研究生教材

应用概率

（数理统计　随机过程　时间序列）

唐鸿龄　张元林　陈浩球　编著

南京工学院出版社

应 用 概 率

唐鸿龄　张元林　陈浩球　编著

南京工学院出版社

内 容 简 介

全书包括三篇内容：第一篇为数理统计，第二篇为随机过程（包括马氏过程和平稳过程），第三篇为时间序列分析．每章配有一定数量的习题．

本书可供工科各专业研究生、理科非数学专业研究生作教材，也可供有关专业的教师和工程技术人员参考．

责任编辑 徐步政
责任校对 吕 岚

应 用 概 率

唐鸿龄 张元林 陈浩球 编著

南京工学院出版社出版
江苏南京市四牌楼2号
高淳印刷厂印刷 江苏省新华书店发行
开本 850×1168 1/32 印张24 5/16字数632千字
1988年4月第1版 1988年4月第1次印刷
印数 1—7000册

ISBN 7—81023—075—1

Q·19 定价：3.95元

前 言

随着科学技术的不断发展，概率论的各个分支（特别是数理统计、随机过程、时间序列）在物理、生物、社会科学以及工程科学技术等许多领域中显示出十分重要的作用．数理统计、随机过程以及时间序列已成为工科许多专业研究生的必修课或选修课．可是，目前在这方面适合工科研究生用的教材尚较缺乏．编者在从事多年工科研究生教学的基础上，结合各专业需要，並吸取了目前国内外有关书籍的长处，编写成了这本教材．

本书既注意了数学理论的系统性，又考虑到工科研究生的数学基础和要求並注意到实际的应用；每章安排较多的例题和习题，並附有习题答案或提示．

本书每篇约需40学时授完，为了补充概率论的有关知识，在教学中还需增加10学时．第一篇与第二篇内容有相对独立性，各专业可根据需要选学，而学习第三篇内容时应该先学习第一篇及第二篇中的平稳过程．

本书系集体编写，结构与体例也由编者集体讨论商定．第一篇由唐鸿龄编写，第二篇由张元林编写，第三篇由陈浩球编写，最后由唐鸿龄统稿．在编写过程中，承南京工学院数力系高金衡、陶永德、韦博成三位教授审阅原稿并提出了许多宝贵的意见和有益的建议；本书的出版得到南京工学院研究生院和南京工学院出版社的大力支持和帮助，编者谨此一并致谢．限于水平，书中难免有许多不妥和错误之处，欢迎读者批评指正．

编者　1987年7月

目　　录

第一篇　数理统计

第二篇　随机过程

第三篇 时间序列分析

第一篇　数理统计

第一章　概率论补充知识

§1-1　概率空间

在工程数学的概率论部分，已经对古典概型和几何概型这两种特殊类型定义了概率．在古典概型中，要求试验的可能结果是有限个且具有等可能性；对于几何概型，虽然试验的可能结果是无穷多个，但仍要求具有某种等可能性．然而实际问题中还有大量的随机试验，其结果并不属于这两种类型，因此，很有必要对一般的随机现象给出一个明确的概率定义．这个问题，经过人们长期探讨，并且随着测度论和积分理论的日益发展，终于1933年由苏联数学家柯尔莫哥洛夫(Kolmogorov)综合前人的成果，给出了概率论的公理化结构，明确了事件、概率等基本概念，从而使概率论成为一个严谨的数学分支．在这个基础上，概率论在近几十年来取得了迅速的发展．

一　事件域

给出概率定义之前，先要明确事件的概念．我们知道，事件是样本空间Ω的一个子集，但一般并不把Ω的一切子集都作为事件，例如在几何概率中就不能把不可度量的子集作为事件．事实上只要把具有某些限制而又相当广泛的一类Ω的子集作为事件就够了．为此下面介绍事件域的概念．

定义1-1　设Ω是样本空间，$\mathcal{F}$是由Ω的一些子集构成的集类，如果满足以下条件：

(1) $\Omega \in \mathcal{F}$；

(2) 若$A \in \mathcal{F}$， 则$\overline{A} \in \mathcal{F}$；

(3) 若$A_n \in \mathcal{F}, n=1,2, \cdots$， 则$\bigcup_{n=1}^{\infty} A \in \mathcal{F}$.

则称$\mathcal{F}$为**事件域**，$\mathcal{F}$中的元素称为**事件**，Ω称为**必然事件**.

一般对满足上述条件的集类称为σ-域，所以事件域是一个σ-域

它具有下列性质：

(1) 空集$\phi \in \mathcal{F}$；

这是因为$\phi = \overline{\Omega} \in \mathcal{F}$，我们称事件$\phi$为**不可能事件**.

(2) 若$A_i \in \mathcal{F}$，$i=1, 2, \cdots$， 则$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$；

事实上，由德·莫根 (De Morgan) 定理知

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \overline{\bigcup_{i=1}^{\infty} \overline{A_i}} \in \mathcal{F}$$

(3) 若$A_i \in \mathcal{F}$，$i=1, 2, \cdots$，则

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{F}, \quad \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{F};$$

这只要在定义1-1的(3)中取$A_{n+1} = A_{n+2} = \cdots = \phi$即得$\bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{F}$，在性质(2)中取$A_{n+1} = A_{n+2} = \cdots = \Omega$即得$\bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{F}$.

(4) 若A，$B \in \mathcal{F}$，则$A - B \in \mathcal{F}$.

这是因为$A - B = A \cap \overline{B}$，再由性质(3)即得$A - B = A \cap \overline{B} \in \mathcal{F}$.

由σ-域的定义，容易验证下面诸例中的集类$\mathcal{F}$都是σ-域.

例1-1 $\mathcal{F}=\{\phi, \Omega\}$

例1-2 $\mathcal{F}=\{\phi, A, \overline{A}, \Omega\}$

例1-3 $\Omega=\{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n\}$，$\mathcal{F}$是由$\Omega$的一切子集构成的集类.

二　概率

古典概型和几何概型虽然是两种特殊的类型，但它们事件的概率都具有一些共同的性质. 在古典概型中，事件的概率具有性质：(1)对任意事件A有$0\leqslant P(A)\leqslant 1$；(2)$P(\Omega)=1$；(3)设事件$A_1, A_2, \cdots, A_m (m\leqslant n)$互不相容，则$P(\bigcup\limits_{i=1}^{m} A_i)=\sum\limits_{i=1}^{m} P(A_i)$；在几何概型中，事件的概率除具有上述前两个性质外，还对可列个互不相容的事件$A_1, A_2, \cdots$有$P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i)=\sum\limits_{i=1}^{\infty} P(A_i)$. 概率的公理化定义，正是用这些性质来作为一般的概率定义.

定义1-2 设Ω是给定的样本空间，$\mathcal{F}$是Ω中的一个事件域，$P(A)$（$A\in\mathcal{F}$）是定义在$\mathcal{F}$上的一个实值集函数，如果它满足条件：

(1) 对一切$A\in\mathcal{F}$有$P(A)\geqslant 0$

(2) $P((\Omega)=1$

(3) 若$A_i\in\mathcal{F}$，$i=1, 2, \cdots$，且$A_iA_j=\phi$，$i\neq j$，则$P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i)$

$$=\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$（这个性质称为**可列可加性**）

就称$P(A)$为**事件A的概率**（简称为**概率**）