轴测投影

理论与应用

（罗马尼亚） M·[illegible] [illegible]
N·[illegible] 著

机械工业出版社

轴测投影理论与应用

〔罗马尼亚〕 M·S T·包太兹 N·P·米列斯库 著

李世铨 译

陆守道 校

机械工业出版社

本书共分三篇（十章）。第一篇是总论，介绍轴测投影简史、平行投影特性、射影变换、几何变换和有关基础定理。第二篇是正轴测投影和斜轴测投影，阐述这两种轴测投影原理、基本参数关系、参数图解法和基本画法。第三篇是特殊轴测投影，介绍中心轴测投影、多维轴测投影和曲线轴测投影。

在附录中译者介绍了奥地利霍恩伯格的轴测投影安画法。

本书可供高等院校机械和建筑等专业的师生、研究生，以及从事设计绘图的专业人员参考。

AXONOMETRIA

Prof. dr. MIHAIL Ș T. BOTEZ

Ing. NICOLAE P. MIRESCU

EDITURA TEHNICĂ 1970

• • •

轴测投影理论与应用

〔罗马尼亚〕 M·Ș T 包太兹　N·P·米列斯库 著

李世铨 译

陆守道 校

•

责任编辑：刘小慧　责任校对：刘志文

封面设计：肖　晴　版式设计：霍永明

责任印制：张俊民

•

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

中国农业机械出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

•

开本 850×1168 1/32 · 印张8¾ · 字数227千字

1988年11月北京第一版 · 1988年11月北京第一次印刷

印数 0.001—4,100 · 定价：4.40元

•

ISBN 7-111-00625-9/TH·97

译　序

罗马尼亚包太兹教授和米列斯库工程师合著的这本书是继1953年苏联格拉祖诺夫与切特维鲁辛合著的《轴测投影学》㊀之后又一本全面系统阐述轴测投影理论与应用的专著。该书不仅含有包太兹教授多年来的研究成果㊁，而且还包括苏联学者40年代到60年代的重要论著，文中还引用了德、英、法、意、捷、比、奥等国家的有关文献，使本书成为一本内容丰富的著作。在内容上，如对高斯定理、波尔克—施瓦茨定理、魏斯巴赫公式、施莱米赫定理、舒尔定理、贝斯金定理、克鲁帕定理等都有新的论证；对缩比圆、缩比三角形、切特维鲁辛的完全图象理论，轴测投影变换以及多维轴测投影、中心轴测投影和曲轴轴测投影等增加了新的介绍材料。在论述方式上采用许多数学符号与文字配合，节省了很多篇幅。

译文尽量采用我国目前通用的术语，但也采用了新术语，译者还对原文中的错误作了更正，对原书中有些解释不够充分的地方，参照有关德文、俄文和日文文献作了适当补充(包括增加了插图)。

为了介绍较新的成就，译者还编译了奥地利格拉兹工业大学霍恩伯格教授提出的轴测投影新画法。

在本书的翻译过程中曾得到北京航空学院陈剑南教授的热情支持，并承蒙北京轻工业学院陆守道副教授予以校阅，在此一并表示感谢。

由于译者水平所限，译文如有不妥之处，敬请读者指正。

李世铨

一九八五年七月

㊀ 我国有中译本，人民教育出版社，1956。

㊁ 包太兹教授于1946年著有《画法几何应用》和《画法几何学》专著，于1963年著有《轴测投影变换与合成》一书，同年还在苏联基辅发表"轴测投影平面变换"论文等。

原　　序

本书的编写意图是以初等数学形式阐述轴测投影平面模型的几何理论。书中只涉及欧几里得空间和具有实用意义的四维空间。

本书的叙述顺序是按轴测投影图的使用频率安排的。

为了便于参考罗马尼亚现有的理论书籍，需要一本象著者所写的《画法几何的应用》(Aplicatile Geometriei Descriptive，1946，罗马尼亚雅西）那样系统的文献综述。实际上本书也可以作为文献集锦。

在叙述方法方面，本书保持了传统形式。

本书可供用轴测投影理论和作图法解决实际问题的人使用，书中材料可作为高等院校教师讲授图学基础理论的参考，为大学生提供比较宽广的理论知识（这些内容在目前各工科专业教学中，由于课时减少而不能讲授）。此外，本书还可供设计工程师和研究院的有关研究人员参考。

著　者

本书所用符号

本书采用通用的数学符号和代号，以表示几何元素之间的各种关系和运算。

当用单个字母表示点、直线和平面时，如$\dot{A}$、$\bar{A}$和(A)，可将它们分别读作点A、直线A和平面A。不过在不会引起混淆的情况下，一般不使用这些符号，而只用字母表示。

表示各种几何关系的符号有：

$\parallel$——平行，$\nparallel$——不平行，$\dot{\parallel}$——全平行，$\underset{\cdot}{\parallel}$——半平行，$\in$——属于，$\notin$——不属于。

$\Longrightarrow$——意即。

$\forall$——全称符号，$\exists$——存在符号。

$\simeq$读作等价或相等，$\overline{\wedge}$读作射影。

对于四维空间，$\dot{\perp}$表示完全垂直，符号$\underset{\cdot}{\perp}$表示半垂直。

$\subset$和$\not\subset$分别表示包含和不包含。$\cap$表示相交。

可以认为一直线或平面上的点是一个集合。不含任何元素的集合叫做空集，用$\varnothing$表示。

并集运算符号$\cup$表示由某一个集合或另一集合或者两个集合的元素组成的一个新的集合。从几何观点出发，对这一含意稍作引伸将有利于本书的叙述。如A与B“联合”定义一直线。写作$\dot{A}\cup\dot{B}=\overline{AB}$，或$\dot{A}\cup\bar{\Delta}=(A,\Delta)$表示$A$点与$\Delta$直线定义一平面。因此，通过两个点的联合，一点和一直线的联合等可以看作是由其定义的一个空间。

这个观点不会给读者造成任何混淆。

目　录

第二篇 正轴测投影和斜轴测投影

第三篇 特殊轴测投影

第一篇 总　论

第一章 绪　论

§1.1 简　史

轴测投影画法最早出现在英国，它的奠基人是**威廉·费利什**(William Farish, 1759—1837)，他是英国剑桥大学的“杰克逊物理教授”。费利什在1820年的英国哲学学会“会刊”上发表了题为“论等测透视图”(On isometrical perspective)的论文。在这篇文章中尽管没有证明任何定律，但他指出了在三直三面角的平面上作物体的多面投影是不方便的，并明确提出了表现力较好的立方体的一面投影表示法。这就是从立方体一条对角线上的无穷远点，向一个垂直于该对角线的平面投影。这样便构成了等测轴测投影法。费利什还发表了一系列的研究成果，使这种投影法进一步得到完善。

与此同时，在这方面做出比较重要贡献的还有**焦范尼·科达扎**(Giovanni Codazza, 1816—1873)，他第一个为蒙日的画法几何学写出了新的篇章。考虑到问题的普遍性，他对轴测投影作了严格的几何证明，并且提出了适合绘制某些图形的方法。

对轴测投影理论的形成有过重要贡献的是**路德维希·伊乌留斯·魏斯巴赫**(Ludwig Iulius Weisbach, 1806—1871)，在他的题为“单二测投影法和轴测投影法”(Die monodimetrische und axonometrische Projections Methode)的论文中，考虑到解析几何与画法几何间的密切关系，建立了一系列以他的名字命名的公式。

令人颇感兴趣的"轴测投影"的命名问题，直到很晚才被人发现。1852年迈尔（M.Meyer）首次使用了这个名称。一年以后，即1853年，卡尔·波尔克（Karl.Pohlke）便提出了以他自己的名字命名的定理，他当时是夏洛滕堡建筑科学院的副教授。这个定理是："如果在一平面内给出三条交于一点的任意长度的直线 $O'L'$，$O'M'$，$O'N'$，则总可以认为这个图形是三直三面角棱线上的三等长线段 $OL=OM=ON$ 的平行投影"。

这个定理打开了研究斜轴测投影的道路。后来研究这个定理的人数是相当多的，其中必须提一下施瓦茨（H.Schwarz），他早在学生时代就为波尔克定理作了证明，证明得如此简捷雅致，使波尔克在自己的著作中也引用了它。

与此巧合，英国分析学者凯莱（A.Cayley）也对这个定理进行了研究。他的论文集第九卷（Collected Papers Ⅸ）第508～518页中有一篇题为"关于投影问题"（On a Problem of projection）的文章，对波尔克定理作了解析证明。

意大利人威基（S.Vecchi），在1870年也为当时取得的轴测投影研究成果增添了新的内容。他按照正投影是平行投影的特殊情况，平行投影又是中心投影的特殊情况这一事实，将斜轴测投影与透视轴测投影连系起来。他在《综合工艺》期刊（Il Politecnico）第17、19和20卷上，发表了题为"透视轴测投影的证明"（Saggio di una prospettiva axonometrica）和"关于透视轴测投影"（Sulla prospettiva axonometrica）两篇论文，为透视轴测投影法奠定了基础。

在威基这两篇论文出版后不久，古多 豪克（Guido Hauck）于1876年发表了博士论文，题目是"透视画法的一般轴测投影理论的基本特性"（Grundzüge einer allgemeinen axonometrischen Theorie der darstellenden Perspective）。在论文中他把正轴测投影公式扩展为透视轴测投影公式。这位数学家的其它著作具有理论联系实际的特点，为画法几何增添了新篇章。

最近二十年，苏联科学家们也积极从事这一教学部门的研究

活动。他们以大量的论文和专著使画法几何这一空间的平面几何模型面目一新，使轴测投影同样也有了新的发展。苏联的几何学家如**贝斯金**（Н.М.Бескин），**切特维逢辛**（Н.Ф.Четверухин），**扎帕利泽**（И.С.Джапаридзе），**哈尔杰耶夫**（Н.М.Халдеев）等人在射影变换的应用方面和在推广到n维空间方面，以及为完善画法几何的这些专题理论方面做出了贡献。

1961年出版的瑞士洛桑大学教授**德·吉本塔尔**（T.de Siebenthal）的论文“论画法几何的革新”（Essai de rènovation de la gèomètrie descriptive）(载于《二十世纪数学》1961年第二卷)，他指出了画法几何是一个集合E变换为另一个集合E'的应用，因而可利用E'中的A'图象来描绘E中的A部分。作者将线性轴测投影表达法划分为$R^m \to R^n$和$R^3 \to R^2$两种类型，即射影轴测投影和透视轴测投影。他在1960年于洛桑大学工学院讲课中应用了这种表达法模型。

本学科的发展方向是以**彭加雷**（Poincarè）建立的“拓扑”（Analysis situs）数学分支为基础，深入研究原理更广泛地推广几何学。当前演变成的数学分支“拓扑学”(Topology) 将对罗马尼亚学者产生影响。

上述这段简史很有局限性，当然是不够完整的。罗马尼亚学者在这个学科曾经作过一些尝试，但还没有做出重要贡献。

§1.2 投　　影

a. 平面上的平行投影

设在空间有一平面P，一方向Δ和任意一点A。如果通过A点引一条与方向Δ平行的直线使它与平面P相交，则交点a就叫做A点沿Δ方向的平行投影。直线Aa叫做**投射线**，平面P叫做**投影面**（图1）。

如果投影方向Δ与平面P垂直，这种投影就叫做**正投影**，否则叫做**斜投影**。

由平面P和方向Δ构成的一组元素叫做**平行投影系**。