面向21世纪

高等职业技术教育电子电工类系列教材

数字电子技术

主编　孙津平

西安电子科技大学出版社

西电出版社

http://www.xduph.com

762

面向21世纪

高等职业技术教育电子电工类系列教材

数字电子技术

主编　孙津平
参编　王　欣　王曙霞　贺利萍

西安电子科技大学出版社
2002

内 容 简 介

本书是根据教育部颁发的《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》而编写的。与之配套使用的有孙津平主编的《数字电子技术练习软件 1.0》和《数字电子技术测试软件 2.0》(光盘)。

在内容的安排上，全书以学生的“技术应用能力的培养”为主线，以应用为目的，以“必需”和“够用”为度，以讲清概念、强化应用为重点，深入浅出地阐述了数字集成电路的基本工作原理和逻辑功能，突出了中规模集成电路的应用。

全书共分八章：数字电路基础，集成门电路，组合逻辑电路，触发器，时序逻辑电路，存储器和可编程逻辑器件，脉冲产生与变换电路，数/模和模/数转换。每章有练习题，每节有思考题，可供读者练习和思考。书末附有各章习题参考答案。

本书突出了数字电子技术的应用性、实践性，强化了实际应用能力的培养。

本书内容覆盖面广，安排灵活，可作为高等职业教育电子技术类、通信技术类、计算机应用、自动控制、工业电气化等专业的教材，也可作为自学考试或从事电子技术工程人员学习用书。

图书在版编目(CIP)数据

数字电子技术/孙津平主编.

—西安：西安电子科技大学出版社，2002.4

面向21世纪高等职业技术教育电子电工类系列教材

ISBN 7-5606-1120-6

Ⅰ.数… Ⅱ.孙… Ⅲ.数字集成电路—高等学校：技术学校—教材 Ⅳ.TN431.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 016520 号

责任编辑 马乐惠 李纪澄

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电　　话 (029)8227828　　邮　编 710071

http://www.xduph.com　　E-mail：xdupfxb@pub.xaonline.com

经　　销 新华书店

印　　刷 陕西光大印务有限责任公司

版　　次 2002年4月第1版 2002年8月第2次印刷

开　　本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 10.5

字　　数 243千字

印　　数 4 001～8 000册

定　　价 12.00元

ISBN 7-5606-1120-6/TN·0200(课)

XDUP 1391001－2

前　　言

本书是以教育部颁发的《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》为依据，结合电子信息类及相关专业教学大纲的要求，以及多年从事电子技术教学实践的体会，参考国内外数字逻辑及计算机应用方面的教材编写而成，并在陕西省职业技术教育委员会领导下，经陕西省职业技术教育委员会审定后出版的。本书可作为高等职业技术电子信息类、通信技术类、计算机应用、自动控制及工业电气化等专业的教材，也可作为自学考试或从事电子技术工程人员学习用书。

本书每一章都配有典型实用例题，以使读者易于理解和掌握有关理论及分析、设计方法。所提供的习题用于帮助读者加深理解和巩固所讨论的理论和方法。为了强化学习内容，本书还提供了适用于练习的《数字电子技术练习软件 1.0》(光盘)，适用于测验及考试的《数字电子技术测试软件 2.0》(光盘)。

随着数字电子技术的发展，新器件、新知识、新工艺在数字电子技术方面得到广泛的应用，结合职业教育的特点，教材编写力求面向发展，更新教学观念和内容，在保证基本概念、基本原理和基本分析及设计方法的前提下，简化集成电路的内容、结构和工作原理的讲述，减少小规模集成电路的内容，尽可能多地介绍新型中大规模集成电路及其应用。本书以能力培养为主线，以应用为目的，突出思路与方法的阐述，强调文字简洁流畅，通俗易懂。

根据不同专业教学的安排，特别是针对专业学校在学习数字电子技术时已经学习了有关计算机应用的基础知识的现实情况，我们把有关数制与代码的内容编入本书的附录 A、B。同时，为了让读者更好地了解逻辑器件功能，把常用数字集成电路一览表作为附录 C，以便于根据教学计划选择学习和查阅。

全书共分八章。第 1、3 章由王曙霞编写，第 2、8 章由贺利萍编写，第 5、7 章由王欣编写，第 4、6 章由孙津平编写。由孙津平负责全书的最后修改和统稿工作。

本书的参考学时数为 80 学时。

本书承蒙江晓安教授审阅，并提出了许多宝贵的修改意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免有错漏和欠妥之处，恳请读者在使用中提出批评和指正。

编　者

2000 年 1 月

目　　录

第1章 数字电路基础

电子电路所处理的电信号可以分为两大类：一类是在时间和数值上都是连续变化的信号，称为模拟信号，例如电流、电压等；另一类是在时间和数值上都是离散的信号，称为数字信号。传送和处理数字信号的电路，称为数字电路。

随着现代电子技术的发展，每天人们要从周围环境获取大量的信息。在处理这些信息时，为了便于存储、分析和传输，常采用数字集成电路将模拟信号转换为数字信号。数字集成电路已广泛用于通信、计算机、自动控制以及家用电器等各个技术领域。

逻辑代数是按一定的逻辑规律进行运算的、反映逻辑变量运算规律的数学，是分析和设计数字逻辑电路的基本数学工具。它是英国数学家布尔于1849年提出的，因此也称布尔代数。

数字电路中使用的二进制、十六进制及不同进制的转换方法见附录A，BCD码的概念见附录B。

1.1 逻辑代数的基本运算

1.1.1 基本概念

在数字电路中，输入信号是“条件”，输出信号是“结果”，因此输入、输出之间存在一定的因果关系，称其为逻辑关系。它可以用逻辑表达式、图形和真值表来描述。

逻辑代数中的逻辑变量与普通代数的变量有一个共同的特点：都是用字母A，B，C，…，X，Y，Z等来表示；但也有明显的不同点：逻辑代数中的变量取值只有0和1，而这里的0和1并不表示具体的数值大小，而是表示两种相互对立的逻辑状态。例如，电灯的亮和灭、电动机的旋转与停止，把这种描述相互对立的逻辑关系且仅有两个取值的变量称为逻辑变量。

1.1.2 三种基本运算

逻辑代数有三种基本运算：“与”运算、“或”运算和“非”运算。

1. *与运算*

只有当决定事物结果的所有条件全部具备时，结果才会发生，这种逻辑关系称为与逻辑关系。与逻辑模型电路如图1.1所示，A、B是两个串联开关，Y是灯，用开关控制灯亮和灭的关系如表1.1所示。从表中可知，只有当两个开关全都接通时，灯才会亮。因此它们满足与逻辑关系。

如果用二值量中的 1 来表示灯亮和开关闭合，用 0 表示灯灭和开关断开，则可得到如表 1.2 所示的与逻辑真值表。

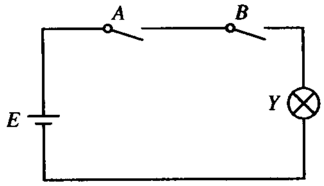


图 1.1　与逻辑电路图

表 1.1　与逻辑关系表

A	B	Y
断	断	灭
断	通	灭
通	断	灭
通	通	亮

表 1.2　与逻辑真值表

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

表 1.2 是将输入逻辑变量各种取值的组合和相应的函数值排列而成的真值表。它的输入部分有 $N=2^n$ 项组合。其中，n 是输入变量的个数。两个开关有 2^2 项组合；若是三个开关，则有 2^3 项组合。

与运算也称“逻辑乘”。与运算的逻辑表达式为：

$$Y = A \cdot B$$

或

$$Y = A\,B \text{（“·”号可省略）}$$

与逻辑的运算规律为：输入有 0 得 0，全 1 得 1。

与逻辑的逻辑符号如图 1.2 所示。

与逻辑的波形图如图 1.3 所示。该图直观地描述了任意时刻输入与输出之间的对应关系及变化的情况。

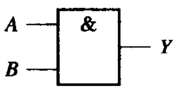


图 1.2　与逻辑符号

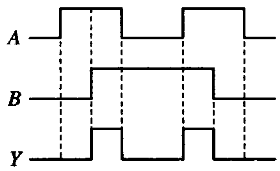


图 1.3　与逻辑波形图

2. *或运算*

当决定事物结果的几个条件中，只要有一个或一个以上条件得到满足，结果就会发生，这种逻辑关系称为或逻辑。或逻辑模型电路如图 1.4 所示。图中，A、B 是两个并联开关，Y 是灯。用开关控制灯亮和灭的关系如表 1.3 所示。从表中可知，只要两个开关有一个接通，灯就会亮，因此满足或逻辑关系。

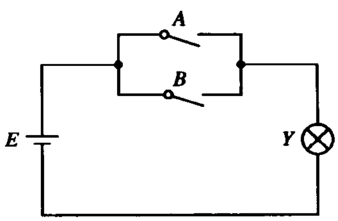


图 1.4　或逻辑电路图

如果用 1 来表示灯亮和开关闭合，用 0 表示灯灭和开关断开，则可得到或逻辑真值表如表 1.4 所示。

或运算也称“逻辑加”。或运算的逻辑表达式为：

$$Y = A + B$$

或逻辑运算的规律为：有 1 得 1，全 0 得 0。

或逻辑的逻辑符号如图 1.5 所示。

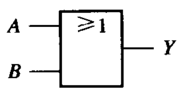


图 1.5　或逻辑符号

表 1.3　或逻辑关系表

A	B	Y
断	断	灭
断	通	亮
通	断	亮
通	通	亮

表 1.4　或逻辑真值表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3. 非运算

在事件中，结果总是和条件呈相反状态，这种逻辑关系称为非逻辑。非逻辑的模型电路如图 1.6 所示，A 是开关，Y 是灯，开关控制灯亮和灭的关系如表 1.5 所示。从表中可知，如果开关 A 闭合，灯就灭；开关 A 断开，灯就亮；因此其电路满足非逻辑关系。

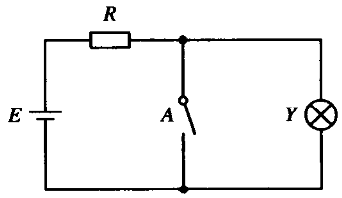


图 1.6　非逻辑电路图

如果用 1 来表示灯亮和开关闭合，用 0 表示灯灭和开关断开，则可得到非逻辑真值表如表 1.6 所示。

非运算也称“反运算”。非运算的逻辑表达式为

$$Y = \overline{A}$$

非逻辑运算的规律为：0 变 1，1 变 0 ，即“始终相反”。

非逻辑的逻辑符号如图 1.7 所示。

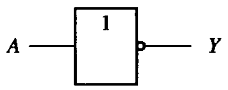


图 1.7　非逻辑符号

表 1.5　非逻辑的关系表

A	Y
断	亮
通	灭

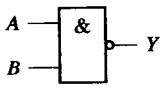
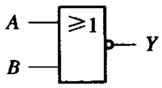
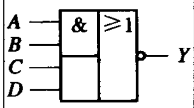
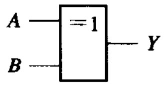
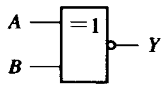
表 1.6　非逻辑的真值表

A	Y
0	1
1	0

1.1.3　常见的几种复合逻辑关系

与、或、非运算是逻辑代数中最基本的三种运算，任何复杂的逻辑关系都可以通过与、或、非组合而成。几种常见的复合逻辑关系的逻辑表达式、逻辑符号及逻辑真值表如表 1.7 所示。

表 1.7　常见的几种逻辑关系

逻辑名称	与非	或非	与或非	异或	同或
逻辑表达式	$Y=\overline{AB}$	$Y=\overline{A+B}$	$Y=\overline{AB+CD}$	$Y=A\oplus B$	$Y=A\odot B$
逻辑符号					
真值表	A B | Y 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0	A B | Y 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0	A B C D | Y 0 0 0 0 | 1 0 0 0 1 | 1 … … … … 1 1 1 1 | 0	A B | Y 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0	A B | Y 0 0 | 1 0 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | 1
逻辑运算规　律	有 0 得 1 全 1 得 0	有 1 得 0 全 0 得 1	与项为 1 结果为 0 其余输出全为 1	不同为 1 相同为 0	不同为 0 相同为 1

1.1.4　逻辑函数及其表示方法

1. 逻辑函数

一般函数，当 A，B，C，…的取值确定之后，Y 的值也就惟一确定了。Y 称为 A，B，C，…的函数。逻辑函数也是如此，但其变量取值只有 0 和 1。逻辑函数的一般表达式可以写为

$$Z=F(A,\ B,\ C,\ \cdots)$$

与、或、非是三种基本的逻辑运算，即三种基本的逻辑函数。但在实际的逻辑问题中，往往是由三种基本逻辑运算组合起来，构成一种复杂的运算形式。

2. 逻辑函数的表示方法及转换

逻辑函数可以用逻辑真值表、逻辑表达式、逻辑图、波形图、卡诺图等方法来表示。其中，逻辑图是用逻辑符号连接构成的图形。在基本的与、或、非运算中已经介绍过逻辑函数的几种表示方法。下面说明它们之间的转换。

例 1　已知函数的逻辑表达式 $Y=B+\overline{A}C$。要求：列出相应的真值表；已知输入波形，画出输出波形；画出逻辑图。

解：

(1) 根据逻辑表达式，画出逻辑图如图 1.8 所示。

(2) 将 A，B，C 的所有组合代入逻辑表达式中进行计算，得到真值表如表 1.8 所示。

(3) 根据真值表，画出例 1 的输出波形，如图 1.9 所示。

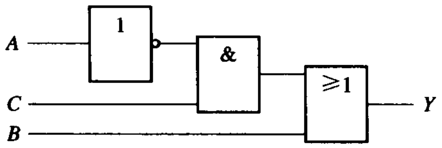


图 1.8　例 1 的逻辑图

表 1.8　例 1 的真值表

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

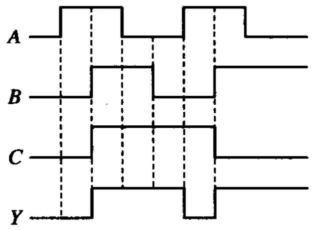


图 1.9　例 1 的波形图

例 2　已知函数 Y 的逻辑图如图 1.10 所示，写出函数 Y 的逻辑表达式。

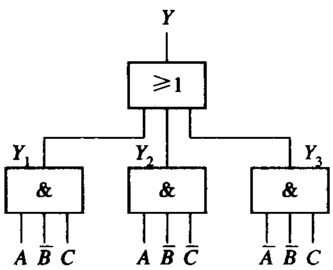


图 1.10　例 2 逻辑图

解：据逻辑图逐级写出输出端函数表达式如下：

$$Y_1 = A\overline{B}C$$
$$Y_2 = A\overline{B}\overline{C}$$
$$Y_3 = \overline{A}\overline{B}C$$

最后得到函数 Y 的表达式为

$$Y = A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$$

通过真值表也可以直接写出逻辑表达式。方法是将真值表中 Y 为 1 的输入变量相与，取值为 1 用原变量表示，0 用反变量表示，将这些与项相加，就得到逻辑表达式。例如，异或逻辑关系，根据真值表可以直接写出 $Y=\overline{A}B+A\overline{B}$。

【思考题】

1. 写出与、或、非三种逻辑运算的表达式。
2. 写出异或、同或逻辑表达式和逻辑符号。

1.2　逻辑代数的定律和运算规则

1.2.1　基本定律

与普通代数一样，逻辑代数也有相应的定律和规则。表 1.9 列出了逻辑代数的基本定律，这些定律可直接利用真值表证明，如果等式两边的真值表相同，则等式成立。

表 1.9　逻辑代数的基本定律

定律名称	逻辑与	逻辑或
1. 0—1 律	$A\cdot 1=A$	$A+0=A$
	$A\cdot 0=0$	$A+1=1$
2. 交换律	$A\cdot B=B\cdot A$	$A+B=B+A$
3. 结合律	$A\cdot(B\cdot C)=(A\cdot B)\cdot C$	$A+(B+C)=(A+B)+C$
4. 分配律	$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$	$A+(B\cdot C)=(A+B)\cdot(A+C)$
5. 互补律	$A\cdot\overline{A}=0$	$\overline{A}+A=1$
6. 重叠律	$A\cdot A=A$	$A+A=A$
7. 还原律	$\overline{\overline{A}}=A$	
8. 反演律(摩根定律)	$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$
9. 吸收律	$A\cdot(A+B)=A$	$A+AB=A$
	$(A+B)(A+\overline{B})=A$	$AB+A\overline{B}=A$
	$A(\overline{A}+B)=AB$	$A+\overline{A}B=A+B$
10. 隐含律	$(\overline{A}+B)(A+C)(B+C)=AB+\overline{A}C$	$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$
	$(\overline{A}+B)(A+C)(B+C+D)$ $=(\overline{A}+B)(A+C)$	$AB+\overline{A}C+BCD=AB+\overline{A}C$

例 3　证明反演律$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$。

证　列出$\overline{A+B}$及$\overline{A}\cdot\overline{B}$的真值表如表 1.10 所示。

表 1.10　例 3 的真值表

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

从真值表中可知，其结果相同，则证明两个函数相等。

1.2.2　基本规则

在应用中，可根据下面的规则从表 1.9 中导出更多的运算公式，从而扩充基本定律的使用范围。

1. 代入规则

在任何一个逻辑等式中，如果将等式两边的某一变量都用一个函数代替，则等式依然成立。这个规则称为代入规则。

例 4　已知等式$\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$。若用 $Y=BC$ 代替等式中的 B，根据代入规则，等式仍然成立。即：

$$\overline{A(BC)} = \overline{A} + \overline{BC} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

可见，摩根定律对任意多个变量都成立。由代入规则可推出：

$$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot \cdots} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \cdots$$

$$\overline{A + B + C + \cdots} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \cdots$$

2. 反演规则

若求一个逻辑函数 Y 的反函数时，只要将函数中所有“·”换成“+”，“+”换成“·”；“0”换成“1”，“1”换成“0”；原变量换成反变量，反变量换成原变量；则所得到的逻辑函数式就是逻辑函数 Y 的反函数。

运用规则必须注意运算符号的先后顺序，必须按照先括号，然后按再与、后或的顺序变换，而且应保持两个及两个以上变量的非号不变。

例 5 求 $Y=\overline{A+B}\cdot\overline{B+\overline{C}+\overline{D+E}}$的反函数。

解

$$\overline{Y} = \overline{\overline{A}\overline{B}} + \overline{\overline{B}C\,\overline{\overline{D}\overline{E}}}$$

3. 对偶规则

Y 是一个逻辑表达式，如果将 Y 中的“·”换成“+”，“+”换成“·”，“0”换成“1”，“1”换成“0”，所得到新的逻辑函数式 Y'，就是 Y 的对偶函数。

对于两个函数，如果原函数相等，那么其对偶函数、反函数也相等。

例 6 求 $Y=A+BC$ 的对偶式 Y'。

解

$$Y' = A \cdot (B + C)$$

【思考题】

1. 写出四变量的摩根定律表达式。
2. 反演规则和对偶规则有什么不同？

1.3 逻辑函数的代数化简法

根据逻辑定律和规则，一个逻辑函数可以有多种表达式。例如：

$Y=AB+\overline{A}C$	与-或表达式
$=\overline{\overline{AB}\cdot\overline{\overline{A}C}}$	与非-与非表达式(摩根定律)
$=\overline{A\overline{B}+\overline{A}\,\overline{C}}$	与-或-非表达式(利用反演规则)
$=(\overline{A}+B)(A+C)$	或-与表达式(将与或非式用摩根定律)
$=\overline{\overline{(\overline{A}+B)}+\overline{(A+C)}}$	或非-或非表达式(将或与用摩根定律)

在列出的五种表达方式中，因为与或表达式比较常见且容易同其他形式的表达式相互转换，所以化简时一般要求化为最简与或表达式。即表达式中乘积项最少，且每个乘积项的变量个数最少。按这样化简后的表达式构成逻辑电路，可节省器件，降低成本，提高工作的可靠性。

逻辑函数化简的方法有代数法和卡诺图法。本节只讨论代数法。它是直接运用基本定律及规则化简逻辑函数。常用的方法有并项法、吸收法、消去法和配项法。

1. 并项法

利用 $A+\overline{A}=1$ 的公式，将两项合并为一项，并消去一个变量。

例 7

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}BC \\
&= \overline{A}C(\overline{B} + B) = \overline{A}C \\
Y_2 &= A\overline{B}C + AB + A\overline{C} \\
&= A(\overline{B}C + B + \overline{C}) \\
&= A(\overline{B}C + \overline{\overline{B}C}) = A
\end{aligned}
$$

2. 吸收法

利用 $A+AB=A$ 的公式消去多余的乘积项。

例 8

$$
\begin{aligned}
Y &= \overline{A}B + \overline{A}BC(D + E) \\
&= \overline{A}B[1 + C(D + E)] \\
&= \overline{A}B
\end{aligned}
$$

3. 消去法

利用 $A+\overline{A}B=A+B$，消去多余的因子。

例 9

$$
\begin{aligned}
Y &= AB + \overline{A}C + \overline{B}C \\
&= AB + (\overline{A} + \overline{B})C \\
&= AB + \overline{AB}C \\
&= AB + C
\end{aligned}
$$

4. 配项法

利用 $A=A(B+\overline{B})$，增加必要的乘积项，然后再用公式进行化简。

例 10

$$
\begin{aligned}
Y &= A\overline{B} + \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{C} \\
&= A\overline{B} + \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{C}(A + \overline{A}) \\
&= A\overline{B} + \overline{A}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} \\
&= A\overline{B}(1 + \overline{C}) + \overline{A}\overline{C}(1 + \overline{B}) \\
&= A\overline{B} + \overline{A}\overline{C}
\end{aligned}
$$

实际解题时，往往需要综合运用上述几种方法进行化简，才能得到最简结果。

例 11　化简函数。

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= \overline{A\overline{C}}B + \overline{A\overline{C} + B} + BC \\
&= \overline{A\overline{C}}B + \overline{A\overline{C}}\overline{B} + BC && \text{（摩根定律）} \\
&= \overline{A\overline{C}} + BC && \text{（合并法）} \\
&= \overline{A} + C + BC && \text{（吸收法）} \\
&= \overline{A} + C
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
Y_2 &= AD + A\overline{D} + AB + \overline{A}C + BD + ACEF + \overline{B}EF + DEFG \\
&= A + AB + \overline{A}C + BD + ACEF + \overline{B}EF + DEFG && \text{(合并法)} \\
&= A + \overline{A}C + BD + \overline{B}EF + DEFG && \text{(吸收法)} \\
&= A + C + BD + \overline{B}EF + DEFG && \text{(消去法)} \\
&= A + C + BD + \overline{B}EF && \text{(隐含律)}
\end{aligned}$$

【思考题】

1. 代数化简的难点是什么？
2. 最简与或表达式的标准是什么？

1.4 逻辑函数的卡诺图化简

利用代数法化简逻辑函数，要求熟练地掌握逻辑代数的定律公式和规则，而且要有一定的技巧，特别是化简结果是否最简有时也难以确定。下面介绍一种既简便又直观的化简方法——卡诺图化简法。卡诺图是指按相邻性原则排列的最小项的方格图，利用卡诺图化简逻辑函数，可以较方便地得到最简的逻辑函数式。

1.4.1 逻辑函数的最小项

1. 最小项的定义

在 n 个输入变量的逻辑函数中，如果一个乘积项包含 n 个变量，而且每个变量以原变量或反变量的形式出现且仅出现一次，那么该乘积项称为该函数的一个最小项。对 n 个输入变量的逻辑函数来说，共有 2^n 个最小项。

例如：在两变量逻辑函数 $Y=F(A, B)$ 中，根据最小项的定义，它们组成的四个乘积项：$\overline{A}\overline{B}$、$\overline{A}B$、$A\overline{B}$、AB 是最小项。而根据定义 $A\overline{A}B$、B、$A(A+B)$ 不是最小项。

2. 最小项的性质

(1) 对于任意一个最小项，只有变量的一组取值使得它的值为 1，而取其他值时，这个最小项的值都是 0。

(2) 若两个最小项之间只有一个变量不同，其余各变量均相同，则称这两个最小项满足逻辑相邻。

(3) 对于任意一种取值全体最小项之和为 1。

(4) 对于一个 n 输入变量的函数，每个最小项有 n 个最小项与之相邻。

3. 最小项的编号

为了表达方便，最小项通常用 m_i 表示，下标 i 即最小项编号，用十进制数表示。编号的方法是：先将最小项的原变量用 1、反变量用 0 表示，构成二进制数；将此二进制数转换成相应的十进制数就是该最小项的编号。按此原则，三个变量的最小项编号如表 1.11 所示。

表 1.11　三变量的最小项编号

最 小 项	变量取值			最小项编号
	A	B	C	
$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	0	0	0	m_0
$\overline{A}\overline{B}C$	0	0	1	m_1
$\overline{A}B\overline{C}$	0	1	0	m_2
$\overline{A}BC$	0	1	1	m_3
$A\overline{B}\overline{C}$	1	0	0	m_4
$A\overline{B}C$	1	0	1	m_5
$AB\overline{C}$	1	1	0	m_6
ABC	1	1	1	m_7

4. 最小项的卡诺图

卡诺图的结构特点是按几何相邻反映逻辑相邻进行排列。n 个变量的逻辑函数，由 2^n 个最小项组成。卡诺图的变量标注均采用循环码形式(见附录 B)。这样上下、左右之间的最小项都是逻辑相邻项。要特别指出的是，卡诺图水平方向同一行里，最左和最右端的方格也是符合相邻性原则的，同样垂直方向同一列里最上和最下端两个方格也是相邻的。

二变量卡诺图：它有 $2^2=4$ 个最小项，因此有四个方格，卡诺图上面和左面的 0 表示反变量，1 表示原变量，左上方标注变量，斜线下面为 A，上面为 B，也可以交换，每个小方格对应着一种变量的取值组合，如图 1.11(a)所示。

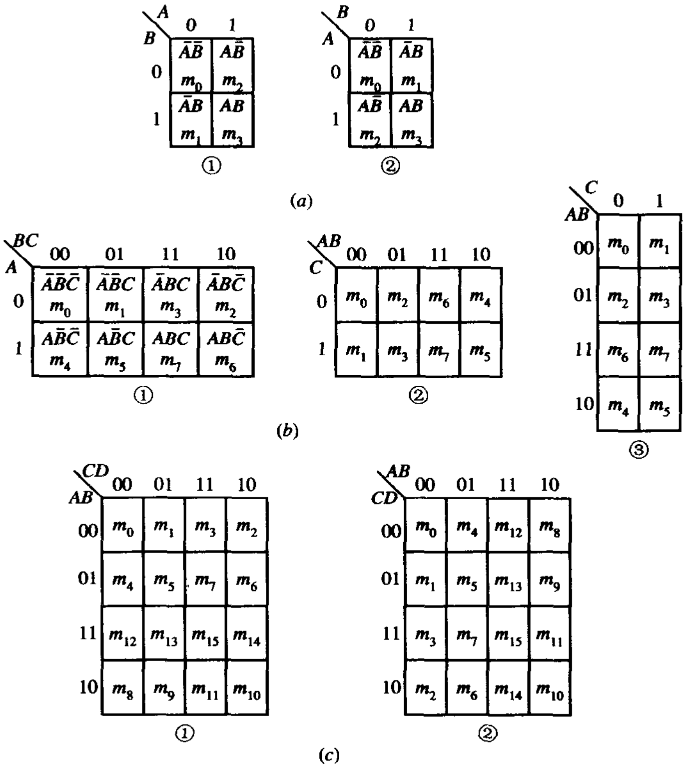


图 1.11　变量卡诺图

(a) 二变量卡诺图；(b) 三变量卡诺图；(c) 四变量卡诺图

三变量卡诺图：有 $2^3=8$ 个最小项，如图 1.11(b)所示。

四变量卡诺图：有 $2^4=16$ 个最小项，如图 1.11(c)所示。

5. 最小项表达式

任何一个逻辑函数都可以表示成若干个最小项之和的形式，这样的逻辑表达式称为最小项表达式。下面举例说明将逻辑表达式展开为最小项表达式的方法。

例 12 将逻辑函数 $Y(A,B,C)=AB+\overline{B}C$ 展开成最小项之和的形式。

解

$$\begin{aligned} Y(A,B,C) &= AB+\overline{B}C \\ &= AB(C+\overline{C})+\overline{B}C(A+\overline{A}) \\ &= ABC+AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{B}C \end{aligned}$$

为了书写方便，通常用最小项编号来代表最小项，可以写为

$$Y(A,B,C)=m_7+m_6+m_5+m_1=\sum m(1,5,6,7)$$

一个确定的逻辑函数，它的最小项表达式是惟一的。

例 13 将逻辑函数 $Y(A,B)=A+B$ 展开成最小项之和的形式。

解

$$\begin{aligned} Y(A,B) &= A+B \\ &= AB+A\overline{B}+\overline{A}B \\ &= m_3+m_2+m_1 \\ &= \sum m(1,2,3) \end{aligned}$$

例 14 写出三变量函数 $Y(A,B,C)=\overline{AB+\overline{A}\,\overline{B}+C}+\overline{A}B$ 的最小项表达式。

解 利用摩根定律将函数变换为与或表达式，然后展开成最小项之和形式。

$$\begin{aligned} Y(A,B,C) &= \overline{AB+\overline{A}\,\overline{B}+C}+\overline{A}B \\ &= \overline{AB+\overline{A}\,\overline{B}}\,\overline{C}+\overline{A}B \\ &= (A\overline{B}+\overline{A}B)\overline{C}+\overline{A}B(C+\overline{C}) \\ &= A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC+\overline{A}B\overline{C} \\ &= A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC \\ &= m_4+m_2+m_3 \\ &= \sum m(2,3,4) \end{aligned}$$

1.4.2 卡诺图化简逻辑函数

1. 逻辑函数的卡诺图

(1) 根据逻辑函数的最小项表达式求函数卡诺图。只要将表达式 Y 中包含的最小项对应的方格内填 1，没有包含的项填 0(或不填)，就得到函数卡诺图。

例 15 将例 13 用卡诺图表示。

解 将表达式 Y 中包含的最小项对应的方格内填 1，如图 1.12 所示。

(2) 根据真值表画卡诺图。

例 16 已知三变量 Y 的真值表如表 1.12 所示，画出卡诺图。