ B 或 B ______ A

(2) A 中元素都在 B，而 B 中至少有一个元素不在 A，则 A ______ B.

(3) A 中元素都在 B，又 B 中元素都在 A，则 A ______ B.

2. 符号“$\subseteq$”“$\subsetneqq$”“$=$”之间有什么区别和联系，又符号“$\subseteq$”与符号“$\in$”之间有什么不同之处.

3. $\varnothing$ 是空集，A 是一个非空集合，下面的表达正确吗？为什么？

$\varnothing \subseteq A$　　$\varnothing \subsetneqq \varnothing$　　$\varnothing \subsetneqq A$　　$\varnothing \subsetneqq \varnothing$

4. 集合 $\{a, b, c\}$ 的子集共有几个，把它们列举出来.

## 【典型例题】

1."∈""∉"表示元素与集合之间的关系,"⊆""⊈"表示集合与集合之间的关系,对这些符号的正确理解和使用是本节的重点.另外空集是集合中的一个重要概念,如何正确理解空集的含义及使用表示空集的符号是一个难点,要注意掌握符号的本质含义,防止与相近符号的混淆.

**例1** 用"属于""包含"等符号表示下列关系.

(1)a _____ {a,b,c}　(2){a} _____ {a,b,c}　(3)0 _____ {0}

(4)0 _____ ø　(5)0 _____ {ø}　(6){0} _____ ø

(7){0} _____ {ø}　(8)ø _____ {ø}

**解:**(1)元素 a 属于集合{a,b,c},a∈{a,b,c}.

(2)单元素集{a}是集合{a,b,c}的真子集,{a}⫋{a,b,c}.

(3)0 是一个数,{0}是含有一个元素 0 的集合,0∈{0}.

(4)0 是一个数,ø 表示空集,0∉ø.

(5)0 是一个数,{ø}是以空集为元素的集合,0∉{ø}.

(6){0}是含有一个元素 0 的集合,ø 表示空集,{0}∉ø.

(7){0}是含有一个元素 0 的单元素集,{ø}是含有一个元素 ø 的单元素集,{0}∉{ø}.

(8)把 ø 看作元素,ø∈{ø}把 ø,{ø}看作集合,空集是任何非空集合的真子集.ø⫋{ø}

2.正确完整地写出一个集合的子集可以深化我们对子集、真子集概念的理解.

**例2** 求满足{1}⫋A⊆{1,2,3,4}的所有集合 A.

解:空集 ø 是{1,2,3,4}的子集,但不满足{1}⫋A,因之 A 不是空集.

集合 A 中含一个元素,{1},{2},{3},{4}但不满足{1}⫋A,其中 A={1}时,{1}不是{1}的真子集.

集合 A 中含两个元素,{1,2}{1,3}{1,4}满足条件.

集合 A 中含三个元素{1,2,3},{1,2,4}{1,3,4}满足条件,集合 A 中含四个元素{1,2,3,4}满足条件.

3.对 B⊆A 这一符号应全面理解.

(1)B=ø,ø⊆A　(2)B≠ø,B 中元素都属于 A.

**例3** 设集合 A={-1,1},B={x|$x^2-2ax+b=0$}若 B≠ø 且 B⫋A,求 a,b 的值.

**解:**∵B=ø,且 B⊆A,B 为 A 的非空子集.

当 B={1}时,$x^2-2ax+b=0$ 有二相等实根 x=1,

$\triangle=4a^2-4b=0,1-2a+b=0,\therefore a=b=1$.

当 B={-1}时,$x^2-2ax+b=0$ 有二相等实根 x=-1,

$\triangle=4a^2-4b=0,1+2a+b=0,\therefore a=-1,b=1$.

当 B={-1,1}时,$x^2-2ax+b=0$ 有二不等实根,

由根与系数关系,$\therefore a=0,b=-1$.

经过分类讨论,$\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=0,\\b=-1.\end{cases}$

4. 两个集合相等，这两个集合的元素完全相同. $A=B \Leftrightarrow A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$.

**例 4** 已知 $A=\{1,a,b\}$，$B=\{a,a^2,ab\}$ 且 $a=b$，求实数 $a,b$.

**解**：由集合元素的互异性，观察出 $a\neq 1$，$b\neq 1$.

由 $A=B$，得 $\begin{cases}a^2=1\\ ab=b\end{cases}$ 或 $\begin{cases}ab=1,\\ a^2=b.\end{cases}$

$\begin{matrix}a\neq 1\\ b\neq 1\end{matrix}$ 解 $\begin{cases}a^2=1,\\ ab=b.\end{cases}$ $\therefore a=-1, b=0.$

$\begin{matrix}a\neq 1\\ b\neq 1\end{matrix}$ 解 $\begin{cases}ab=1,\\ a^2=b.\end{cases}$ 无解 $\therefore a=-1, b=0.$

5. 深入理解补集的含义，$C_sA=\{x|x\in S$，且 $x\notin A\}$.

**例 5** 设全集 $S=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，$C_sA=\{5\}$，求实数 a 的值.

**解**：$\because C_sA=\{5\}$，则 $5\in S$，且 $5\notin A$，

$\therefore a^2+2a-3=5$，解得 $a=2$ 或 $a=-4$.

当 $a=2$ 时，$A=\{3,2\}$ 符合题意.

当 $a=-4$ 时，$|2a-1|=9\notin S$，不符合题意.

$\therefore a=2$.

## 【达标训练】

**一、选择题**

1. 下列命题中正确的是(　　).

(A)无限集的真子集是有限集　　(B)任何一个集合至少有两个子集

(C)自然数集是整数集的真子集　　(D)$\{1\}$是质数集的真子集

2. 数 0 与 $\varnothing$ 的关系是(　　).

(A)$0=\varnothing$　　(B)$0\subsetneqq\varnothing$　　(C)$0\in\varnothing$　　(D)$0\notin\varnothing$

3. 集合$\{1,2,3\}$的非空真子集的个数是(　　).

(A)6　　(B)7　　(C)8　　(D)9

4. 集合 S=\{三角形\}，A=\{直角三角形\}，则 $C_sA=$(　　).

(A)\{锐角三角形\}　　(B)\{钝角三角形\}

(C)\{斜三角形\}　　(D)\{任意三角形\}

5. 设 A=\{正方形\}，B=\{矩形\}，C=\{平行四边形\}，D=\{梯形\}，则下列包含关系中不正确的是(　　).

(A)$A\subseteq B$　　(B)$B\subseteq C$　　(C)$C\subseteq D$　　(D)$A\subseteq C$

**二、填空题**

1. 集合 $A=\{(x,y)|x+y=3, x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}\}$ 的子集的个数是________.

2. 若 $S=\mathbf{N}$，$A=\{x\in\mathbf{N}|x>3$ 或 $x<-1\}$ 用列举法表示集合 $C_sA$ ________.

3. 已知 $A=\{0,2,4,6\}$，$C_UA=\{-1,-3,1,3\}$，$C_UB=\{-1,0,2\}$ 用列举法写出 B ________.

三、解答题

1. 设全集 $S=\{1,2,3,4\}$，且 $A=\{x\in S|x^2-5x+m=0\}$ 若 $C_sA=\{2,3\}$，求 m 的值.

2. 若 $A=\{x\in R|x^2-5x+q=0\}$，$B=\{x\in R|x-3=0\}$ 且 $B\subseteq A$，求实数 q 和集合 A 中的元素.

3. 已知 $A=\{x|x<-1$ 或 $x>2\}$，$B=\{x|4x+p<0\}$，当 $A\supseteq B$ 时，求实数 p 的取值范围.

# 课后练习

一、选择题

1. 满足关系式 $\{1,2\}\subseteq A\subseteq\{1,2,3,4,5\}$ 的集合 A 的个数是(　　).

(A)4　　(B)6　　(C)8　　(D)9

2. 已知集合 $A\subseteq B$ 且 $A\subseteq C$，$B=\{0,1,2,3,4\}$，$C=\{0,2,4,8\}$，则集合 A 的个数是(　　).

(A)2 个　　(B)4 个　　(C)6 个　　(D)8 个

3. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,5\}$，$B\subsetneqq C_UA$，则集合 B 的个数是(　　).

(A)5　　(B)6　　(C)7　　(D)8

4. 若 $A=\{a|a=3n+1,n\in \mathbf{Z}\}$，$B=\{b|b=3n-2,n\in \mathbf{Z}\}$，$C=\{c|c=6n+1,n\in \mathbf{Z}\}$，则 A、B、C 的关系是(　　).

(A)$A\supsetneqq B\subsetneqq C$　(B)$A\subsetneqq B\subsetneqq C$　(C)$A=B\supsetneqq C$　(D)$A=B=C$

5. 设集合 $P=\{x|x^2+x-6=0\}$，$Q=\{x|mx+1=0\}$，若 $Q\subsetneqq P$，则实数 m 的可取不同的值的个数是(　　).

(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

二、判断题

1. 判断下列说法是否正确，并在题后括号内填"√"或"×"

(1)若 $S=\{1,2,3\}$，$A=\{2,1\}$，则 $C_sA=\{2,3\}$.(　　)

(2)若 S={三角形}，A={直角三角形}，则 $C_sA$={锐角三角形成钝角三角形}.(　　)

(3)若 U={四边形}，A={梯形}，则 $C_UA$={平形四边形}.(　　)

(4)若 $U=\{1,2,3\}$，$A=\varnothing$，则 $C_UA=A$.(　　)