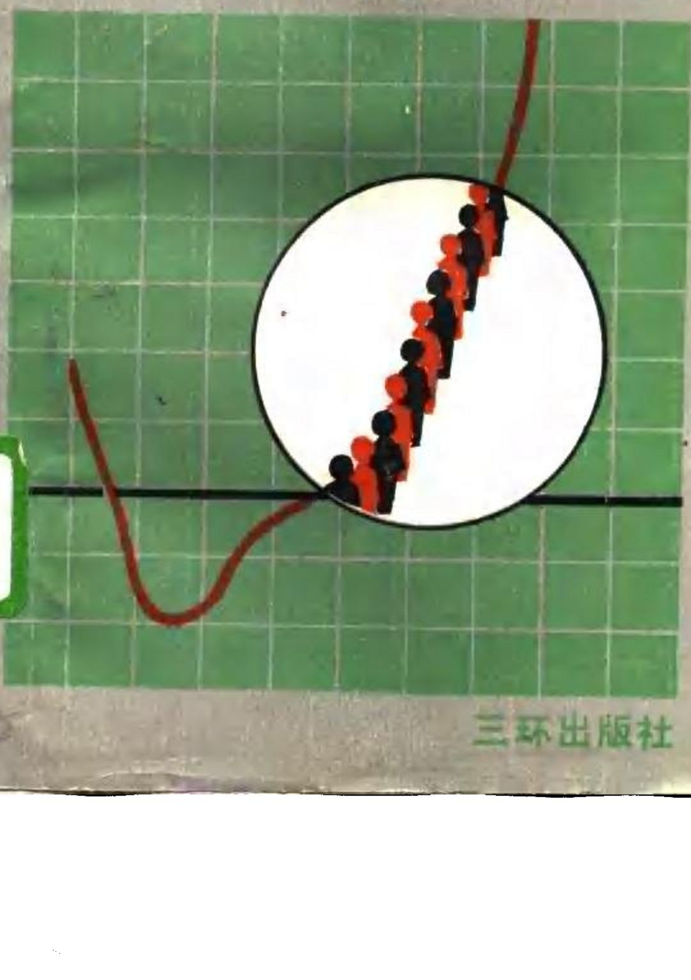
寿险数理

马 赛 管向东 编著



三环出版社

寿 险 数 理

海南省三环出版社出版

长沙炮兵学院印刷厂印刷

开本 787×1092毫米 1/32 印张 11.5

字数 23.985万字 印数5000册

1990年10月第一版(长沙)

1990年10月第一次印刷

编者的话

发展人寿保险不仅需要大批懂得寿险条款的展业、宣传人才，而且也需要精通寿险精算的技术人才。与世界各国相比，目前我国的寿险业尚处于十分落后的状态，其精算技术落后更甚。我国寿险业务迅速发展的趋势，决定了在我国保险界培养精算人才的迫切性。鉴于此共识，我国有关高等院校已经开设或正在准备开设人身保险专业或精算专业。我们在中国保险管理干部学院试用几届的“寿险数理讲义”的基础上编写了这本《寿险数理》教材，正式与广大读者见面。

本书的取材参考了国内外多种版本的寿险数学著作，并结合我国国情有选择地借用了国外保险数学教科书中的有益内容，并增编了日本第三回经验生命表编制技术简介和日本民间寿险公司开办的部分险种的计算原理，有一定的理论深度。

本书的编写力图理论联系实际。书中介绍了我国现行寿险业务中的几个主要条款的精算实务、并附录了目前我国保险业务实践中正在运用的有关生命表及各种换算表，相信这对从事精算实务的读者是很有用的。

为使理论叙述更具逻辑性和严谨性，本书中的部分章节运用了高等数学。但未学过高等数学的读者可以跳过这部份内容，因为它并不影响后面内容的学习和习题的完成。

编写本书的目的，一是作为中国保险管理干部学院的精

算课教材及有关院校的精算课教学参考书；二是作为人身保险精算培训班的参考用书或人身保险业务人员的自学读本。如果本书对我国精算人才的培养有所裨益的话，我们将感到十分欣慰！

本书的编写得到了中国人民保险公司人身保险部、中国保险管理干部学院、安徽省保险分公司的领导及有关同志的大力支持。人身保险部张学德副总经理及陈威同志还对本书提出了十分宝贵、具体的意见。上海市保险分公司的副总经济师乌通元同志对本书进行了审定。在此对上述同志一并表示衷心的感谢。

由于水平和资料有限，疏漏甚或错误在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

1990年10月

《寿险数理》目录

前　言

第一章　利息的数理

第一节　利　息

一、利息的概念：

货币所有者（债权人）用贷出货币或货币资本向借款人（债务人）索取超过原贷款额的那部份价值。或者说，借款人付给贷款人的报酬称为利息。我国发行的国库券，银行发放的各项贷款、人们存入银行的储蓄存款以及其他资金的往来等都有利息。利息一般是用货币表现的。

借款人所借用的金额称为本金或现值，借贷从开始到终了所经历的时间为计息时期，利息的数额是随本金的多少，计息时期的长短和单位本金在单位时间内利息的多少为转移的。为了全面地介绍利息数理，先引入利率的概念。

二、利率的定义：

单位时间内（如每年、每季、每月等），单位本金（每万元，每千元、每百元等）所获得的利息的称为利率，利率一般用百分数表示。

计算利率的单位时间又称为计息期，计息时期中所包含的计息期个数称作计息期数，或简称期数。由于所取计息期不同（如一年、一季、一月等）利率可分为年利率、季利率、月利率等。银行个人储蓄存款是以一月为计息期，所以采用月利率，如89年2月1日的银行一年期储蓄存款月利率为

9.45‰。而人寿保险却以一年为计息期，所以采用年利率，如简身险满期保险金就是以年利率8.8%贴付给保户的。

本书在没有作特别说明的情况下，一般计算均采用年利率。

三、利息的计算

本金、利率和计息期数是利息计算的三大要素，而且我们把本金与利息之和称为本利和或终值。为书写简便，我们习惯于用下列字母表示有关概念：

P表示本金；I表示利息；i表示利率；n表示计息时期；S表示本利和（或终值）。

计算利息的方法分为单利法和复利法：

（一）单利法：在计息期内，只对本金计息，而对本金所生利息不再计息的计算方法称单利法。在利率一定的情况下，利息只与本金和计息时期成正比，即

$$I = Pni \qquad \cdots\cdots (1.1)$$

$$S = P(1 + ni) \qquad \cdots\cdots (1.2)$$

根据以上两式，还可导出：

$$P = \frac{S}{1+ni}; \quad n = \frac{S-P}{pi}; \quad i = \frac{S-P}{pn}。$$

在单利计算法中，年利率与月利率的关系是：年利率＝月利率×12　即$i_{年} = 12i_{月}$。

在使用（1.1）式和（1.2）式时，值得注意的是：

①计息期n所含的时间概念与利率i所含的时间概念必须一致。即如果i用年利率，则n也必须以年为计息时期；若i取月利率，则n也就以月为计息时期。

②计息时期n，它可以是整数（即整年或整月），也可以是非整数（即若干年零几个月或若干月零几天等）。

例1 某储户存入银行人民币1000元，定期5年，月利为12.45‰，求到期时应得利息为多少？

$I=Pni=1000\times5\times12\times12.45‰=747$（元）

例2 如上例，若储户到期不立即支取，而是满期后15天后再来领取，则该储户所得利息为：

$$I=Pni=1000\times12\left(5+\frac{15}{360}\right)\times12.45‰=537.23\text{元}$$

〔注：根据中国人民银行规定，储蓄存款计息每月以30天计算。〕

例3 某储户参加一年期零存整取储蓄，每月存入20元，月利率为7.95‰，求到期时可得利息为多少？

因零存整取是按单利计息的一系列存款，每次存款到期的经过月数均不同，第一次存入的20元到期经过12个月，第二次存入20元到期经过11个月，以此类推，以上每笔存款的利息之和就是该储户所得的利息。

$$\therefore\ I=\sum_{n=1}^{12}20ni=20\times78\times i=20\times78\times7.95‰$$

$$=12.4\text{元}$$

因此，一般地零存整取储蓄每月存款P元，期限n个月，月利率为i，则到期时利息为

$$I=\sum_{k=1}^{n}Pki=\frac{n(n+1)}{2}Pi$$

（二）复利法：在计息时期内，划分一定时间为一期，于每期末将利息并入本金，构成新本金再予以计息，如此连续计算至计息时期满为止的计算方法称复利法。即：

$$S=P(1+i)^n \quad \cdots\cdots\cdots (1\cdot3)$$

$$I=P[(1+i)^n-1] \quad \cdots\cdots\cdots (1\cdot4)$$

例 某人存入银行1000元，期限10年，到期本利和为1790.85元，如果每年复利一次，问这笔款的年利率为多少？

$\because S=P(1+i)^n$

$1790.85=1000\times(1+i)^{10}$

$\therefore i=6\%$

注意：(1·3)式中的n，与单利计算法一样，可以为整数，也可以为非整数。

（三）单利率与复利率的相互转化：

短时间内无论按单利法计算利息还是按复利法计算利息，本利和数额相差不多，但时间一长，利息本身已积存相当金额，同时再投资生息，所以用复利法计算的本利和比用单利法计算的本利和数额就大得多了。国外寿险公司的资金收益，在于经常投资赚取利息，所谓“经常投资”意即表示收到利息后，立即再进行投资，以获得更多利息。因此，人寿保险都是按复利计算的。但我国人保公司隶属于人民银行领导，按人民银行规定，人身保险责任准备金必须存入人民银行，以按个人储蓄的最高利率计息，而我国银行储蓄均按单利计息，那么，从储蓄的单利率折算成复利率应为多少呢？具体计算如下，由同一时间分别按单利率计算的利息与

按复利率计算的利息，它们的利息额相等，用公式表示，即：

$$I_{单} = I_{复}$$

$$Pni_{单} = P[(1+i_{复})^n - 1]$$

$$i = \sqrt[n]{1+ni_{单}} - 1 \quad \cdots\cdots\cdots (1\cdot5)$$

或 $$i_{单} = \frac{(1+i_{复})^n - 1}{n} \quad \cdots\cdots\cdots (1\cdot6)$$

例已知三年期储蓄存款的年利率为13.14%，试求相应的复利率

$$i_{复} = \sqrt[3]{1+3i_{单}} - 1 = 11.7\%$$

第二节　名利率和实利率

一、名利率和实利率概念：

在具体的人险业务中，虽然均按复利计息。但是，时常有一年复利多次的情形，例如一季复利一次，一月复利一次等等，显然，一年复利一次和一年复利数次，在一年内的实际利息是不相同的，为此引入名利率和实利率概念。本金一元，将一年计息一次所获得的利息称为实利率，用i表示。将在一年内分期（每半年、每季、每月等）计息一次的利息称为名利率，用j表示，实利率略高于名利率，这是因为结息后利上又有剩的缘故。例如，本金1元存放一年，按年复利6％计息，到期利息为6分，则实利率为6％。若半年计息一次，6％为名利率，以此计算一年内实际所获得的利息为6.09分，所以实利率为6.09％，因此，当一年复利多次时，只对实利率有一定影响，而名利率并不改变。

二、名利率与实利率的关系：

设一年复利m次，本金P为1元，共计n年。

第一期末利息为$\left(\frac{j}{m}\right)\times 1$元

第一期末的本利和为$\left(1+\frac{j}{m}\right)\times 1$元

第二期末的本利和为$\left(1+\frac{j}{m}\right)^2$元

⋮　　　　⋮

第m期末的本利和为$\left(1+\frac{j}{m}\right)^m$元

则一年末的实际利息为 $i=(1+\frac{j}{m})^m-1$

即 $1+i=(1+\frac{j}{m})^m$ ……(1·7)

∴n年末则为$(1+i)^n=(1+\frac{j}{m})^{mn}$ ………(1·8)

由(1·7)式又可推出$i=(1+\frac{j}{m})^m-1$………(1·9)

和$j=m[(1+i)^{\frac{1}{m}}-1]$ ………(1·10)

当m=1，即一年复利一次时，i=j。

在（1·9）中令$m\to\infty$取极限可得

$$i=\lim_{m\to\infty}(1+\frac{j}{m})^m-1=e^j \qquad \text{………(1·11)}$$

这表示在名利率不变的情况下，实利率随着每年复利次数m的增加而增大，当$m\to\infty$，其实利率的极限为：

$$i=e^j-1 \qquad \text{………(1·11)}$$

同理（1·10）式也可展开得

$$j=m[(1+i)^{\frac{1}{m}}-1]=m[e^{\frac{1}{m}\ln(1+i)}-1]$$

$$=\ln(1+i)+\frac{1}{2!}\frac{1}{m}[\ln(1+i)]^2$$

$$+\frac{1}{3!}\frac{1}{m^2}[\ln(1+i)]^3+\cdots\cdots$$

当$m \to \infty$时

$j = \ln(1+i)$

当$m = 1$时　$j = i$

当$m \to \infty$时，名利率的极限值$j = \ln(1+i)$

令　$\delta = \ln(1+i)$ …… (1·12)

则$1+i = e^{\delta}$ …… (1·13)

因此，δ是在连续复利情况下的名利率，我们称为利力（或瞬间利率），并且实利率、名利率和利力三者之间可用下述连等式表示。即

$$(1+i) = (1+\frac{j}{m})^m = e^{\delta}$$

第三节　复利终值和复利现值

一、复利终值：按复利计息的本利和称复利终值

因为当本金1元，时期为1年的本利和为

$$1+i = (1+\frac{j}{m}) = e^{\delta} \quad \cdots\cdots (1·14)$$

而当本金为P元，时期为n年，n年末的本利和则应为

$$S = P(1+i)^n = P(1+\frac{j}{m})^{mn} = Pe^{n\delta} \quad \cdots\cdots (1·15)$$

且利息$I = S - P$

$$\left.\begin{aligned} &= \{(1+i)^m - 1\} \\ \text{或}\quad &= P\{(1+\frac{j}{m})^{mn} - 1\} \\ \text{或}\quad &= P(e^{n\delta} - 1) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (1·16)$$

二、复利现值：

为将来达到一定数额的本利和，在复利计息情况下，现在应投入的资金额。称复利现值

$$\because \quad 本利和S = P(1+i)^n = P(1+\frac{j}{m})^{mn} = Pe^{n\delta}$$

$$\therefore \quad 本金P = \frac{S}{(1+i)^n} = \frac{S}{(1+\frac{j}{m})^{mn}} = \frac{S}{e^{n\delta}} \cdots (1\cdot17)$$

复利率为i，一元终值在一年前的现值，我们用V表示，

即 $V = \frac{1}{1+i}$，称为现值率或复利现值系数。因此，终值S在n年前的现值，则为

$$P = V^n S$$

无论终值和现值与利率均成指数关系，因此，随着n的增大，终值S和现值P的计算都相当繁琐，为方便实际工作者，一般将S和P的值编成表供直接查阅，见附录三表(1)。我们称这类表为复利现值和复利终值表。

第四节　贴　　现

一、贴现的概念：

1.贴现的定义：

持票人将未到期票据（包括期票或汇票）所规定的权力转让于他人，用以换取现金的经济行为称为贴现。

贴现是贷放货币的一种形式，即贷款者贷出货币，同时