

●主 编/高建国

JINGJI JIANKMO YU YINGYONG

经济建模与应用

●副主编/陈志国 李光亚 田进军 任建敏



南大学出版社

内 容 简 介

本书共分15章。第1章介绍了经济数学模型的特点、建立、应用与分类。从第2章至第14章则通过各种不同经济领域中一系列建模实例的介绍,力图使读者在潜移默化中逐渐养成利用建立适当的模型来解决实际问题的习惯,并逐步掌握建立模型的方法与技巧。最后一章还介绍了一个功能强大的数学软件,以供在实际经济建模中应用。

凡是掌握了高中数学知识的读者,即可读懂书中的大部分模型。所以本书可供文科、理科、工科等各类专业的本科、专科学生作为公共选修课的教材,也可供文史类、财经类等专业的研究生作为教学参考书。

前 言

学生在学校里学到了知识,而“知识就是力量”(英国哲学家培根之语)。但是学生毕业后在工作岗位上不仅需要知识,而且需要能力。知识与能力虽然关系密切,却并不等同。缺乏知识的能力是低层次的能力,缺乏能力的知识是僵死的知识。在两者的相互依存中,主导方面是能力,没有能力就不能掌握爆炸般增长的知识,没有能力就不能使知识迅速转变为精神财富和物质财富。在“四化”建设过程中,能力显得越来越重要,这是社会飞速前进和科学迅猛发展的必然结果。那么如何使学生在学习知识的同时,能力也得到提高呢?

大量实际问题(不仅包括工程技术方面,而且包括经济、管理、生物学、社会学、体育等诸方面)的解决,往往首先是把这个问题的内在规律用数字、图表或公式、符号表示出来,然后经过数学的处理得到定量的结果,以供人们做分析、预测、决策或者控制,而这个过程就是通常所说的建立数学模型。因此,为了培养学生解决实际问题的能力,不少国家都给在校大学生开设了数学模型课程。在我国,1983年由清华大学的萧树铁教授、姜启源教授等首先在数学模型课程的开设方面带了好头,尔后便迅速发展起来。目前不仅许多学校的基础数学、应用数学和计算数学等数学专业将它列为必修或选修课程,而且一些工科、经济管理和师范等院校也将它列为选修课,并普遍受到学生们的欢迎。

从1992年起,我国开始举办一年一度的全国大学生数学模型竞赛,参加的学校越来越多,取得了良好的效果。但是经考察会发现,参加数学模型竞赛的学生主要来自数学专业、计算机专业、物理学专业、工程技术和少数的经济管理方面的专业,而大量的

其他专业的学生则无法参加全国大学生数学模型竞赛,因为他们不开设数学模型课程。为什么不开此课呢?因为这些专业的学生数学基础相对比较薄弱,一般的数学模型教材对他们不适用,另外又没有其他合适的教材,而本书正是为了满足这一需要而编写的。

另外,还需要就对理工科专业以外的学生开设建模课程的必要性加以说明。这是因为,各门学科发展至现代,不论是自然科学还是社会科学,都需要运用数学和数学方法。一些以前认为不可能进行定量研究的学科,如生物学、地质学、历史学、语言学和体育等等,现在都运用数学作为工具。因此,当代各个学科都普遍处于量化的过程之中,社会生活的许多基本方面均呈现出日益数学化的趋势,尤其是电子计算机的迅速发展,更加快了各个学科运用数学的进程。所以,对于各个专业的学生,都如同爱因斯坦所说的那样:“想象力比知识更重要,因为知识是有限的,而想象力概括着世界的一切,推动着进步,并且是知识的源泉。”经验与事实均表明,为了培养学生的想象力与创造能力,开设建模课程是一条重要的途径。

为了给理工科以外的各专业学生编出适用的建模教材,必须做到两点:(1)所选模型的内容必须具有常识性与实用性,对各专业通用;(2)学懂所选模型需要的数学知识应以高中毕业生具备的数学水平为准。因而本书在编写时主要是选择财经方面具有实用性与通用性的模型(在一般的数学模型教材中,经济模型也占一半左右或一半以上)。凡是具有高中数学水平的大中专学生,均可学懂本书中的绝大部分模型,因而可以用本书作为教材来开建模课程。

经济模型是认识复杂经济现象和过程内在规律性的有效工具,它使定性和定量分析结合起来,实现完善的模型化过程。经济模型的主要表达方式有:语言文字、几何图形和数学符号等。每种描述都具有各自的特色,如:语言文字的分析比较细腻;几何图形

的描述比较简明清楚;而数学符号的分析表达则较为严谨。作为经济活动分析的工具,它们建立的信息模型本质上讲是没有什么区别的,只是对信息的描述和处理采用了不同的形式和过程。如:文字经济模型的假设和结构使用了语言文字,推理过程使用了文字逻辑;而数学经济模型采用数学方程进行描述,应用数学定理实现推理过程。本书中这两类模型都选到了,但是以后者为主。

本书共分 15 章,所包含的经济建模的内容与方法比较广泛。考虑到建模与计算的需要,第 15 章还对美国 Wolfram 公司开发的一个功能强大的 Mathematica 数学软件的使用做了介绍。对于财经类专业以外的其他专业的大学生来说,学习本书不仅能提高解决实际问题的能力,而且能熟悉和掌握财经方面的基本常识,并能掌握功能强大的计算机数学软件(学习中需上机实际操作)。

开设本课程的时间为一个学期,每周 4 学时(也可适当减少)。本书每章最后附有习题,并且在全书的最后附有习题的答案或提示(思考题的答案皆略去)。在授课时书中的模型可有选择地进行讲解,其前后顺序也可作适当变更。

本书编者的工作单位及每个人所参加编写的章节为:

高建国,河南大学财政金融系,第 1、2、3(3.1)、6(6.2)、7(7.3)、9(9.2)、11、12(12.1)章;

牛存义,中国人民解放军电子技术学院,第 14 章;

陈志国,河南大学计算机科学系,第 15 章;

李光亚,河南大学财政金融系,第 3(3.2)、4(4.1,4.2)、6(6.3)、9(9.1)、13 章;

李治国,河南大学财政金融系,第 3(3.3)、6(6.1)、10(10.2)章;

安学平,河南大学财政金融系,第 5(5.1)、8、9(9.3)章;

田进军,开封职工大学,第 4(4.3,4.4)、5(5.2)、7(7.4,7.5)、10(10.1)、12(12.2,12.3)章;

任建敏,河南省工商行政管理学校,第4(4.5,4.6)、5(5.3)、7(7.1,7.2)、10(10.3)、12(12.4,附录)章。

本书为河南省教育委员会同意出版的高等学校教材(河南省教育委员会教高一字便函第209号)。本书在编写初期,曾与清华大学的姜启源教授进行过多次探讨,姜教授提出了不少很好的建议,特在此表示衷心的感谢。

在本书的出版过程中,王慧等同志给予了很多具体帮助,做了大量的工作,在此谨致谢意。

作为经济数学模型方面的教材,本书的编写尚属于首次尝试,加之作者水平有限,书中难免有诸多不妥与错误之处,恳请读者批评指正。

高建国

1996.4.18

目 录

第1章 经济建模概述	(1)
1.1 现实世界与经济数学模型	(1)
1.2 经济建模示例一 铺瓷砖问题	(4)
1.3 经济建模示例二 仓库划分问题	(6)
1.4 经济建模示例三 市场平衡问题	(7)
1.5 经济数学模型的特点与模型的建立	(11)
1.6 经济数学模型的应用	(19)
1.7 经济数学模型的分类	(23)
习题1	(27)
第2章 线性规划问题的数学模型	(29)
2.1 线性规划问题的建模	(29)
2.2 线性规划问题的标准形式	(34)
2.3 几个例子	(36)
习题2	(43)
第3章 成本效益与盈亏平衡分析模型	(46)
3.1 成本效益分析的基本方法	(46)
3.2 资金时间价值的计算	(48)
3.3 盈亏平衡分析模型	(56)
习题3	(63)
第4章 决策模型与方法	(65)
4.1 决策的分类	(65)
4.2 决策的过程及原则	(66)
4.3 决策模型	(67)
4.4 风险型决策方法	(69)
4.5 不确定型决策方法	(74)
4.6 决策树法	(79)
习题4	(83)

第 5 章 证券投资模型	(87)
5.1 证券投资报酬与风险的度量	(87)
5.2 指数模型	(93)
5.3 股票组合最优化模型	(100)
习题 5	(101)
第 6 章 企业价值模型	(102)
6.1 关于企业的一些基本假定	(102)
6.2 企业价值模型	(103)
6.3 最优债务比选择的数值例子	(107)
习题 6	(109)
第 7 章 投入产出模型	(110)
7.1 投入产出表的基本结构和原理	(110)
7.2 投入产出模型与线性规划	(117)
7.3 劳动就业的投入产出模型	(121)
7.4 人口结构的投入产出模型	(122)
7.5 环境污染的投入产出模型	(127)
习题 7	(129)
第 8 章 库存决策模型	(131)
8.1 库存决策的基本概念	(131)
8.2 确定性库存模型	(134)
8.3 随机性库存模型	(143)
习题 8	(153)
第 9 章 人口预测模型	(155)
9.1 人口预测的作用与意义	(155)
9.2 人口预测的直接推算法	(157)
9.3 分要素人口预测法	(160)
习题 9	(162)
第 10 章 生长曲线模型	(163)
10.1 皮尔曲线模型	(163)
10.2 戈珀兹曲线模型的基本内容	(167)

10.3 戈珀兹曲线模型的应用实例	(170)
习题 10	(173)
第 11 章 非线性规划与目标规划模型	(174)
11.1 非线性规划问题的数学模型	(174)
11.2 目标规划的数学模型	(177)
11.3 动态规划举例	(180)
习题 11	(185)
第 12 章 环境保护模型	(186)
12.1 环境中元素与环境污染关系的描述	(187)
12.2 空气污染模拟技术	(189)
12.3 未来城市的设想	(191)
12.4 噪声干扰的度量	(193)
附录 关于逆温层的说明	(194)
习题 12	(194)
第 13 章 网络图模型	(196)
13.1 网络图的绘制	(197)
13.2 网络时间与关键路线	(202)
13.3 网络的优化	(210)
习题 13	(212)
第 14 章 系统动力学模型	(214)
14.1 系统动力学概述	(214)
14.2 系统动力学建模原则和步骤	(219)
14.3 系统的因果关系及反馈环	(222)
14.4 系统动力学流程图	(227)
14.5 DYNAMO 语言简介	(231)
14.6 系统动力学模型实例	(253)
习题 14	(265)
第 15 章 Mathematica 数学软件使用入门	(267)
15.1 引言	(267)
15.2 基础知识	(273)

15.3 符号演算和数值计算	(294)
15.4 图形	(306)
15.5 数据处理	(318)
习题 15	(325)
习题答案	(329)
参考文献	(342)

第1章 经济建模概述

经济学主要是研究如何有效地利用各种可供选择的有限资源,以最大限度地满足人类现在和将来的无限欲望和需求.而经济管理的现代化和科学化,则主要是解决管理决策的优化问题,即力图使宏观或微观的决策达到最合理或最满意的程度,以满足用最少的代价取得最大效益的经济效率原则.

现代经济制度不论是市场经济、计划经济,或是二者的混合,都涉及经济管理的科学化.所谓“科学化”,就是按客观规律办事.实现决策科学化的困难在于如何从错综复杂的社会经济现象中,去剖析各种经济活动的客观规律.只有认识了规律,才能按规律办事,驾驭规律,从而能动地使客观世界最大限度地满足人类的欲望.

为此,需要借助于诸多学科领域的成就,除了经济方面的有关学科外,还要依赖于预测科学、决策科学、管理科学、系统工程和行为科学等等,通过对现实对象信息的分析、归纳建立数学模型,再利用对数学模型的求解来解释和指导现实.可见,经济建模是人类经济实践中的一个必不可少的重要环节.

1.1 现实世界与经济数学模型

在现实世界中,当人们进行研究或从事生产、管理的时候,常常需要借助于一个所谓的模型.例如铁路图、地质图和植物收集品等都是模型,它们分别模拟一部分地球表面的不同侧面.

什么是模型呢?模型是指为了某个特定的目的将现实世界对

象的某一部分信息简缩、提炼后而构造出来的替代物。模型所替代的那个现实世界中的对象则称为原型。

模型不是原型原封不动的复制品，原型有各方面和各种层次的特征，而模型只要求反映与某种目的有关的那些方面和层次。譬如航空展览中的飞机模型外形很逼真，但不一定会飞。而参加航模竞赛的飞机模型则飞行性能良好，其外观却不必苛求。至于在飞机设计、试制过程用到的模型，在一些方面的要求则更高。

根据用模型替代原型的方式来分类，模型可以分为物质模型（形象模型）和理想模型（抽象模型）。前者包括直观模型、物理模型等，后者包括思维模型、符号模型和数学模型等。

直观模型是指那些供展览用的实物模型，以及玩具、照片等，通常是把原型的尺寸按比例缩小或放大。因其外观上很逼真，所以这类模型的效果是一目了然的。

物理模型主要指科技工作者为一定目的根据相似原理构造的模型，如波浪水箱中的舰艇模型、风洞中的飞机模型等。

思维模型是指通过人们对原型的反复认识，将获取的知识以经验形式直接贮存于人脑中，从而可以根据思维或直觉做出相应的决策。如医生的诊病、汽车司机对方向盘的操纵，大体上是靠这类模型进行的。通常说的某些领导者凭经验作决策也是如此。思维模型便于接受，也可以在一定条件下获得满意的结果，但它往往带有模糊性、片面性、主观性和偶然性等缺点，难以对它的假设条件进行检验，并且不便于人们的相互沟通。

符号模型是在一些约定或假设下借助于专门的符号、线条等，按一定形式组合起来，对原型进行描述的符号结构。如地图、电路图、化学结构式等，具有简明、方便、目的性强及非量化等特点。

数学模型是人们对于现实世界的一个特定对象，为了一个特定目的，根据特有的内在规律，做出一些必要的简化假设，运用适当的数学工具，所得到的一个数学结构。

与数学模型有密切关系的数学模拟,主要指运用数字式计算机的计算机模拟。

通常用建立数学模型的方法来解决实际问题的过程可分为表述、求解、解释和验证几个阶段,并通过这些阶段完成从现实对象到数学模型,再从数学模型回到现实对象的循环。

表述是指根据建模的目的和掌握的信息(如数据、现象),将实际问题翻译成数学问题,用数学语言确切地表述出来。

求解即选择适当的数学方法求得数学模型的解答。

解释是指把数学语言表述的解答翻译回现实对象,给出实际问题的解答。

验证是指用现实对象的信息检验得到的解答,以确认结果的正确性。

随着现代化生产实践和科学技术的不断发展,数学模型显得越来越重要,其应用之广涉及各个科学领域,在经济学中就更是如此。

应用于经济研究、经济分析的数学模型,称为经济数学模型。经济数学模型,有时也简称为经济模型。它作为一种认识和改造客观世界的工具,同其他各种数学模型一样,也是为了集中地再现复杂的客观对象,以利于更好地探求客观对象内部的规律性。

一般地说,经济数学模型是对客观经济数量关系的简化反映。它是经济分析中科学抽象和高度综合的一种重要形式,是经济理论和经济现实的中间环节。经济数学模型是经济现实的仿制品或复制品,它在经济理论的指导下对经济现实进行简化,但在主要的本质方面又近似地反映经济现实。所以,经济数学模型是经济现象和经济过程中客观存在的量的依从关系的数学描述,它能用来加工经济信息和求解、选取可行方案。

由上可知,经济数学模型就是以经济理论假设为前提,用数学形式对客观经济过程的本质联系进行简化反映的一种经济研究和

管理的工具。

经济学应用数学方法对经济数据进行统计分析处理,使经济学研究定量化、科学化和模型化,这是经济学自身发展的必然要求。但是,这绝不意味着忽视经济原则,重视质的研究才能保证在揭示社会经济现象质的规律性的基础上进行量的规律性认识的深化。

建立经济数学模型的方法(即经济建模的方法)是一种科学的方法,它能把国民经济中各种错综复杂的数量联系,在一定的模型内协调一致后进行平衡分析和优化研究,并使国民经济管理中应用计算机成为可能。各种经济管理模型的建立和应用,是推动国民经济管理方法和手段实现现代化、科学化的重要因素,并将引起管理思想、管理系统和管理人员朝着现代化的方向变革。

随着数学方法的发展,使数学在经济研究中的论证和分析能力也产生了新的进展。计算机技术使过去用数学分析方法不能求解的实际问题,在许多方面变得轻而易举,解决了数值求解的可能性。数学描述、分析计算功能的发展,使数学成为科学的“语言”。它不仅用于记录和加工客观过程,而且已成为描述理论和经验、概念的一般科学思维方法而进入各个领域。数学方法和各学科的结合,推动了各学科的发展。更重要的是,利用计算机进行模型研究成为辅助经济现象研究的重要手段,使得过去不能进行实验研究的经济学在计算机上找到了“实验基地”,提供了经济科学进行实验研究的现实条件。

限于篇幅等方面的原因,后面我们所选编的模型力求短小精悍,易懂易用,凡是较为繁杂冗长的模型则均未选入。

1.2 经济建模示例一 铺瓷砖问题

形状如图 1-1 所示的一块地面想用 40 块方形瓷砖进行铺设,

但当时商店只有长方形瓷砖,其大小等于方形瓷砖的2块.一人买了20块长方形瓷砖,试着铺地面,结果弄来弄去始终无法完整铺好.

首要的问题是用20块长方形瓷砖恰好铺成如图1-1所示的地面的可能性是否存在?只有可能性存在才谈得上用什么方法铺设的问题.

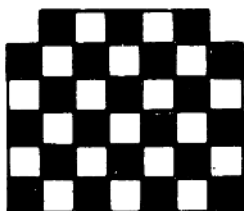


图 1-1

为此,在图1-1上黑白相间地染色,每块的大小与方形瓷砖的大小相同.然后仔细观察,发现共有19个白格和21个黑格.1块长方形瓷砖可盖住一黑一白2格,所以无论用什么方式,在铺上19块长方形瓷砖后,总要剩下2个黑格没有铺.而1块长方形瓷砖是无法盖住2个黑格的,唯一的办法是把最后一块长方形瓷砖切为2块.

解决铺瓷砖问题中所用的方法在数学上称为“奇偶校验”,亦即如果两个数都是奇数或偶数,则称它们具有相同的奇偶性;如果一个数是奇数而另一个数是偶数,则称它们具有相反的奇偶性.在组合几何中经常会遇到类似的问题.

在铺瓷砖问题中,同色的2个格子具有相同的奇偶性,异色的2个格子具有相反的奇偶性.长方形瓷砖显然只能覆盖具有相反奇偶性的一对方格.因而当把19块长方形瓷砖在地面上铺好后,只有在剩下的2个方格的奇偶性相反时,才有可能把最后一块长方形瓷砖铺上.但因剩下的2个方格的奇偶性相同,所以无法铺上最后一块长方形瓷砖.这就从理论上证明了用20块长方形瓷砖铺好如图1-1所示的地面是不可能的,任何改变铺设方式的努力都是徒劳的.

数学中许多著名的不可能性的证明都要用到奇偶校验. 例如欧几里德利用整数的奇偶性, 证明了著名的结论: $\sqrt{2}$ 是无理数 (读者不妨用反证法试证一下).

奇偶校验在粒子物理学中也有很重要的作用. 1957 年美籍华人杨振宁和李政道推翻著名的“宇称守恒定律”, 以其卓越的成就而获得诺贝尔奖金, 其中就用到了奇偶校验方法.

由上可知, 奇偶校验方法巧妙而简单, 极富创造力. 在经济管理等方面需要估计某些事情不可能成立时, 可考虑使用奇偶性这一方法来论证.

1.3 经济建模示例二 仓库划分问题

某商店销售几种化学药品 $H_1, H_2, \dots, H_n$, 其中某些化学药品是不相容的, 彼此接触就要发生危险. 为了安全, 商店必须把仓库划分为若干格, 把不相容的药品放在不同的格中. 若既要考虑经济效益, 又要考虑安全, 那么最少应将仓库划分为多少格呢?

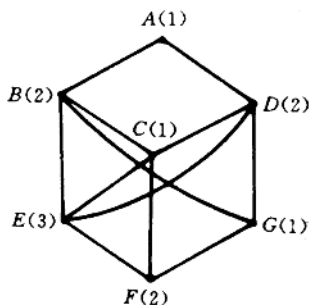


图 1-2

为使问题简单起见, 考虑仅有 7 种化学药品的情况, 并用 A, B, C, D, E, F, G 分别代表 7 种药品, 把它们作为顶点来构造一个图. 在图中当且仅当两种药品不相容时就在两个顶点间连一条线. 设所得图形如图 1-2 所示.

下面在图 1-2 的顶点上染色, 要求凡有一条线连接的两个顶点都必须具有不同的颜色, 用以表示这两种药品不相容, 必须存放在不同的格中. 所以将仓库划分为格的最少数目, 就等于将这个图

的顶点上色所需颜色的最少数目,称为图的色数.上图的色数为3,因为用(1)、(2)、(3)色已经把它染好.但用两种颜色肯定不能染好,因为图中含有一个三角形,所以将仓库分为三格,把具有相同颜色的顶点所代表的药品存入同一格中,就能保证安全.

求一个图的色数是图论中的一个重要问题,有极其广泛的应用.对一个图上色,多用些颜色总是可以按要求把它上好的,譬如 n 个顶点用 n 种颜色.但对一般问题需要求出“最少”的色数,而这是很困难的.染色问题简单、巧妙、实用,是图论研究中的一个重要问题,有兴趣的读者可参阅图论方面的书籍.

1.4 经济建模示例三 市场平衡问题

市场供求关系是非常复杂的问题,我们假定市场受自由竞争的供求关系所调节来讨论市场平衡问题.为此,首先建立需求函数与供给函数,并绘出它们的图象.

需求指在一定价格条件下,消费者愿意购买并且有支付能力购买的商品量.

消费者对某种商品的需求是由多种因素决定的,商品的价格是影响需求的一个主要因素,但还有许多其他因素,如消费者收入的增减、其他代用品的价格等都会影响需求.我们现在不考虑价格以外的其他因素(把其他因素对需求的影响看作是不变的),只研究需求与价格的关系.

设 P 表示商品价格, Q 表示需求量,那么

$$Q=f(P) \quad (P \text{ 为自变量}, Q \text{ 为因变量})$$

称为需求函数.

一般来说,商品价格低,需求量就大;商品价格高,需求量就小.因此需求函数 $Q=f(P)$ 通常都是单调减少函数.

用 D 表示需求曲线,如图1-3所示.