

SMP

英国中学数学教科书



三册

英国中学数学教科书

S M P

E 册

上海师范大学数学系翻译组译

上海教育出版社

The School Mathematics Project

Book E

Cambridge University Press

英国中学数学教科书

S M P

E 册

上海师范大学数学系翻译组译

(原上海人民版)

上海教育出版社出版

(上海永福路123号)

新华书店上海发行所发行 上海市印刷六厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 5.625 字数 116,000

1975年7月第1版 1978年4月新1版 1978年4月第1次印刷

统一书号: 7150·1812 定价: 0.34元

内部发行

序

这套教科书共八册，本书是第五册。全书是为适合于一种革新数学教学大纲的 C. S. E. 考试所需的内容而编写的。

这一套书取材于 SMP 普通水平的一套书中第一册到第四册的内容。这个主要学校的一套书和普通学校一套书之间的差别，已在 A 册的序言中详加说明，正如这两套 SMP 教科书和传统教科书之间的差别，也在那里详加说明一样。

学生间的互相合作是很重要的。这一册的序曲提供了一个很好的机会，使学生能分成小组学习。和以前几册相同，E 册的序曲主要是一些实际的内容。大部分讲填满空间的问题，小部分讲三维空间的绘图。序曲本身就是很有趣的，同时还为以后学习体积一章打下良好的基础。

在第一章中，给出了毕达哥拉斯定理（其实用“法则”两字比用“定理”好）。对毕达哥拉斯法不加以严格证明，但给出了几个实际的演示。知道了以直角三角形斜边为边长的正方形面积，求斜边之长的的问题，成为第五章“平方根”的引子。和直角三角形那章一样，平方根一章有着重实用的趋向，而数字计算则相当简单。

在 C 册中，学生已学会如何制作和使用最简单的计算尺。在本册中将学会如何用对数图纸做计算尺。在这里，强调了在使用计算尺计算之前，先估计一下答数的重要性。到这一章的结尾，学生将学会求平方根的简易方法。

教师们一定注意到，这一套教科书到此还没有专门讲集合的一章。在 A 册中，因为某些需要，曾引出了集合的一些

符号。以后，集合的符号也经常用到。在 E 册中，将用穿孔卡片来启发学生注意集合的并和交的问题。

在 C 册中，学生曾用矩阵来描述网络，在本册中他们将学到矩阵的加法、减法和乘法。以后在 F 册中，还要学到如何将矩阵应用于关系、变换和进一步的网络问题上。本册在讲许莱格尔图时，还提到了网络的内容。

E 册中有两章讲一个新课题——概率。学生将会对它特别感兴趣。在他们将来的日常生活中，概率可能会有很大的用处。前一章从实验引进概率的概念，后一章则从理论上加以探讨。本课程以后对概率还有进一步的讨论。

本册开始讲述方程的代数解法和圆。这里只讲 $ax+b=c$ 和 $a(x+b)=c$ 一类方程，并用流向图来表示怎样求解。在圆的一章中，用实验方法来求圆周和直径、面积和半径之间的近似关系式。 π 将在 G 册中引出。本册引入三角学的初步内容，这些内容是根据坐标系中的放大变换而提出的。（下略）

目 录

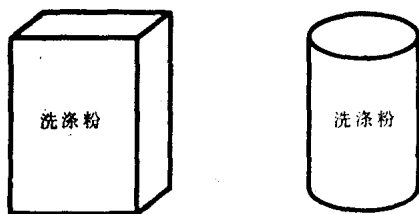
序	i
序曲	1
填满空间, 1; 用多面体填满空间, 3; 画立体图形, 8; 不正确的画法, 11	
1. 直角三角形	12
3, 4, 5 三角形, 12; 其它三角形, 12; 毕达哥拉斯, 13; 做模型, 19	
2. 集合	23
穿孔卡片, 23; 应用图解, 25; 点的集合和数的集合, 29	
3. 矩阵	33
存储信息, 33; 矩阵加法, 36; 行矩阵与列矩阵的乘 法, 39; 矩阵的乘法, 42	
4. 实验	50
实验, 50; 检查结果, 52	
插曲	56
图表要选用适当, 56	
复习题	60
矩阵的练习(续), 64	
5. 平方根	69
平方根的计算, 69; 用作图法求平方根, 74	
6. 解方程	78

求一个数, 78; 解方程, 79	
7. 概率	84
什么是概率, 84; 可能性相等的结果, 87; 理论和实验, 94	
8. 计算尺	99
计算尺的制造和用法, 99; 粗略估计, 101; 延长计算尺, 102; 精确度, 104; 双尺的用法, 107; 计算尺和分数, 109	
插曲	112
纸张的尺寸, 112	
复习题	115
9. 体积	119
关于面积的复习, 119; 体积单位, 120; 长方体体积, 120; 棱柱的体积, 124; 讨论, 129	
10. 放大	131
比例图, 131; 放大, 133; 用表, 135	
11. 圆	141
圆的含义, 141; 专门名词, 143; 度量圆周, 144; 圆面积, 148	
12. 网络和多面体	155
思考题	161
复习题	164

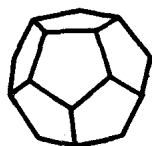
序 曲

1. 填满空间

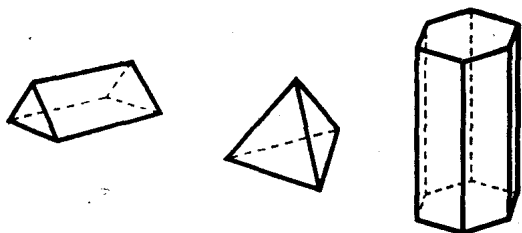
假如你在一个生产洗涤粉的工厂里工作，要你设计一个包装洗涤粉的盒子。你可以采用下图所示的长方体形状的房子，或者圆听形状的房子。



但可能以采用长方体形状的房子为好。用十二面体的行吗？



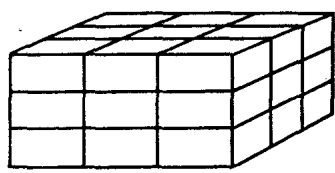
到一家较大的商店或百货商场去逛一下，看看各种盒子的形状。你将看到许多盒子都是方盒（长方体）和圆听（圆柱）。试找出一些特殊形状的包装盒子，比如象下列各种形状：



你看到过形状是正十二面体的包装盒子吗？为什么人们不采用这种形状的盒子？

不用正十二面体盒子的原因之一，是十二面体不能很好地“填满空间”；就是说，如果把这种盒子放在一起，盒子之间会有空隙存在（当然还有其它原因）。

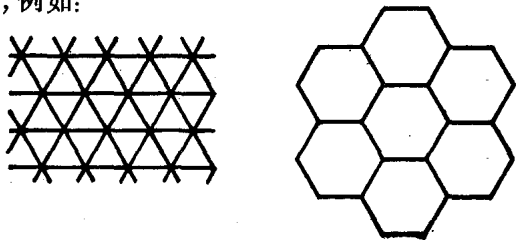
长方体是可以填满空间的。



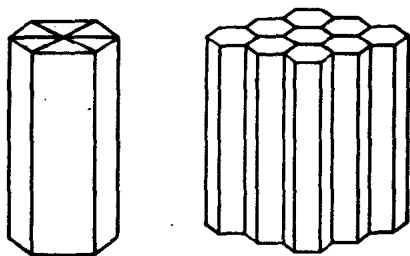
圆柱体装箱时也有空隙，但可以装得很紧。



以前，你们曾经看到，许多平面图形是可以填满平面的（镶嵌图），例如：



从这些镶嵌图中你可以看到，三棱柱和六棱柱能够填满空间。



试用三棱柱和六棱柱分别作两个空间镶嵌图，用自己做的棱柱或用商店中的包装盒子都可以。（也可用六棱柱形状的铅笔。）

如果铅笔的端面是五边形，那末把许多支铅笔放在一起，铅笔之间有没有空隙？

圆柱体不能填满空间，那么为什么包装形式常采用圆柱形？

你现在可以设计一种包装洗涤粉的盒子，并说明你采用这种形状的理由。

2. 用多面体填满空间

能填满空间的立体图形并不多，但制作这些立体图形的模型是很有趣的。

在下面大多数的讨论中，学生们最好分成小组进行讨论。

讨论 1. 棱柱

我们已经讨论过三棱柱和六棱柱。容易想象，端面为正方形的棱柱也能够填满空间。先作出展开图，然后做一些端面为正方形的棱柱。

端面为正多边形的棱柱中,只有刚才提到的三种棱柱,是能够填满空间的。

你可能还记得,所有三角形和所有四边形(不管它们是不是正多边形),都能用来作镶嵌图(见图1)。因此,端面为这些形状的棱柱,是能够填满空间的。

试收集一些盒子,例如装茶叶的空盒子,用这些盒子来说明,端面是矩形的棱柱怎样才能填满空间。

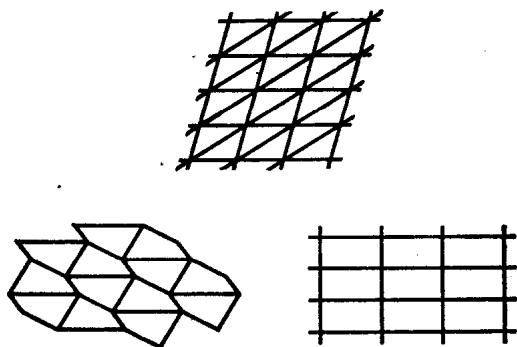


图 1

图2表示一个端面为四边形的棱柱的展开图。试作出一个端面为三角形的棱柱的展开图。

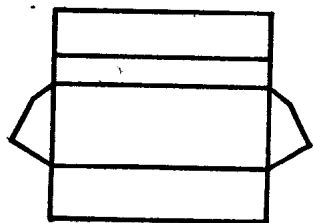


图 2

讨论 2. 立方体

立方体是端面为正方形的棱柱的特例。显然，立方体可以填满空间。试做一些立方体模型供以后使用。

做 20 个相同的立方体，把它们放在一起，可以看出它们能够填满空间。把这些立方体保存好，我们在讨论 7 中还要用到它们。

讨论 3

做 20 个大小相同的正四面体的模型。

试把它们放在一起以填满空间。

牛奶可以盛在四面体的盒子中，为何用这样的盒子盛牛奶？如何做成这样的盒子？这样的盒子如果要装箱，它们之间有空隙吗？箱子应是什么形状的？

讨论 4

做 10 个正八面体。（它们的棱长要与讨论 3 中的四面体棱长相等。）试把它们填满空间。

讨论 5

你一定已经知道，单用四面体或八面体都不能填满空间。现在合用这两种立体图形，看它们是否可以填满空间。

讨论 6

研究别的正多面体，如正十二面体和正二十面体。单用其中一种正多面体能否填满空间？两种正多面体合用时能否填满空间？

讨论 7

用下面的方法可以做出一种有趣的立体图形，这种立体图形可以填满空间。

图 3 表示一个立方体可以分成 6 个底面是正方形的棱锥，图 4 是其中一个棱锥的展开图。

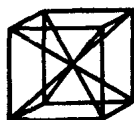


图 3

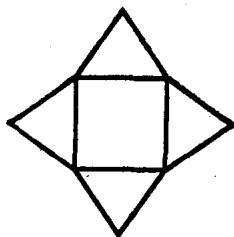


图 4

做六个这样的棱锥，把它们的正方形底面按图 5 的样子粘贴在一起。你应该看到，把六个这样的棱锥折迭起来，正好是一个立方体。

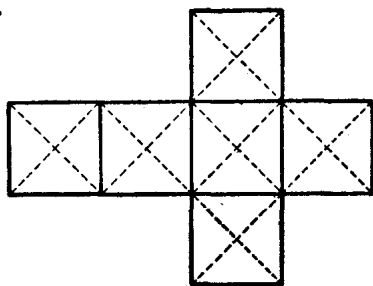


图 5

现在不把六个棱锥朝里折迭，而把它们沿另一个立方体朝外折迭。你将得到一个如图 6 所示的立体图形。

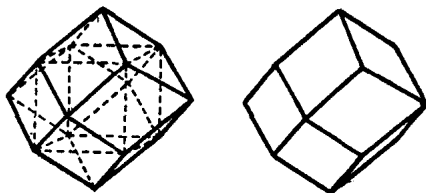


图 6

这样的立体图形叫做十二菱形面体，因为它有 12 个菱形的面。

十二菱形面体可以填满空间。为了能看出这一点，你可以把讨论 2 中那些立方体粘在一起，并且想象一下，如果一个隔一个地把立方体剖分成 6 个棱锥，并把这些棱锥看作是粘贴在旁边的立方体上。那末，得到的就是一组十二菱形面体，它们确能填满空间。

通过制作一组十二菱形面体，看看它们是否可以填满空间。你可用十二菱形面体的展开图(见图 7)来进行制作。各角的大小是 $72\frac{1}{2}^\circ$ 或 $109\frac{1}{2}^\circ$ (近似地)，而棱长最好取 5 厘米左右。

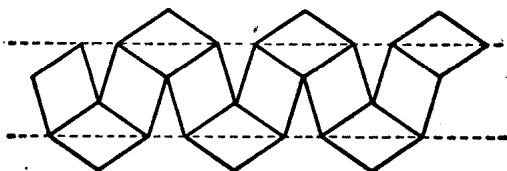


图 7

讨论 8

另一种可以填满空间的立体图形叫做截角八面体。它是由正八面体截去八个角而构成的多面体。这样的多面体有 8 个六边形的面和 6 个正方形的面。图 8 表示 6 个这样的多面体迭在一起。图 9 是截角八面体的展开图。

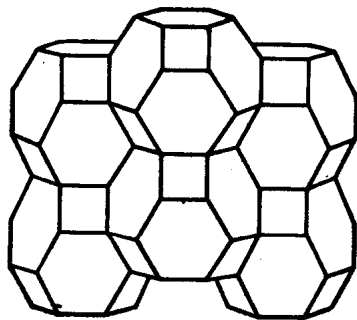


图 8

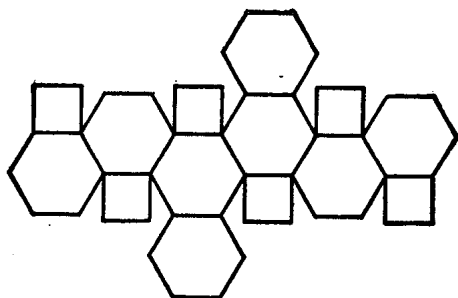


图 9

3. 画立体图形

你们已经做过一些立体模型。现在要把其中一些立体图形画在平面上。

(a) 画一张立方体的图，给你旁边的同学看看。看他是否能认出这是一个立方体。如果认不出，你再重画一个。

做立体最好是用麦管和烟斗通条来做。把它放在你的面前，使得它看上去象你所画的图形。你对自己所画的图形感到满意吗？

(b) 画一张粉笔盒子的图形。

许多人认为画一个三维空间中的物体图形是不容易的。你觉得怎样？我们现在来看两种工程画的画法。

3.1 斜画法

图 10 表示一个立方体的斜画法。“斜”字的意思是指什么？

立方体的边长都相等，但在图上，各边的长度是否都相等？

立方体的各面都是正方形，但在平面图上，各个面是否都表现为正方形？

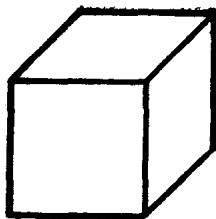


图 10

立方体的角都是直角,但在平面图上是否都表现为直角?

图 11 表示一个立方体的斜画法. 先画两个正方形,然后把对应的顶点联接起来.

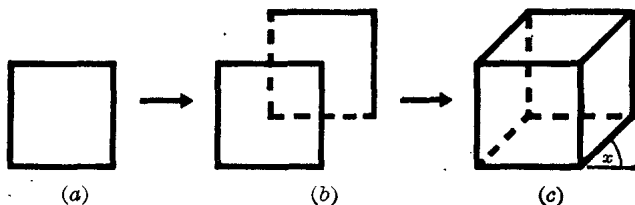


图 11

在图 11(c) 中, 隐藏在后面的边用虚线画出. 但在图 10 中隐藏在后面的边完全没有画出. 这两个图中哪一个图显得合理?

照下面的要求, 画出立方体的一些图形:

(i) 把斜边画成不同长度, 看用什么样的长度画出的效果最好?

(ii) 把水平线和斜边所夹的角 α 画成不同大小. 看用怎样大小的角画出的效果最好?

现在来画 (i) 一块砖, (ii) 一张四脚长桌的图形.

你觉得现在画的图, 比未学过第 3 节以前画的更好些吗?

3.2 等长度画法

你们以前曾用斜格纸做过多面体的模型和镶嵌图。在图 12 中你能看出一个立方体的图形吗？

把一个立方体的模型放在你的面前，并使它看上去就象图 12 中的那个立方体图形一样。

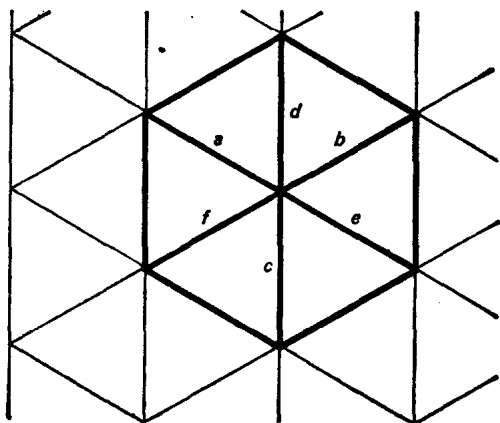


图 12

把图 12 用铅笔轻轻地画在斜格纸上。

把 a, b, c 各边用粗线画出，使它们看起来好像是凸出的并离你较近。把 d, e, f 三边用虚线画出，使它们看上去好象隐藏在后面。哪一角看上去离你最近？哪一角离你最远？

反过来，把 a, b, c 三边用虚线画出，而把 d, e, f 三边用粗线画出。这样画出的图形，看上去和前面的那一个图形有什么不同？

注意，在图上立方体的边长都是相等的，所以这种画法叫做等长度画法。