

THE WORKER'S PUBLISHING HOUSE OF CHINA

经济应用数学基础

微积分(修订本)解题指导

及高等教育自学考试历届试题分析

裴雪重 主编



中国工人出版社

经济应用数学基础 (一)

微积分(修订本)解题指导
及高等教育自学考试
历届试题分析

裴雪重 主编

中国工人出版社

经济应用数学基础(一)

微积分(修订本)解题指导

属高等教育自学考试历届试题解析

裴雪重 主编

中国工人出版社出版(北京安外六铺炕)

新华书店北京发行所发行

北京市建材印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张: 20.125 字数: 370千

1990年 月第1版 1992年8月北京第2次印刷

印数: 8190—13290册

ISBN 7-5008-0579-9/C·4 定价: 8.50 元

前 言

应用数学基础(一)是全国高等教育自学考试指导委员会确定的经济管理类专业的一门共同课程,其指定教材《微积分》(中国人民大学出版社出版)1981年出版,1988年修订再版。本书是自学《微积分》的参考用书,也可做为经济院校师生的教学参考书。

《微积分》(修订本)在习题中增加了选择题,各章习题均为(A)(B)两类。对于成人自学者,学习最为困难之处,就是独立完成习题,尤其是再版教材各章习题增加了大量的选择题,而这类习题在历年考试中均占相当的比重。为了帮助自学读者学好微积分这门课程,弄清解题思路,适应考试题型,编写了这本书。

本书分两部分。第一部分是教材各章习题解答,包括(A)类的计算、证明、应用等传统题型习题的解答及(B)类选择题的解答分析(书中加*号章节的习题未列入)。第二部分是北京市历年高等教育自学考试应用数学基础(一)试题解答及分析。本书解题过程详尽,适应新教材,适于自学者阅读。对于初学者攻克经济类考试门类中较难的一门——《微积分》,必定有很大的裨益。

本书由裴雪重任主编,冯晋、杨愈任副主编。参加编写的还有胡省三、杨宗江、刘占民、裴雪明、乔力、刘述木、徐肇、王莉莉、孙学敏、张晋勇、邵根林、万宝树、李刚等。

目 录

第一部分 《微积分》(修订本)各章习题解答

习题一(A).....	1
(B).....	36
习题二(A).....	46
(B).....	86
习题三(A).....	98
(B).....	149
习题四(A).....	158
(B).....	206
习题五(A).....	218
(B).....	265
习题六(A).....	271
(B).....	317
习题七(A).....	329
(B).....	372
习题八(A).....	380
(B).....	431
习题九(A).....	444
(B).....	480

第二部分 北京市历届高等教育自学考试 应用数学基础(一)试题分析

1984 年试题	483
1984 年试题解	485
1985 年试题	490
1985 年试题解	491
1986 年试题	496
1986 年试题解	501
1987 年试题	523
1987 年试题解	529
1988 年试题	548
1988 年试题解	554
1989 年上半年试题	575
1989 年上半年试题解	583
1989 年下半年试题	613
1989 年下半年试题解	618

第一部分

《微积分》(修订本)各章习题解答

习题一 (A)

1. 按下列要求举例:

- (1) 一个有限集合;
- (2) 一个无限集合;
- (3) 一个空集;
- (4) 一个集合是另一个集合的子集.

解: (1) 一个有限集合: 例如 $A = \{x | x^2 - 4 = 0\}$, 或 $A = \{1, 2, 3\}$ 是有限集合.

(2) 一个无限集合: 例如 $A = \{x | x < 5\}$, 或 $A = \{\text{全体实数}\}$ 是无限集合.

(3) 一个空集: 例如 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = -1 (x, y \text{ 都是实数})\}$ 是空集, 或 $A = \{\text{任意双曲线与其渐近线的交点}\}$ 是空集.

(4) 一个集合是另一个集合的子集: 例如 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ A 是 B 的子集, 或 $A = \{x | x > 3\}$, $B = \{x | x > 4\}$ B 是 A 的子集.

2. 用集合的描述法表示下列集合.

- (1) 大于 5 的所有实数集合;
 (2) 圆 $x^2 + y^2 = 25$ 内部 (不包含圆周) 一切点的集合;
 (3) 抛物线 $y = x^2$ 与直线 $x - y = 0$ 的交点的集合.

解: (1) $A = \{x | x > 5, x \in R\}$

$$(2) A = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 25, x, y \in R\}$$

$$(3) A = \{(x, y) | y = x^2 \text{ 且 } x - y = 0, x, y \in R\}.$$

3. 用列举法表示下列集合.

- (1) 方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的根的集合;
 (2) 抛物线 $y = x^2$ 与直线 $x - y = 0$ 交点的集合;
 (3) 集合 $\{x | |x - 1| \leq 5 \text{ 的整数}\}.$

解: (1) $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$(x - 3)(x - 4) = 0$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 4$$

$\therefore \{3, 4\}$ 为所求.

$$(2) \begin{cases} y = x^2 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

$\therefore \{(1, 1), (0, 0)\}$ 为所求.

$$(3) -5 \leq (x - 1) \leq 5$$

$$-4 \leq x \leq 6$$

$\therefore \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 为所求.

4. 下列哪些集合是空集.

$A = \{x | x + 1 = 0\}, B = \{x | x^2 + 1 = 0, x \text{ 为实数}\}, C = \{x | x > 1 \text{ 且 } x < 0\}, D = \{x | x > 0 \text{ 且 } x < 1\}, E = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1 \text{ 且 } x + y = 3, x, y \text{ 均为实数}\}.$

解: $\because A = \{x | x + 1 = 0\}$

$$= \{x | x = -1\}$$

$\therefore A$ 不是空集.

$$\because B = \{x | x^2 + 1 = 0, x \text{ 为实数}\}$$

$$\text{又} \because x^2 + 1 = 0 \quad x^2 = -1 \quad x \text{ 为实数}$$

$$\therefore x^2 = -1 \quad \text{无解}$$

$\therefore B$ 是空集.

$$\because C = \{x | x > 1 \text{ 且 } x < 0\}$$

又 $\because x$ 不能同时大于 1, 小于 0,

$\therefore C$ 是空集.

$$\because D = \{x | x > 0 \text{ 且 } x < 1\}$$

$$= \{x | 0 < x < 1\}$$

$\therefore D$ 不为空集.

$\because E = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1 \text{ 且 } x + y = 3, x, y \text{ 均为实数}\},$

$$\text{又} \because \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$(y - 3)^2 + y^2 = 1$$

$$y^2 - 3y + 4 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 4 \times 1 = -7 < 0$$

又 $\because x, y$ 均为实数

$$\therefore y^2 - 3y + 4 = 0 \quad \text{无解}$$

即 $x^2 + y^2 = 1$ 与 $x + y = 3$ 无交点,

$\therefore E$ 为空集.

答: B, C, E 为空集.

5. 写出 $A = \{0, 1, 2\}$ 的一切子集.

答: $\{0\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1, 2\}, \phi$ 为 $\{0, 1, 2\}$ 的子集.

6. 如果 $A = \{0, 1, 2\}$ $B = \{1, 2\}$ 下列各种写法哪些是对的, 哪些是错的.

$1 \in A, 0 \notin B, \{1\} \in A, 1 \subset A, \{1\} \subset A, 0 \subset A, \{0\} \subset A, \{0\} \subset B, A = B, A \supset B, \phi \in A, A \in A.$

答: 正确的有: $1 \in A, 0 \notin B, \{1\} \subset A, \{0\} \subset A, A \supset B, \phi \subset A, A \subset A.$

错误的有: $\{1\} \in A, 1 \subset A, 0 \subset A, \{0\} \subset B, A = B.$

7. 设 $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{1, 3, 5\}$ $C = \{2, 4, 6\}$ 求: (1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$; (3) $A \cup B \cup C$; (4) $A \cap B \cap C$; (5) $A - B$.

解: (1) $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\}$

$$= \{1, 2, 3, 5\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$(2) A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\}$$

$$= \{1, 3\}$$

$$\therefore A \cap B = \{1, 3\}.$$

$$(3) A \cup B \cup C$$

$$= \{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

$$(4) A \cap B \cap C$$

$$= \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\}$$

$$= \phi$$

$$\therefore A \cap B \cap C = \phi$$

$$(5) A - B = \{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$$

$$\therefore A - B = \{2\}.$$

8. 如果 A 表示某单位会英语的人的集合, B 表示会日语的人的集合, 那么 $A', B', A - B, (A \cup B)', (A \cap B)'$ 各表示什

么样人的集合.

答: A' 表示这个单位内不会英语的人的集合;

B' 表示这个单位内不会日语的人的集合;

$A - B$ 表示这个单位内只会英语的人的集合;

$\therefore A \cup B$ 表示这个单位内会说英语或会说日语的人的集合,

$\therefore (A \cup B)'$ 表示这个单位内不会说英语也不会说日语的人的集合;

$\therefore A \cap B$ 表示这个单位内即会英语又会日语的人的集合,

$\therefore (A \cap B)'$ 表示这个单位内除了即会英语也会日语的人以外的人的集合.

9. 如果 $A = \{x | 3 < x < 5\}$, $B = \{x | x > 4\}$, 求

(1) $A \cup B$; (2) $A \cap B$; (3) $A - B$.

解: (1) $A \cup B = \{x | 3 < x < 5\} \cup \{x | x > 4\}$
 $= \{x | x > 3\}$

(2) $A \cap B = \{x | 3 < x < 5\} \cap \{x | x > 4\}$
 $= \{x | 4 < x < 5\}$

(3) $A - B = \{x | 3 < x < 5\} - \{x | x > 4\}$
 $= \{x | 3 < x \leq 4\}$

10. 如果 $A = \{(x, y) | x - y + 2 \geq 0\}$

$B = \{(x, y) | 2x + 3y - 6 \geq 0\}$

$C = \{(x, y) | x - 4 \leq 0\}$

在坐标平面上标出 $A \cap B \cap C$ 的区域

解: 直线 $x - y + 2 = 0$ 的右下部表示 $x - y + 2 \geq 0$, $2x + 3y - 6 = 0$ 的右上部表示 $2x + 3y - 6 \geq 0$, $x - 4 = 0$ 的左部表示 $x - 4 \leq 0$, 所以阴影部分及包围阴影的三条线段为所求.

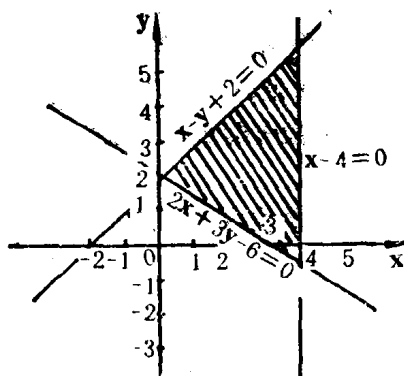


图1-1

11. 如果 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 4, 6\}$, 求:

(1) A' (2) B' (3) $A' \cup B'$ (4) $A' \cap B'$

解: (1) $A' = \{4, 5, 6\}$

(2) $B' = \{1, 3, 5\}$

(3) $A' \cup B' = \{4, 5, 6\} \cup \{1, 3, 5\}$
 $= \{1, 3, 4, 5, 6\}$

(4) $A' \cap B' = \{4, 5, 6\} \cap \{1, 3, 5\}$
 $= \{5\}$

12. U, A, B 同第 11 题, 验证 $A - B = A \cap B'$.

证明: $\because A - B = \{1, 2, 3\} - \{2, 4, 6\}$
 $= \{1, 3\}$

$\because A \cap B' = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\}$
 $= \{1, 3\}$

$\therefore A - B = A \cap B'$

13. 如果 A 是非空集合, 下列各式哪些是对的, 哪些是错的.

$$A \cup A = A, A \cap A = A, A \cap A = \phi,$$

$$A \cup \phi = A, A \cup \phi = \phi, A \cup U = U,$$

$$A \cap U = A, A \cap \phi = A, A \cap \phi = \phi,$$

$$A - A = A, A - A = \phi.$$

答: 正确的有: $A \cup A = A, A \cap A = A, A \cup \phi = \phi, A \cup U = U, A \cap U = A, A \cap \phi = \phi, A - A = \phi$;

错误的有: $A \cap A = \phi, A \cup \phi = \phi, A \cap \phi = A, A - A = A$.

14. 已知集合 $A = \{a, 3, 2, 4\}, B = \{1, 3, 5, b\}$ 若 $A \cap B = \{1, 2, 3\}$, 求 a, b .

$$\text{解: } \because A \cap B = \{a, 3, b\}$$

$$= \{1, 2, 3\}$$

$\therefore A$ 和 B 中必包括 1, 2, 3, 三个元素

$$\therefore a = 1, b = 2.$$

15. 调查了某地区 100 个公社, 其中 70 个公社小麦亩产量在 250 公斤以上, 以集合 A 表示这些公社; 40 个公社棉花亩产量在 60 公斤以上, 以集合 B 表示这些公社; 小麦亩产量在 250 公斤以上而棉花亩产量在 60 公斤以下的有 55 个公社, 试用集合关系表示下列各类公社, 并计算出各类公社的数目.

(1) 麦、棉两项亩产量均达到上述指标的公社;

(2) 小麦亩产未达到 250 公斤以上, 而棉花亩产量在 60 公斤以上的公社;

(3) 麦棉中至少有一项达到上述指标的公社;

(4) 麦棉两项均未达到上述指标的公社.

$$\text{答: (1) } A \cap B = 70 - 55 = 15$$

$$(2) A' \cap B = 40 - 15 = 25$$

$$(3) A \cup B = 70 + 40 - 15 = 95$$

$$\text{或 } A \cup B = 55 + 15 + 25 = 95$$

$$(4) (A \cup B)' = 100 - 95 = 5$$

16. 如果 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e\}$, $C = \{d, e, f\}$,

验证: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

证明: $\because B \cup C = \{c, d, e\} \cup \{d, e, f\}$

$$= \{c, d, e, f\}$$

$$\therefore A \cap (B \cup C)$$

$$= \{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e, f\} = \{c, d\}$$

$$\because A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e\} = \{c, d\}$$

$$A \cap C = \{a, b, c, d\} \cap \{d, e, f\} = \{d\}$$

$$\therefore (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$= \{c, d\} \cup \{d\}$$

$$= \{c, d\}$$

$$\therefore A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

17. 用第 8 题的集合 A 与集合 B 验证摩根律.

证明: 摩根律(i): $(A \cup B)' = A' \cap B'$

$$(ii): (A \cap B)' = A' \cup B'$$

已知: $A = \{\text{某单位会英语的人}\}$

$B = \{\text{某单位会日语的人}\}$

$$(i): (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$\because A \cup B = \{\text{某单位会英语或日语的人}\}$$

$$\therefore (A \cup B)' = \{\text{某单位不会说英语或日语的人}\}$$

$$\because A' = \{\text{某单位不会英语的人}\}$$

$$B' = \{\text{某单位不会日语的人}\}$$

$$\therefore A' \cap B' = \{\text{某单位不会英语或日语的人}\}$$

$$\therefore (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(ii) (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$\therefore A \cap B = \{\text{某单位即会英语又会日语的人}\}.$

$\therefore (A \cap B)' = \{\text{某单位除了即会英语又会日语以外的人}\}$

$\therefore A' \cup B' = \{\text{某单位除了即会英语又会日语以外的人}\}$

$$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$$

18. 用集合运算律证明 $X \cup (X \cap Y)' \cap Y = Y$.

证明: $X \cup (X \cap Y)' \cap Y$

$$= X \cup (X' \cup Y') \cap Y$$

$$= [(X \cup X') \cup Y'] \cap Y$$

$$= [U \cup Y'] \cap Y$$

$$= U \cap Y$$

$$= Y$$

方法二: $X \cup (X \cap Y)' \cap Y$

$$= [X' \cap (X \cap Y)]' \cap Y$$

$$= [(X' \cap X) \cap Y]' \cap Y$$

$$= [\phi \cap Y]' \cap Y$$

$$= [\phi]' \cap Y$$

$$= Y$$

19. 如果 $A = \{a, b, c, d\}, B = \{a, b, c\}$, 求 $A \times B$.

解: $A \times B = \{a, b, c, d\} \times \{a, b, c\}$

$$= \{(a, a), (b, a), (c, a), (d, a), (a, b),$$

$$(b, b), (c, b), (d, b), (a, c), (b, c), (c, c), (d, c)\}$$

20. 如果 $X = Y = \{3, 0, 2\}$, 求 $X \times Y$.

解: $X \times Y = \{3, 0, 2\} \times \{3, 0, 2\}$

$$= \{(3,3), (0,3), (2,3), (3,0), (0,0), (2,0), (3,2), (0,2), (2,2)\}$$

21. 设集合 $A = \{\text{北京, 上海}\}$, $B = \{\text{南京, 广州, 深圳}\}$, 求 $A \times B$ 与 $B \times A$.

解: $A \times B = \{\text{北京, 上海}\} \times \{\text{南京, 广州, 深圳}\}$
 $= \{(\text{北京, 南京}), (\text{北京, 广州}), (\text{北京, 深圳}), (\text{上海, 南京}), (\text{上海, 广州}), (\text{上海, 深圳})\}.$

$B \times A = \{\text{南京, 广州, 深圳}\} \times \{\text{北京, 上海}\}$
 $= \{(\text{南京, 北京}), (\text{南京, 上海}), (\text{广州, 北京}), (\text{广州, 上海}), (\text{深圳, 北京}), (\text{深圳, 上海})\}.$

22. 设集合 $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2\}$, $Z = \{z_1, z_2\}$ 求 $X \times Y \times Z$.

解: $X \times Y \times Z$
 $= \{x_1 \ x_2 \ x_3\} \times \{y_1 \ y_2\} \times \{z_1 \ z_2\}$
 $= \{(x_1 y_1 z_1), (x_2 y_1 z_1), (x_3 y_1 z_1), (x_1 y_2 z_1), (x_2 y_2 z_1), (x_3 y_2 z_1), (x_1 y_2 z_2), (x_2 y_2 z_2), (x_3 y_2 z_2), (x_1 y_1 z_2), (x_2 y_1 z_2), (x_3 y_1 z_2)\}$

23. 解下列不等式

(1) $x^2 < 9$

(2) $|x-4| < 7$

(3) $0 < (x-2)^2 < 4$

(4) $|ax-x_0| < \delta \quad (a>0, \delta>0, x_0 \text{ 为常数})$

解: (1) $\because x^2 < 9$

$$\therefore (x-3)(x+3) < 0$$

$$\therefore -3 < x < 3$$

(2) $\because |x-4| < 7$

$$\therefore -7 < x-4 < 7$$

$$\therefore -3 < x < 11$$

$$(3) 0 < (x-2)^2 < 4$$

$$\therefore (x-2)^2 - 4 \leq 0$$

$$(x-2+2)(x-2-2) < 0$$

$$x(x-4) < 0$$

$$0 < x < 4$$

$$\therefore (x-2)^2 > 0$$

$$\therefore x \neq 2$$

$$\therefore 0 < x < 4 \text{ 且 } x \neq 2$$

$$(4) \therefore |ax - x_0| < \delta$$

$$\therefore -\delta < ax - x_0 < \delta$$

$$x_0 - \delta < ax < \delta + x_0$$

$$\therefore a > 0$$

$$\therefore \frac{x_0 - \delta}{a} < x < \frac{\delta + x_0}{a}$$

24. 用区间表示满足下列不等式的所有 x 的集合.

$$(1) |x| \leq 3;$$

$$(2) |x-2| \leq 1;$$

$$(3) |x-a| < \varepsilon (a \text{ 为常数}, \varepsilon > 0);$$

$$(4) |x| \geq 5$$

$$(5) |x+1| > 2$$

解: (1) $\therefore |x| \leq 3$

$$\therefore -3 \leq x \leq 3$$

$$\therefore [-3, 3]$$

$$(2) \therefore |x-2| \leq 1$$

$$\therefore -1 \leq x-2 \leq 1$$