工程数学基础

上 册

大连工学院《工程数学基础》编写组

人民教育出版社

工程数学基础
上　册
大连工学院《工程数学基础》编写组
*
人民教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
人民教育出版社印刷厂印装
*
1976年1月第1版　1976年5月第1次印刷
书号13012·020　定价1.05元

编者说明

在伟大的批林批孔运动中，遵照毛主席关于“**认真看书学习，弄通马克思主义**”和“**教材要彻底改革**”的指示，在学校党委领导下，我们认真地学习了马、列和毛主席的有关哲学著作以及马克思的《数学手稿》，开展了对旧数学教材的分析批判，并在总结几年来教育革命实践的基础上编写了反映工科院校特点的《工程数学基础》教材。

本教材努力用马克思《数学手稿》的观点阐述微积分的基本概念；坚持理论和实践的统一；贯彻少而精的原则；为便于工农兵学员学习和有利于在教育革命实践中结合生产任务进行教学，在体系上将工科院校必要的数学知识统一安排，使微积分的基本概念较早出现；加强了与电子计算机有关的某些数值计算的内容，增添了算法语言初步，以适应我国社会主义建设和科学技术迅速发展的需要；在叙述方法上力求通俗易懂，便于学员自学，每章开头有内容的梗概介绍，最后有小结。

全书共十四章，分上、下两册。导数与定积分的基本概念在上册第七章就已出现。指数函数、对数函数和三角函数在下册的第八章、第九章，有的专业需要提前的话，可以提前教学。第十二章微分方程，第十三章无穷级数，第十四章算法语言初步，各专业可以根据需要选用。最后有两个附录，一是复数，是结合电工学写的；一是矩阵和线性方程组，是结合上计算机计算的需要写的。本教材可供工科院校及厂办工人大学有关专业参考。

本教材在编写和修改过程中，得到了北京航空学院、吉林工业

大学、西北电讯工程学院、大连铁道学院、大连工矿车辆厂、大连缝纫机厂、大连第二机床厂工人大学、红旗造船厂工人大学、大连机床厂工人大学等兄弟单位的大力支持，在此表示谢意。

由于我们对无产阶级专政理论学习不够，对毛主席的教育革命思想理解不深，学习马克思《数学手稿》还刚刚开始，理论水平有限，加以实践经验不足，书中肯定会存在不少缺点和问题，望工农兵学员、革命教师和广大读者批评指正。

大连工学院《工程数学基础》编写组

1975 年 10 月

目　录

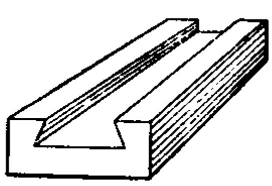
第一章　形和数的基本知识

恩格斯指出:“**数和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的。**”“**纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系,所以是非常现实的材料。**”① 人们在长期生产实践中,逐步形成了形和数的概念，随着生产的发展，形和数的内容也越来越丰富。形和数既有区别,又有联系,是互相补充的;在一定条件下,它们可以互相转化。

关于形和数的一些初步知识,比如：线段、直线和射线；角和角度制；正方形、矩形、三角形和圆等；小数、分数、正负数及其四则运算等等,这些大家都比较熟悉了。本章将在此基础上,介绍形和数的基本知识,使大家对数学研究的对象有进一步的了解,同时也为后面的学习作些准备。

第一节　形的概念和面积

生产各种产品,如机床上的燕尾槽和载油车上的贮油筒等(图 1-1),都要求有一定的形状和大小。



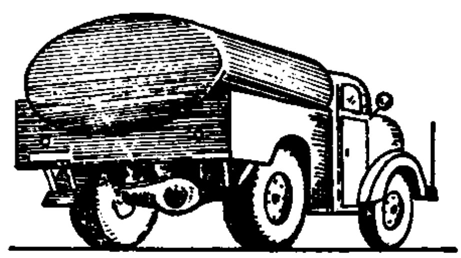


图　1-1

① 恩格斯:《反杜林论》,人民出版社 1970 年版 第 35 页。

人们在考察各种物体的形状、大小和位置的关系时，撇开了物体的具体属性，把各种物体进行比较，经过反复实践，就产生了几何图形的概念。几何图形也简称为图形。在这里，我们主要研究平面图形。燕尾槽的端面、贮油筒的截口(图 1-2)以及矩形、三角形和圆等都是平面图形。

图 1-2

现实世界的物体是千变万化的，它们的图形也是各种各样的。但概括起来说，平面图形不外乎是直边形和曲边形两类：燕尾槽的端面以及矩形、三角形等都是直边形，而贮油筒的截口和圆等都是曲边形。

为了比较图形的大小，再说一说两个图形全等的概念。比如，木工师傅把一块样板按在木板上，画下它的图形，然后照图形锯下来，得到一块和原来样板完全一样的木板，即样板和锯下来的木板能重合在一起。象这样能够完全重合在一起的两个平面图形叫做全等。图 1-3 中的两个三角形就是全等的。由图可以看出，两个全等的三角形的对应角、对应边都是相等的。

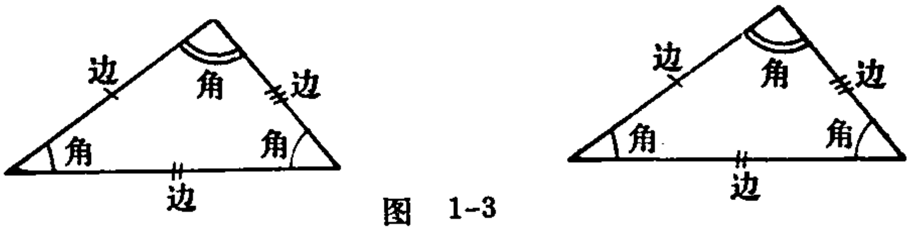


图 1-3

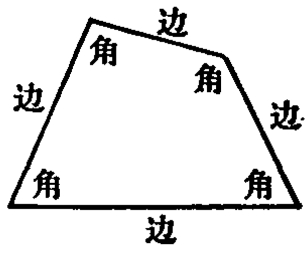


图 1-4

我们看到，直边形虽各种各样，但它们有共同的特点：总是由一些角和一些边所组成的。比如三角形有三个角和三条边，四边形有四个角和四条边 (图 1-4)，而边与边又是两两相交的。为了便于研究直边形的性质，

下面我们先研究直线的相交和平行的问题。

一、直线的相交和平行

先说一说角的概念。角也可以看成一条射线绕它的端点旋转而得到。如图 1-5，一条射线绕端点 O，从 OA 位置转到 OB 位置，就形成了一个角，端点 O 叫做角的顶点，OA 和 OB 叫做角的两条边。用符号“$\angle$”表示角，图 1-5 中的角就可记为 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$，表示顶点 O 的字母必须写在其他两个字母中间。如果不会同其他

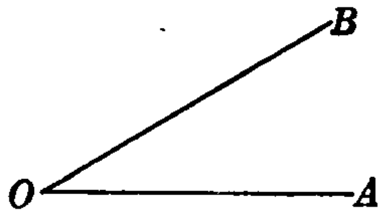


图 1-5

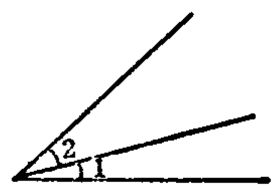


图 1-6

角发生混淆时，$\angle AOB$ 可以简写为 $\angle O$。为了简便，有时在角的里面标上数字来表示角，如图 1-6 中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$。

图 1-7 中，射线 OB 和 OA 形成反向时的 $\angle AOB$ 叫做平角。平角等于 $180°$。我们把平角的一半，也就是 $90°$ 的角叫做直角。图 1-8 中，$\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 都是直角。通常用的三角板，它的三个角中有一个角就是直角。

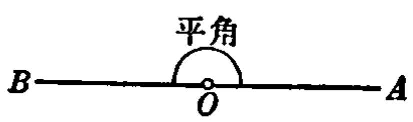


图 1-7

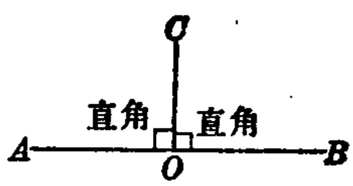


图 1-8

两条直线相交，形成四个角（图 1-9）。把互相对着的两个角叫做对顶角。图中的 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角；$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 也是对顶角。由于 $\angle 1+\angle 3=180°$，$\angle 2+\angle 3=180°$，所以 $\angle 1=\angle 2$；根据同样的道理，还有 $\angle 3=\angle 4$。这就是说，两直线相交时，对顶角相等。

两条直线相交的交角是直角时，就说这两条直线互相垂直。如

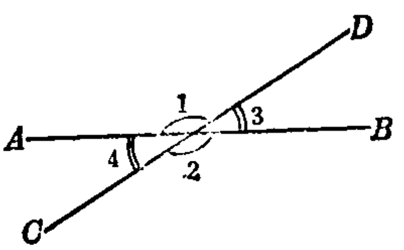


图 1-9

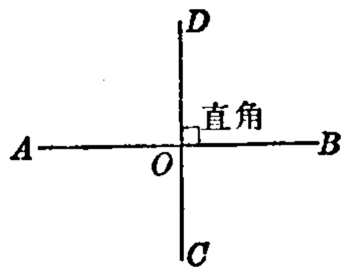


图 1-10

图 1-10，直线 AB 与 CD 就是互相垂直的。用符号“$\perp$”表示垂直，AB 垂直于 CD 就记为 $AB\perp CD$。两条互相垂直的直线，其中一条叫做另一条的垂线，它们的交点叫做垂足。

垂线在生产和生活实际中应用较广，比如铅垂线和水平线、机械零件图纸中的十字线、房屋的柱和梁都是互相垂直的。

过一点画一条直线的垂线，可以用三角板来画，它的画法如下：图 1-11 表示经过直线 AB 外一点 M 画 AB 的垂线的方法；图 1-12 表示经过直线 AB 上一点 P 画 AB 的垂线的方法。

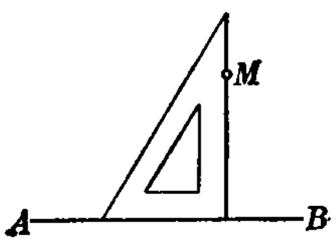


图 1-11

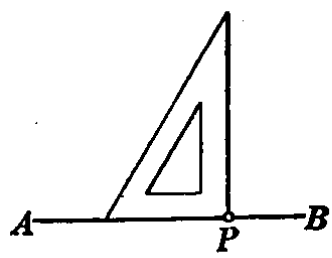


图 1-12

在生产实践和日常生活中，我们看到在一段铁路上两条笔直的铁轨(图 1-13)、黑板的两条对边，它们无论怎样延长也不会相交。人们从这些事实中总结出平行线的概念。

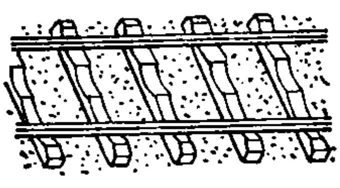


图 1-13

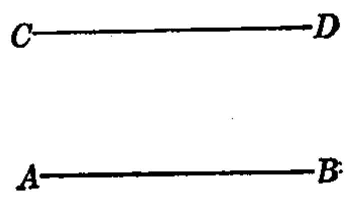


图 1-14

在同一平面内，如果两条直线不相交，就说这两条直线互相平

行。如图 1-14，直线 AB 与 CD 就是互相平行的。用符号"$\parallel$"表示平行，AB 平行于 CD 就记为 $AB\parallel CD$。

在工程技术中，常常需要在图纸上画平行线，怎样画法呢？

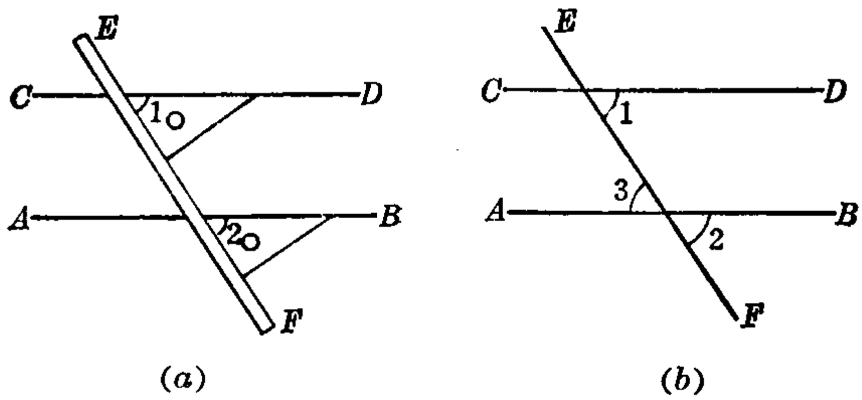


图 1-15

画平行线的一种办法是：用一块三角板紧贴直尺边缘，先画一条直线 AB，然后向下或向上移动三角板，再画另一条直线 CD（图 1-15(a)），这两条直线就互相平行了。通常把三角板紧靠直尺边缘的这种向下或向上的移动，叫做平行移动。如果再沿直尺边缘画一条直线 EF 与 AB、CD 相交（图 1-15(b)），那末交角$\angle 1$、$\angle 2$ 都是三角板中的同一个角，它们应该相等，即

$$\angle 1=\angle 2。$$

从图中还可以看出$\angle 2$、$\angle 3$ 是对顶角，即$\angle 2=\angle 3$，所以

$$\angle 1=\angle 3。$$

由于$\angle 1$和$\angle 2$均位于右下侧，位置相同，通常就把$\angle 1$和$\angle 2$叫做同位角。$\angle 1$ 和$\angle 3$ 在平行线之内，且位置相错，通常就把$\angle 1$ 和$\angle 3$ 叫做内错角。类似地，另外还有三对同位角，一对内错角。

从以上的分析，得到：

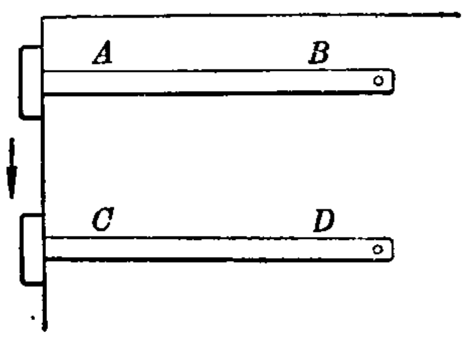
两条直线被第三条直线所截，如果同位角或内错角相等，那末这两条直线互相平行。可以用它来判别两条直线是否平行。

反过来说也是正确的，即

如果两条平行线被第三条直线所截，那末同位角相等、内错角

相等。这是平行线的一条性质。

画平行线的另一种办法是：用丁字尺紧靠图板边缘，先画一条直线 AB，然后把丁字尺向下或向上平行移动一个距离，再画另一条直线 CD(图 1-16(a))，这两条直线就互相平行了。从上面画平行线的过程中，可以得到平行线的另一条性质：两平行线间的距离处处相等(图 1-16(b))。



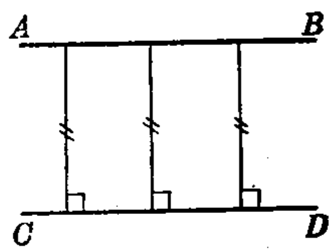


图 1-16

例 1 如图 1-17，已知 $AB \parallel CD$，且 $\angle 1=60°$，求 $\angle 3$ 的度数。

解：因为 $AB \parallel CD$，$\angle 1$、$\angle 2$ 是同位角，所以

$$\angle 2=\angle 1=60°。$$

又因 $\angle 2$、$\angle 3$ 的和是一个平角，所以

$$\angle 3=180°-\angle 2=180°-60°=120°。$$

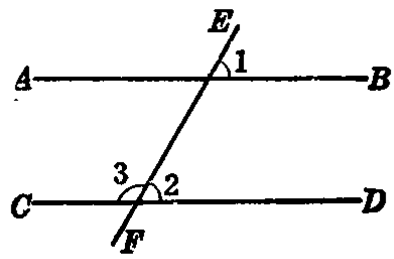


图 1-17

二、三角形的内角和

"一切客观事物本来是互相联系的和具有内部规律的"。三角形的三个内角有什么联系呢？大家用量角器把常用的两块三角板的每个内角量一下，便知道这些内角分别是30°、60°、90°，45°、45°、90°(图 1-18)，而每个三角形的三内角和都是 180°，即

$$30°+60°+90°=180°,\quad 45°+45°+90°=180°。$$

这个结论是否具有一般性呢？也就是说，任意一个三角形，它

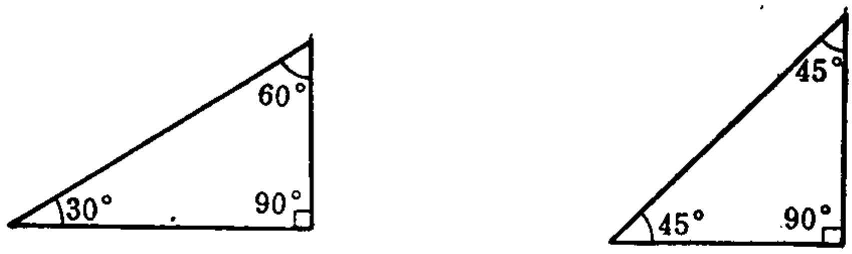


图 1-18

的三内角和是否都等于 180°？在回答这个问题之前，为说明方便起见，我们介绍三角形的符号及有关的名词。三角形三条边两两相交，三个交点叫做顶点。比如图 1-19，如果用字母 A、B、C 表示三个顶点，用符号"△"表示三角形，那末这个三角形就记为 $\triangle ABC$。$\triangle ABC$ 的三个角记作 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$，它的三条边记作 AB、BC、CA。

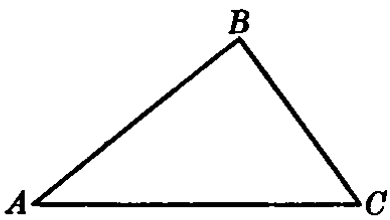


图 1-19

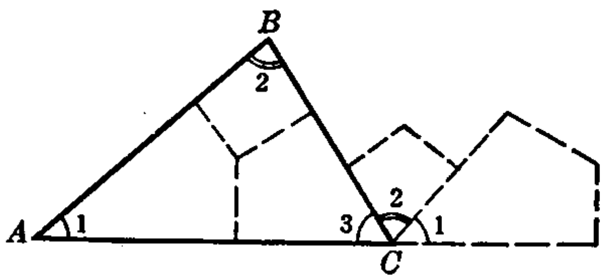


图 1-20

如图 1-20，在纸板上任意画一个 $\triangle ABC$。由于一个平角等于 180°，如果能把这个三角形的三内角 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 拼成一个平角，那末任一个三角形的三内角和必定是 180°，问题就解决了。如图，把 $\triangle ABC$ 沿虚线剪成三块，把左边的一块平行移动到 C 点，$\angle A$ 就转化成 $\angle 1$；由内错角相等，$\angle B$ 就转化成 $\angle 2$，即把上面的一块旋转一下，刚好能拼在两块中间。可见

$$\angle A+\angle B+\angle C=180°。$$

于是，得到三角形三内角和的定理：

定理 三角形的三内角和等于 180°。

例 2 如图 1-21，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=30°20'$，$\angle C=75°$，求 $\angle B$ 的度数。

解：因为三角形的三内角和等于 180°，所以

$$\angle B=180^\circ-30^\circ20'-75^\circ$$
$$=149^\circ40'-75^\circ=74^\circ40'。$$

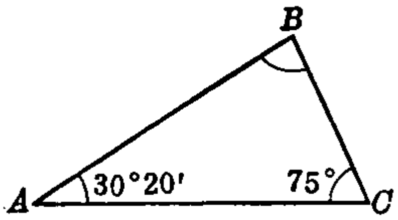


图 1-21

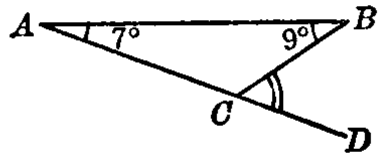


图 1-22

例 3 飞机从 A 地飞往 B 地，因受侧风的影响，一开始就偏离航线 AB，飞到了 C 点。如图 1-22，已知偏航角 A 为 7°，偏离角 B 为9°，求修正角 BCD 的度数。

解：因为 $\angle A=7^\circ$，$\angle B=9^\circ$，所以

$$\angle C=180^\circ-(7^\circ+9^\circ),$$

又因 $\angle C$ 与 $\angle BCD$ 的和是一个平角，于是

$$\angle BCD=180^\circ-\angle C=180^\circ-[180^\circ-(7^\circ+9^\circ)]$$
$$=7^\circ+9^\circ=16^\circ。$$

通常把 $\angle BCD$ 叫做 $\triangle ABC$ 的外角。这个例题告诉我们，三角形的外角等于两个不相邻的内角之和，即

$$\angle BCD=\angle A+\angle B。$$

由于一个直边形总可以分解为几个三角形，因此，直边形的内角和总可以求得。

例 4 求六角螺母的每个内角。

解：我们把各边相等、各内角也相等的多边形叫做正多边形。六角螺母的正面图(图 1-23)是一个正六边形。

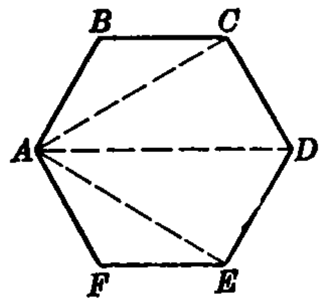


图 1-23

把这个正六边形分解为四个三角形，可以看出，这个正六边形的内角和，就是这四个

三角形内角和的总和，即

$$六角螺母的内角和=4\times180^\circ=720^\circ。$$

又因六角螺母的六个内角都相等，所以每个内角等于内角和的$\frac{1}{6}$，即

$$六角螺母的每个内角=\frac{1}{6}\times720^\circ=120^\circ。$$

由以上两段的讨论，可以看出，角在分析直边形的问题时是起一定作用的。我们不但要学会用直角或内错角、同位角去判断两直线的垂直或平行，而且还要学会利用平行线的性质和三角形内角和定理，分析角与角之间的关系。

在以后的几章里，我们还将继续研究直边形中的边与边、边与角的关系，并用数量表达出来。

三、等腰三角形和等边三角形

如前所述，多边形内角和的大小，是与边数的多少密切相关的，这是边与角互相制约的一个侧面。对于一个三角形来说，边与角也是互相依赖、互相制约的。现在就两类特殊的、常用的三角形来分析，这两类三角形就是等腰三角形与等边三角形。

象人字屋架(图 1-24(a))那样，有两条边相等的三角形，叫做等腰三角形。在等腰三角形中相等的两条边叫做腰，第三边叫做底边，两腰的夹角叫做顶角，底边和腰的夹角叫做底角(图 1-24(b))。

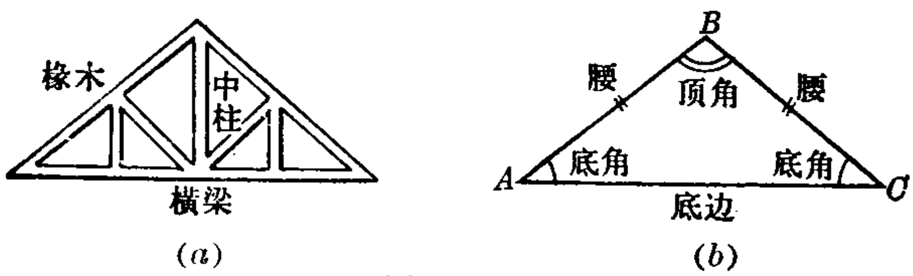


图 1-24

我们在纸上画一个等腰三角形，把它剪下来，然后再对折起来，能得到两个全等的三角形。事实上，如图 1-25，若$\angle B$是顶角，作它的平分线BD，以BD为折痕把$\triangle ABD$折过来，由于$\angle ABD=\angle CBD$，BA必然落在BC上。又因为$BA=BC$，所以A点就落到了C点上，从而AD与CD也重合在一起。因此，$\triangle ABD$和$\triangle CBD$确实是两个全等的三角形。$\triangle ABD$全等于$\triangle CBD$可记为$\triangle ABD\cong\triangle CBD$，其中符号“$\cong$”表示全等。由上所述，便得到等腰三角形的一条重要性质：

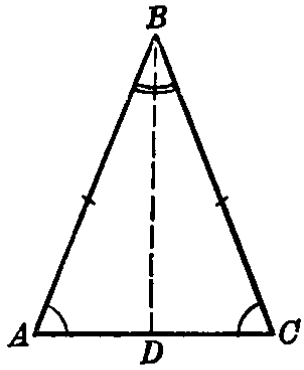


图 1-25

等腰三角形的两底角相等。

反之，如果一个三角形有两个角相等，它就是等腰三角形。证明方法与前面类似，因此证明从略。

上述性质，反映了等腰三角形边与角互相依赖、互相制约的关系。

例 5 人字屋架的椽木$BA=BC$（图 1-26），$\angle ABC=120°$，求椽木和横梁的夹角。

解：因为$\triangle ABC$是等腰三角形，所以

$$\begin{aligned}\angle A&=\angle C\\&=\frac{1}{2}(180°-\angle ABC)\\&=\frac{1}{2}(180°-120°)\\&=30°,\end{aligned}$$

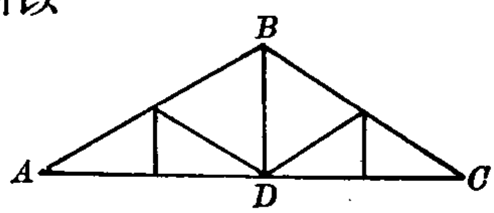


图 1-26

即椽木和横梁的夹角为 30°。

三边都相等的三角形叫做等边三角形（图 1-27）。可以把等边三角形看作是等腰三角形的特殊情形。于是，由等腰三角形两