

穿针引线，梳理思路从头到底！

海淀

大归纳

[国内惟一一套]

全面归纳总结中学生解题关键和解题类型的讲练题集]

初中数学

北京市海淀区重点中学特级高级教师 编写
黑龙江朝鲜民族出版社

BEIJINGSHIHAI DIAN QU
ZHONGDIANZHONGXUE
TEJIGAOJIAOSHI
BIANXIE
HEILONGJIANG
CHAOXIANMINZU
CHUBANSHE

D Haidian
Daguina



D Haidian Daguina

BEIJINGSHIHAIDIANQU
ZHONGDIANZHONGXUE
TEJIGAOJIAOSHI
BIANXIE
HEILONGJIANG
CHAOXIANMINZU
CHUBANSHE

海淀大归纳

[国内惟一套]

[全面归纳总结中学生解题关键和解题类型的讲练题集]

13A236/13

初中数学

北京市海淀区重点中学特级高级教师 编写

黑龙江朝鲜民族出版社

图书在版编目(CIP)数据

海淀大归纳.初中数学/韩乐琴、黄万端、赵祖培编.——牡丹江:黑龙江朝鲜民族出版社,2002.5
ISBN 7-5389-1047-6

I.海... II.①韩...②黄...③赵... III.数学课—初中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 028589 号

书 名/ 海淀大归纳 初中数学

编 者/ 韩乐琴 黄万端 赵祖培

责任编辑/ 洪成杓

责任校对/ 王 霞

封面设计/ 风晓渐

出版发行/ 黑龙江朝鲜民族出版社

印 刷/ 牡丹江书刊印刷厂

开 本/ 787×1092 毫米 1/16·18 印张·470 千字

版 次/ 2002 年 7 月第 1 版 2002 年 7 月第 1 次印刷

印 数/ 1-10 000 册

书 号/ ISBN 7-5389-1047-6/G·277

定 价/ 20.00 元

学会了归纳的方法,你将无敌!

■1. 学会了归纳,才能做到融会贯通。

归纳是中学阶段至关重要的学习方法。事实上,在每一个学习阶段(一个学年、一个学期,甚至一个单元),很多学生都在不知不觉地使用着这种学习方法。可以这样说,归纳始终贯穿在整个学习过程当中。

与发散思维着重训练灵活跳脱、出奇制胜的思维能力不同,归纳着重训练的是高度概括、强度梳理的逻辑思维能力。如果说发散思维能够让你拥有一个灵活的创造性的头脑,归纳则会送给你一个大局的眼光。拥有这种大局的眼光,你就会看到那条隐藏在零零散散的知识或试题后面的逻辑红线。发散能力不强,你会固步自封而趋于死板;归纳功夫不好,你就会亦步亦趋而陷入题海,甚至被题海淹没。事实上,每一道题都可以归纳到一种解题类型,如果你掌握了归纳的方法,浩如烟海的习题便会化解为几种清晰的模式。

■2.《海淀大归纳》全面体现了归纳思维的逻辑魅力。

《海淀大归纳》集中了北京市海淀区重点中学部分特级、高级教师的集体智慧和多年的教学经验,全套丛书以单元或知识点为单位,着重归纳总结了中学生在解题过程中所遇到的关键问题和习题类型。对概念和概念的关系、知识与知识的衔接、习题与考点之间的关系、习题的基本样式以及基本的解题方法等问题,《海淀大归纳》都进行了条分缕析的总结和归纳,条理清晰,层次分明,重点突出。应该说,《海淀大归纳》丛书是帮助你把书读薄的助手,是帮助你学习突飞猛进,能力大幅度提高的阶梯。

事实上,在中高考应试中,每位学生所面对的几十道试题,与平常学习时所解答的习题数量相比,简直就是九牛一毛,但有时又确实让你无所适从。而学会归纳这种学习方法,注意随时随地归纳整理所学过的知识,使庞杂的知识有机地形成一个能力的网络,这样你就会从一个比较高的角度化繁为简、化散为整,从而能把握大局,胜券在手。

可以说,尽管中高考试题千变万化,让人眼花缭乱,穷于应付。但是,林林总总的试题却不外乎是命题内核的个别展现。如果你能够掌握知识网络的内在脉络,千变万化的试题就不外乎是表面上的花拳绣腿,不堪一击。

■3. 如果你学会了归纳的方法,你将无敌!

理论上的讲解终究是理智上的认识,能力上的真正提高,还需要动手解题。更何况解题模式的熟悉、认识和归纳,是以解题实践为基础的。《海淀大归纳》各单元中特别汇集的自我测试题的意义在于完全涵盖解题的基本类型。动动手,看看你的实战能力到底如何。

《海淀大归纳》丛书不仅以一种归纳的思维方式对初高中所必须掌握的知识进行了彻底的阐述,更重要的是想通过这样一种摹本,在帮助你整理归纳学习内容的同时,全面掌握归纳的学习方法。因为对每一个中学生来说,熟练地掌握这种学习方法比什么都更重要。

《大归纳》丛书撰稿人：

韩素兰	齐大群	李长健	闵贵云	赵文惠	郑宝惠
任宝利	黄 永	陈树华	金嘉珮	高慧娟	冉工林
吴淑芳	李泉林	赵德庆	黄革良	赵勛予	张 岩
赵 维	韩乐琴	黄万段	赵祖培	孙家麟	温 洪
黄彩英	耿京波	陈 平	王忠钦	李桂春	刘 红
黎栋才	欧湘易	朱兴国	王爱莲	张景山	李勇成
常 青	王小征	韩纪娴	张 燕	韩大年	闫世东
茅庆年	赵住丽	刘玉鑫	纪国栋	樊 福	王 铭
李 里	周 全	高贤发	孙 涛	刘建国	张 颖
孙大久	田 丽	金 云	田大方	石志华	高云涛
许兰珍	唐 洁	王明堂	刘 鸿	张淑芬	李新黔
魏新华	刘淑娴	王晓萍	孟平芬	邹淑琴	于晓霞
吴 琼	姚桂珠	辛福海	刘海燕	孙永忆	邹淑霞

目 录

第一部分 代 数

第一章	代数初步知识	3
第二章	有理数	6
第三章	整式的加减	10
第四章	一元一次方程	14
第五章	二元一次方程组	18
第六章	一元一次不等式和一元一次不等式组 ..	22
第七章	整式乘除	26
第八章	因式分解	30
第九章	分 式	35
第十章	数的开方	41
第十一章	二次根式	45
第十二章	一元二次方程	52
第十三章	函数及其图像	69
第十四章	统计初步	85
第十五章	代数综合归纳	88

第二部分 几 何

第一章	线段、角	119
第二章	相交线和平行线	123
第三章	三角形	129
第四章	四边形	141
第五章	相似形	157

第六章 解直角三角形	171
第七章 圆	180
第一节 圆的有关性质	180
第二节 直线与圆的位置关系	187
第三节 圆和圆的位置关系	197
第四节 正多边形和圆	204
第八章 几何综合归纳	213
参考答案	260



D Haidian
aguina

第一部分
代数

海连大归纳
初中数学



第一章 代数的初步知识

一、关键问题归纳

■1. 用字母表示数是代数的重要特点

字母可以表示任意数,它具有数值的运算性质,为了表示数或数量之间的关系,可以把它和数字用运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)连接起来,列出代数式.

■2. 代数式也可以表示数

当代数式中的字母取定一个值时,代数式的值也就随之确定.随着字母的取值改变,代数式的值一般也随之改变.代数式也具有数值的性质,可以进行运算.

■3. 两个代数式的大小关系

如果是相等的,就可以用等号连接,就成为公式或方程;如果是不相等的就可以用不等号($>$, $<$, $\neq$, $\geq$, $\leq$)连接,成为不等式.

二、习题类型例说

■1. 判断一个式子是否是代数式

例1 判別下列各式哪些是代数式,哪些不是代数式.

$$(1) a^2 + ab + b^2$$

$$(2) S = \frac{1}{2}(a+b)h$$

$$(3) -\pi$$

$$(4) 2\pi r$$

$$(5) x^2 + y^2 \geq 0$$

$$(6) x + y + 1 = 0$$

$$(7) x \neq 0$$

$$(8) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 1\frac{5}{6}$$

$$(9) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$(10) \frac{a-b}{a+b}$$

解:(1),(3),(4),(9),(10)都是代数式.而(2),(5),(6),(7),(8)不是代数式.

例2 下列各式中是代数式的有()个.

$$a+b+c=m+n+p, 3a+2b, x, S=2\pi R, 5>3,$$

$$2x+3y=8, 4\frac{1}{2}.$$

(A) 1个

(B) 2个

(C) 3个

(D) 4个

解:是代数式的是 $3a+2b, x, 4\frac{1}{2}$, 共3个, 故选(C).

★解題心得归纳:

判定一个式子是不是代数式,关键在于式子之间不能出现表示大小关系的符号,即等号或不等号.另外,单独一个数字或字母也是代数式.

■2. 列代数式

例3 第二十届电视剧“飞天奖”今年有 a 部作品参赛,比去年增加了40%还多2部,设去年参赛的作品有 b 部,则 b 是 ()

$$(A) \frac{a+2}{1+40\%}$$

$$(B) a(1+40\%)+2$$

$$(C) \frac{a-2}{1+40\%}$$

$$(D) a(1+40\%)-2$$

(2000年北京东城区中考题)

解法1:列方程 $a = (1+40\%)b + 2$, 则 $b =$

$$\frac{a-2}{1+40\%}.$$

解法2:直接通过数量之间的关系进行分析.因为今年的参赛作品少2部,且是去年数量的1.4倍,所以去年的参赛作品数为 $\frac{a-2}{1+40\%}$.

例4 若一个四位数,它的千位数字与十位数字相同,百位数字与个位数字相同,求证这个四位数一定能被101整除.

证明:设这个四位数字千位数字与十位数字为 a ,百位数字与个位数字为 b ,则这个四位数可表示为

$$1000a + 100b + 10a + b = 1010a + 101b \\ = 101 \times (10a + b),$$

$\therefore 101$ 能够整除这个四位数.

★解題心得归纳:

列代数式的关键是明白题目中给定的数或数量的关系是什么,应该用什么样的运算来表示这种数量关系,特别是需要利用逆运算时要尤为重视.

■3. 求代数式的值

例5 求下列代数式的值.

(1) 当 $a=2, b=\frac{1}{3}$ 时,求 $a^2 - \frac{b}{a}$ 的值.

(2) 当 $m=2, n=1$ 时,求 $\frac{m(m-n)}{2m^2-2n^2}$ 的值.

解法1:(1) 当 $a=2, b=\frac{1}{3}$ 时,

$$a^2 - \frac{b}{a} = 2^2 - \frac{\frac{1}{3}}{2} = 4 - \frac{1}{6} = 3\frac{5}{6}.$$

(2) 当 $m=2, n=1$ 时,

$$\frac{m(m-n)}{2m^2-2n^2} = \frac{2 \times (2-1)}{2 \times 2^2 - 2 \times 1^2} = \frac{2}{8-2} = \frac{1}{3}.$$

解法2: $\frac{m(m-n)}{2m^2-2n^2} = \frac{m(m-n)}{2(m^2-n^2)}$

$$= \frac{m(m-n)}{2(m-n)(m+n)}$$

$$= \frac{m}{2(m+n)}$$

$$\text{当 } m=2, n=1 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{2 \times (2+1)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

★解題心得归纳:

求代数式的步骤:

- (1) 指出代数式中的字母所取的值;
- (2) 提写原代数式;

(3) 将字母的值代入代数式中;

(4) 按规定的运算方法进行计算,同时要注意如果代数式能化简,要先化简再求值.

■4. 归纳出代数式或公式

例6 (河南省)观察下列等式:

$$9-1=8$$

$$16-4=12$$

$$25-9=16$$

$$36-16=20$$

.....

这些等式反映出自然数间的规律.设 n 表示自然数,用关于 n 的等式将此规律表示出来:_____.

$$\text{解: } (n+2)^2 - n^2 = 4(n+1).$$

例7 (广西)观察下列各正方形图案,每条边上由 $n(n \geq 2)$ 个圆点,每个图案中圆点的总数是 S .

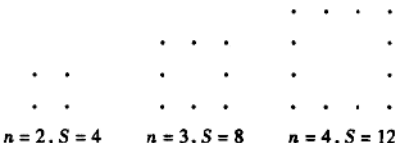


图 1-1

按此规律推断出 S 与 n 的关系为_____.

解法1:每边乘以4,则每个角上圆点多算一次,则 $S=4n-4$.

解法2:如果中间也涂上圆点,则圆点个数

$$S = n^2 - (n-2)^2 \\ = (n+n-2) \times 2 \\ = 4n-4.$$

解法3:按右图分类,则

$$S = 4(n-1) = 4n-4.$$

故答案为 $S=4n-4$ 或 $S=4$

$$(n-1) \text{ 或 } S = n^2 - (n-2)^2.$$

图 1-2

例8 商店出售葵花籽,数量 x 与售价 y 如下表:

数量 x (g)	售价 y (元)
100	$0.66 + 0.08$
200	$1.32 + 0.08$
300	$1.98 + 0.08$
400	$2.64 + 0.08$

(1) 写出用数量 x (kg)表示售价 y 的公式.

(2) 计算4.5 kg 葵花籽的售价.

解:(1) $y = 0.66 \times 10x + 0.08 = 6.6x + 0.08$.

(2) 当 $x=4.5$ 时, $y=6.6 \times 4.5 + 0.08 = 29.78$.

答: 公式为 $y = 6.6x + 0.08$, 4.5 kg 葵花籽售价 29.78 元.

★解題心得归纳:

这种归纳的方法叫做不完全归纳, 通过观察比较归纳出规律, 但是这种规律是需要我们来证明的, 证明后就可以应用了.

三、自我测试

一、选择题

- 如果两数之积为 10, 其中一个数是 a , 这两个数的和是 ()
 (A) $a + 10$ (B) $a + 10a$
 (C) $a + \frac{a}{10}$ (D) $a + \frac{10}{a}$
- 被 5 除商为 n 余 1 的数, 用代数式表示是 ()
 (A) $5n + 4$ (B) $5n - 1$
 (C) $5n + 1$ (D) $5n - 3$
- 甲、乙两地距离是 m km, 一汽车从甲地开往乙地, 汽车速度为 a km/h, 现在走了一半路程, 它所行的时间是 ()
 (A) $\frac{1}{2}ma$ (B) $\frac{m}{2a}$
 (C) $\frac{m}{a}$ (D) $\frac{1}{2}m + a$

二、填空题

1. 某工厂第一年的产量是 a , 每年以 $n\%$ 的速度增加, 第二年产量为 _____, 第三年产量为 _____.

2. 当 $\frac{2}{x} = 1$ 时, 代数式 $1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}$ 的值为 _____.

3. 学校锅炉房存有 m 天用的煤 a t, 要使储存的煤比预定的时间多用 n 天, 平均每天应节约煤 _____ 吨.
 (宁夏回族自治区)

三、解答题

- 某种储蓄的年利率为 12%, 存入 100 元本金, 求本息和(本金与利息的和) y 元与存入年数 x 之间的函数关系式, 并计算三年后的本息和. (海南省)
- 某企业出售一种收音机, 其成本是 24 元, 第一种销售方式是直接由厂家门市部销售, 每台售价 32 元, 而消耗费用每月支出 2400 元; 第二种销售方式是委托商店销售, 出厂价每台 28 元, 第一种与第二种销售方式所获得的利润分别用 y_1, y_2 表示, 销售的台数用 x 表示.
 (1) 用含 x 的代数式表示 y_1, y_2 .
 (2) 销售量每月达到 200 台时, 哪种销售方式获得利润多?
- 下列每个图是由若干盆花组成的形如三角形的图案, 每条边(包括顶点)有 n ($n > 1$) 盆花, 每个图案花盆总数是 S . 按此规律推断, S 用 n 表示的代数式是什么? 当 $n = 10$ 时, S 等于多少?

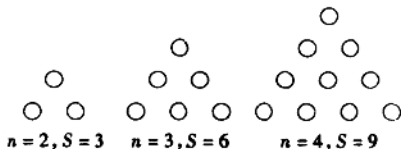


图 1-3

第二章 有理数

一、关键问题归纳

■1. 有理数的构成

除0以外的有理数有两个部分构成:绝对值和符号.有理数中大于0的数是正数,正数前加负号是负数.符号相反,绝对值相同的两个数互为相反数(0的相反数是0);正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,0的绝对值是0.

■2. 数轴

规定了原点、单位长度、正方向的直线叫做数轴.任何一个实数与数轴上的点是一一对应的,这就将数与形结合起来了.分属于原点的两侧,到原点距离相等的两个点所表示的数互为相反数;一点到原点的距离叫做这点所表示的数的绝对值.

■3. 有理数

有理数可以进行加、减、乘、除、乘方的运算,既要掌握运算法则、运算律,又要掌握运算顺序.运算法则是运算的基础和依据,运算规律能够使运算简化、运算顺序能保证运算结果的惟一、井然有序.

■4. 有理数有大小

从数轴上看,右边的数永远大于左边的数,正数大于0,负数小于0,正数大于负数.两个负数相比,绝对值大的反而小.比较两个数大小的方法有作差法,作商法,取中间量比较法等.

■5. 有理数的定义

整数和分数统称为有理数.从另一个角度来理解,有理数是可以写成两个整数比的数,即可比数(rational number).

二、习题类型例说

■1. 有理数的大小比较

例1 比较下列各组数的大小,并用“<”连结起来.

$$(1) -0.01, -0.28, -\frac{2}{7};$$

$$(2) -\frac{11}{15}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{5}.$$

解:(1) $\because |-0.001| = 0.01, |-0.28| = 0.28,$

$$\left| -\frac{2}{7} \right| = \frac{2}{7} \approx 0.2857,$$

$$\text{又} \because 0.2857 > 0.28 > 0.01,$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < -0.28 < -0.01.$$

$$(2) \because \left| -\frac{11}{15} \right| = \frac{11}{15}, \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} = \frac{10}{15},$$

$$\left| -\frac{3}{5} \right| = \frac{3}{5} = \frac{9}{15}.$$

$$\text{又} \because \frac{11}{15} > \frac{10}{15} > \frac{9}{15},$$

$$\therefore -\frac{11}{15} < -\frac{2}{3} < -\frac{3}{5}.$$

例2 比较 $-\frac{7}{8}$ 与 $-\frac{8}{9}$ 的大小.

解法1:作差法.

$$\therefore -\frac{7}{8} - \left(-\frac{8}{9} \right) = -\frac{7}{8} + \frac{8}{9} = \frac{1}{72}.$$

$$\therefore -\frac{7}{8} > -\frac{8}{9}.$$

解法2:把分母化为相同.

$$\therefore \left| -\frac{7}{8} \right| = \frac{7}{8} = \frac{63}{72}, \left| -\frac{8}{9} \right| = \frac{64}{72},$$

$$\text{又} \because \frac{63}{72} < \frac{64}{72}, \therefore -\frac{7}{8} > -\frac{8}{9}.$$

解法3:把分子化为相同.

$$\therefore \left| -\frac{7}{8} \right| = \frac{7}{8} = \frac{56}{64}, \left| -\frac{8}{9} \right| = \frac{8}{9} = \frac{56}{63},$$

$$\text{又} \because \frac{56}{64} < \frac{56}{63}, \therefore -\frac{7}{8} > -\frac{8}{9}.$$

解法4:作商法比较.

$$\therefore \left| -\frac{7}{8} \right| = \frac{7}{8}, \left| -\frac{8}{9} \right| = \frac{8}{9},$$

$$\therefore \frac{\frac{7}{8}}{\frac{8}{9}} = \frac{63}{64} < 1.$$

$$\therefore \frac{7}{8} < \frac{8}{9}, \therefore -\frac{7}{8} > -\frac{8}{9}.$$

★解題心得归纳:

比较几个负数的大小,一般先求它们的绝对值,再把这几个数用小数或同分母(或同分子的数)来表示,用小数或分数比较大小的方法进行比较,最后用“两个负数相比较,绝对值大的反而小”作出结论.

例3 2000年11月1日人口普查的结果是:我国现有人口约为1295330000人,用科学记数法表示为

()

(A) 12.9533×10^7 (B) 12.9533×10^8

(C) 1.29533×10^8 (D) 1.29533×10^9

(2001年北京市东城区中考模拟题)

解:本题应选(D).

例4 北京市申办2008年奥运会,得到全国人民的热情支持.据统计,某一日北京申奥网站的访问人次为201947,用四舍五入法保留两位有效数字的近似值为

(A) 2.0×10^5 (B) 2.1×10^5

(C) 2.2×10^5 (D) 2×10^5

解:应选(A).

★解題心得归纳:

科学记数要求是含1位整数的小数乘以10的n次幂.

■3. 利用数轴进行绝对值的化简及求值

例5 已知有理数a, b, c在数轴上位置如图所示,化简下列各式.

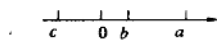


图2-1

(1) $-3|c| + 2|b| + 4|b-a|$;

(2) $|c-b| + |a-c| + |b+c|$.

解:(1) $\because c < 0, b > 0, b-a < 0$,

$$\begin{aligned} \therefore -3|c| + 2|b| + 4|b-a| \\ = -3 \times (-c) + 2 \times b - 4(b-a) \\ = 3c + 2b - 4b + 4a \\ = 4a - 2b + 3c. \end{aligned}$$

(2) $\because c-b < 0, a-c > 0, b+c < 0$,

$$\begin{aligned} \therefore |c-b| + |a-c| + |b+c| \\ = -(c-b) + (a-c) - (b+c) \\ = -c + b + a - c - b - c \\ = a - 3c. \end{aligned}$$

例6 如果a, b, c, d是互不相等的有理数,且 $|a-c| = |b-c| = |d-b| = 1$,则 $|a-d| =$

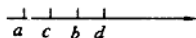


图2-2

解:利用数轴来作a点,位置如图.

$\because |a-c| = 1$, $\therefore c$ 点离a点的距离为1.

假设c点在a点右侧,

又 $\because |b-c| = 1, |d-b| = 1$.

$\therefore a, c, b, d$ 位置如图.

则 $|a-d| = 3$.

★解題心得归纳:

利用数轴去掉绝对值符号,直观简便,但要注意去掉绝对值符号后要添括号.

■4. 利用分类讨论进行化简及求值

例7 已知a与b互为倒数,且 $|a| = \frac{1}{2}$,求代数式 $2a^2 - 3ab + 2b$ 的值.

解: $\because |a| = \frac{1}{2}, \therefore a = \pm \frac{1}{2}.$

又 $\because a, b$ 互为倒数,

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = 2; a = -\frac{1}{2}, b = -2.$$

当 $a = \frac{1}{2}, b = 2$ 时,

$$\begin{aligned} & 2a^2 - 3ab + 2b \\ &= 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{1}{2} \times 2 + 2 \times 2 \\ &= \frac{1}{2} - 3 + 4 \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

当 $a = -\frac{1}{2}, b = -2$ 时,

$$\begin{aligned} & 2a^2 - 3ab + 2b \\ &= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2) + 2 \times (-2) \\ &= \frac{1}{2} - 3 - 4 = -\frac{13}{2}. \end{aligned}$$

例 8 已知 $ab < 0, a < b, |a| = 3, |b| = 2$. 求 a^b .

解: $\because ab < 0, a < b$

$\therefore a < 0, b > 0$,

$\therefore |a| = 3, a < 0, \therefore a = -3$,

$|b| = 2, b > 0, \therefore b = 2$.

$\therefore a^b = (-3)^2 = 9$.

★解題心得归纳:

要注意解可能不惟一,又不要使结论增加,即不杂不漏.

■5. 有理数计算

例 9 计算下列各题.

$$(1) \left[3\frac{1}{3} \div \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5} \right]^4 - 3 \times (-3)^3 - (-5)^2;$$

$$(2) \left[55 - \left(\frac{7}{9} - \frac{11}{12} + \frac{1}{6}\right) \times (-6)^2 \right] \div (-3)^3.$$

$$\begin{aligned} \text{解: (1)} \quad & \left[3\frac{1}{3} \div \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5} \right]^4 - 3 \times \\ & (-3)^3 - (-5)^2 \\ &= \left[-\frac{10}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} \right]^4 + 3 \times 3^3 - 25 \\ &= 81 + 81 - 25 \\ &= 137; \end{aligned}$$

$$(2) \left[55 - \left(\frac{7}{9} - \frac{11}{12} + \frac{1}{6}\right) \times (-6)^2 \right] \div$$

$$(-3)^3$$

$$= [55 - (28 - 33 + 6)] \div (-3)^3$$

$$= (55 - 1) \div (-27)$$

$$= 54 \div (-27)$$

$$= -2.$$

例 10 某同学的家长为自己的孩子准备上高中的学习费用,从现在起每年定时存入银行 1 万元,分三次存入,整存整取,三年后同时取出,已知现在我国银行的利率是:

整存整取一年期年利率为 2.25%;

整存整取二年期年利率为 2.43%;

整存整取三年期年利率为 2.70%;

银行利息税为利息额的 20%. 求:

(1) 这位家长三年后取款时共得利息多少元?

(2) 这位家长三年后取款时共得本利和为多少元?

解:(1) 三年共得利息为:

$$(10000 \times 2.70\% \times 3 + 10000 \times 2.43\% \times 2 + 10000 \times 2.25\%) \times (1 - 20\%)$$

$$= (810 + 486 + 225) \times \frac{80}{100}$$

$$= 1216.8(\text{元})$$

(2) 三年共得本利和为:

$$30000 + 1216.8 = 31216.8(\text{元})$$

答:这位家长三年共得利息 1216.8 元,三年后共得本利和为 31216.8 元.

★解題心得归纳:

有理数计算要注意运算顺序,运算法则和运算律,与实际问题相结合,还要明确数量的实际意义.

三、自我测试

一、选择题

- 下列说法中,正确的是 ()
(A) 零除以任何有理数都得零
(B) 相反数等于它本身的有理数只有零
(C) 倒数等于它本身的只有 1
(D) 绝对值等于它本身的有理数只有 1
- 如果 a 表示有理数,那么下列说法正确的是 ()
(A) $-a$ 一定是负数
(B) $+a$ 与 $-a$ 一定不相等
(C) $(+a)$ 和 $-(-a)$ 是相反数

(D) $+(-a)$ 和 $-(+a)$ 一定相等

3. 两个有理数的和比其中任何一个加数都小, 那么这两个数 ()

(A) 同正

(B) 同负

(C) 异号

(D) 其中有一个为 0

4. 设 a 为有理数, 下列各式的值一定为正数的是 ()

(A) a^2

(B) $|a|$

(C) $a+1$

(D) a^2+1

二、填空题

1. $-10\frac{1}{10}$ 的相反数是 _____, 倒数是 _____, 绝对值是 _____.

2. 135790 用科学记数法应记为 _____, 精确到万位应表示为 _____, 保留 3 个有效数字为 _____.

3. 若 $|-x| = |-8|$, 且 $xy < 0$, 则 $x =$ _____.

4. 当 $a =$ _____ 时, $5-3(a-1)^2$ 的值最大, 这个值是 _____.

三、解答题

1. 计算下列各题:

$$(1) -0.5^2 + \frac{1}{4} - |-2^2 - 4| - \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{16}{27};$$

$$(2) -2^2 + (-0.1)^2 \div \left(-1\frac{1}{4}\right) - (-2)^2 \times \left(-\frac{1}{4}\right).$$

2. 求值:

若 $|x+3| + (y-1)^2 = 0$, 求 $\left(\frac{-4}{y-x}\right)^n$ 的值.

3. 已知有理数 a, b, c 在数轴上对应位置如下图:

则化简 $|c-1| + |a-c| + |a-b|$.

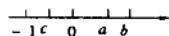


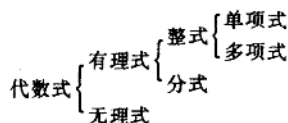
图 2-3

第三章 整式的加减

一、关键问题归纳

■1. 单项式、多项式、整式、代数式的相互关系

几个单项式的代数和组成多项式,单项式和多项式统称为整式.整式是代数式,但代数式不一定是整式,判断一个代数式是不是整式就看代数式的分母中是不是含字母.



■2. 单项式的次数和多项式次数的关系

单项式的次数是单项式中各字母指数的和;多项式的次数是多项式中次数最高的次数.多项式的次数是以单项式的次数为基础的.

■3. 同类项的概念

多项式中所含字母相同,并且相同字母的指数也相同的项叫同类项,根据乘法分配律(逆用),可以把同类项合并,这是一个等值变形.

■4. 整式的加减要先去括号,再合并同类项

去括号时要注意:去括号时,连同括号前的符号一起去掉,要特别注意括号前是“-”号时,去括号后括号里的各项的符号都改变.添括号时要注意:一般要明确把哪些项放在括号里,以及括号前用什么样的符号,要特别注意把某些项括到前面带“-”号的括号内时,各项符号要改变.去括号与添括号都是等值变形.

■5. 升(降)幂排列

升(降)幂排列是按照多项式中某个字母的指数大小进行排列.

二、习题类型例说

■1. 判断单项式、多项式、整式

例1 下列代数式中单项式共有()个.

$$\frac{x^2-3}{5}, -xy^2, -0.5, \frac{a}{3}, \frac{1}{x-y}, ax^2+bx+c,$$

$$a^3b^3, \frac{ab}{5}.$$

(A)2 (B)3 (C)4 (D)5

解:正确选项是(D).它们是 $-xy^2, -0.5, \frac{a}{3},$

$$a^3b^3, \frac{ab}{5}.$$

例2 下列代数式中多项式共有()个.

$$\frac{3-x}{4}, a-b-c, -3, \frac{b-1}{a}, -x^2-2x+3, \frac{1}{x^2}+5,$$

$$-abc.$$

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

解:正确答案是(C).

它们是 $\frac{3-x}{4}, a-b-c, -x^2-2x+3.$

★解題心得归纳:

$$\frac{3-x}{4} = \frac{3}{4} - \frac{x}{4}, \text{所以它是多项式, } \frac{1}{x^2} + 5 \text{ 分母中}$$

不含字母,它不是多项式.要注意单项式、多次式、整式、代数式的区别与联系.