



中学生创新能力同步测训丛书

测训精编

CEXUN JINGBIAN

学生用书

● 丛书主编：陈 艳

测训要点

测训示范

测训习题

初二数学(上)

湖南教育出版社

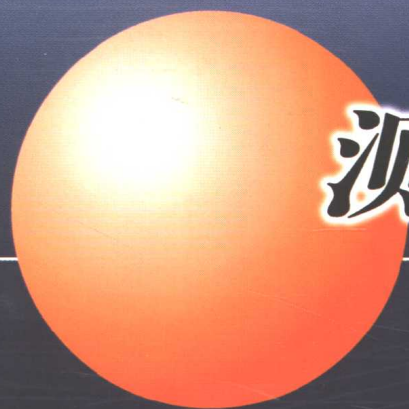
《中学生创新能力同步测训丛书》(学生用书)

测训精编·初二数学(上)

主 编: 欧阳新龙 张国辉

编 者: 欧阳新龙 张国辉 马 罗 陈 刚
陈 知 法 杨 欣 彭爱春

封面设计 ▶ 东方上林工作室



测训精编

CEXUN JINGBIAN

中学生创新能力同步测训丛书

- | | | |
|------------|------------|------------|
| ● 初一数学 (上) | ● 初二数学 (上) | ● 初三数学 (上) |
| ● 初一语文 (上) | ● 初二物理 | ● 初三物理 |
| ● 初一英语 (上) | ● 初二语文 (上) | ● 初三化学 |
| | ● 初二英语 (上) | ● 初三语文 (上) |
| | | ● 初三英语 |

《中学生创新能力同步测训丛书》

测训精编

初二数学 (上)

丛书主编: 陈 艳

责任编辑: 王又清

湖南教育出版社出版发行 (长沙市韶山北路 643 号)

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷三厂印刷

787×1092 16 开 印张: 6 字数: 150000

2002 年 6 月第 1 版 2002 年 6 月第 1 次印刷

ISBN7-5355-3678-6/G·3673

定价: 6.60 元

本书若有印刷、装订错误, 可向承印厂调换

ISBN 7-5355-3678-6



9 787535 536785 >

编写说明

为了使广大中学生更好地适应现行教育体制改革和考试改革的需要，及时有效地理解和使用新编教材，从起始年级开始，逐步培养和提高学生的应变能力和实践创新能力，我社组织多所重点中学特级、高级教师，编写了《中学生创新能力同步测训丛书》。丛书充分体现“3+X”高考改革的新理念，既紧扣教材，又联系实际，注重拓展，将学科知识传授与综合创新能力培养紧密结合起来，使基础知识、解题方法、学科思想的渗透融于以习题为载体的能力形成的训练之中。在训练过程中，注意对学生进行基本解题技能和解题方法的培养和提高，以达到中学生备考和应试过关的目的。

丛书与人教版新编教材同步配套。初中分语文、数学、英语、物理、化学五个学科，高中分语文、数学、英语、物理、化学、生物、历史七个学科，以“课时”（或“节”）为单位编写，与教学同步。

丛书由“学生用书”和“教学讲义”配套构成。“学生用书”是围绕教学目标和能力培养而精心设计的与教材同步的训练、测试习题。每课时或节下设三个栏目：[测训要点]、[测训示范]、[测训习题]。测训习题分能力题和创新题。每单元（或章）加附一套测试题，期末附一套综合测试卷。按中考、高考模式出卷。“教学讲义”则是在学生用书基础上编写的供教师使用的教学指导参考资料，注重科学性、指导性和可操作性。每课时或节下设两个栏目：[导练精要]、[习题解说]。“教学讲义”按一定比例免费赠送给老师。

编 者

2002年5月



目 录

代数部分

第八章 因式分解	1
8.1 提公因式法	1
8.2 运用公式法 (一)	3
运用公式法 (二)	5
8.3 分组分解法 (一)	7
分组分解法 (二)	9
第八章综合测试题	11
第九章 分式	15
9.1 分式	15
9.2 分式的基本性质	17
9.3 分式的乘除法 (一)	19
分式的乘除法 (二)	21
9.4 分式的加减法 (一)	23
分式的加减法 (二)	25
9.5 含有字母系数的一元一次方程	27
9.6 探究性活动: $a = bc$ 型数量关系	29
9.7 可化为一元一次方程的分式方程及其应用 (一)	31
可化为一元一次方程的分式方程及其应用 (二)	33
第九章综合测试题	35

几何部分

第三章 三角形	39
3.1 关于三角形的一些概念	39
3.2 三角形三条边的关系	41
3.3 三角形的内角和	43
3.4 全等三角形	45
3.5 三角形全等的判定 (一)	47
3.6 三角形全等的判定 (二)	49
3.7 三角形全等的判定 (三)	51
3.8 直角三角形全等的判定	53
3.9 角的平分线 (一)	55
角的平分线 (二)	57
3.10 基本作图	59
3.11 作图题举例	61
3.12 等腰三角形的性质 (一)	63





等腰三角形的性质 (二)	65
3.13 等腰三角形的判定 (一)	67
等腰三角形的判定 (二)	69
3.14 线段的垂直平分线	71
3.15 轴对称和轴对称图形 (一)	73
轴对称和轴对称图形 (二)	75
3.16 勾股定理 (一)	77
勾股定理 (二)	79
3.17 勾股定理的逆定理	81
第三章综合测试题	83
参考答案	87



代数部分

第八章 因式分解

8.1 提公因式法

测训要点

1. 因式分解的概念:

把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做把这个多项式因式分解.

2. 提公因式法:

把一个多项式中各项都含有的因式提到括号外面,从而将多项式化为积的形式,这种方法叫做提公因式法.

3. 使用提公因式法须注意以下几点:

(1) 提公因式法的理论根据是乘法分配律的逆运算;

(2) 用提公因式法分解因式的关键是找出各项的公因式.

测训示范

例1 运用提取公因式法分解因式:

$$(1) -8a^{2m+1}b^{m+2} + 28a^{m+1}b^{2m+4}; \quad (2) ax - ay + az;$$

$$(3) -6x^3 + 4x^2 - 2x.$$

$$\text{解: } (1) -8a^{2m+1}b^{m+2} + 28a^{m+1}b^{2m+4} = -4a^{m+1}b^{m+2}(2a^m - 7b^{m+2});$$

$$(2) ax - ay + az = a(x - y + z);$$

$$(3) -6x^3 + 4x^2 - 2x = -(6x^3 - 4x^2 + 2x) = -2x(3x^2 - 2x + 2).$$

例2 把下列各式分解因式:

$$(1) 3x(x+y) - 5(x+y); \quad (2) (2a+b)(2a-3b) + a(2a+b);$$

$$(3) 5x(x-y)^2 - 10(x-y)^3.$$

$$\text{解: } (1) 3x(x+y) - 5(x+y) = (x+y)(3x-5);$$

$$(2) (2a+b)(2a-3b) + a(2a+b) = (2a+b)[(2a-3b) + a] = (2a+b)(3a-3b) = 3(2a+b)(a-b);$$

$$(3) 5x(x-y)^2 - 10(x-y)^3 = 5(x-y)^2[x - 2(x-y)] = 5(x-y)^2(-x+2y).$$

例3 把下列各式分解因式:

$$(1) (x-y)^3 - 2z(y-x)^2; \quad (2) 2x(a-b)^2 - 3(b-a)^2;$$

$$(3) x(x-y)^2 - y(y-x)^2 + (x-y)^3.$$

$$\text{解: } (1) (x-y)^3 - 2z(y-x)^2 = (x-y)^3 - 2z(x-y)^2 = (x-y)^2(x-y-2z);$$

$$(2) 2x(a-b)^2 - 3(b-a)^2 = 2x(a-b)^2 - 3(a-b)^2 = (a-b)^2(2x-3);$$

$$(3) x(x-y)^2 - y(y-x)^2 + (x-y)^3 = (x-y)^2[x - y + (x-y)] = (x-y)^2 \cdot (2x-2y) = 2(x-y)^3.$$



测训习题

能力题

一、选择题

1. 下列各题因式分解错误的是 ()

A. $8a^2b - 24ab^2 = 8ab(a - 3b)$

B. $ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$

C. $12x^2y + 14xy^2 - 2xy = 2xy(6x + 7y - 1)$

D. $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$

2. 把 $a^2(x - 2) + a(2 - x)$ 分解因式得 ()

A. $(x - 2)(a^2 - a)$

B. $a(x - 2)(a + 1)$

C. $a(x - 2)(a - 1)$

D. 以上都不对

3. 将多项式 $(3a - 4b)(7a - 8b) + (11a - 12b)(8b - 7a)$ 分解因式, 其结果应该是 ()

A. $8(7a - 8b)(a - b)$

B. $2(7a - 8b)^2$

C. $8(7a - 8b)(b - a)$

D. $-2(7a - 8b)^2$

二、填空题

4. 多项式 $ma + mb + mc$ 中, 它的各项含有相同的因式 _____, 可以把公因式 _____ 提到括号外面, 将多项式 $ma + mb + mc$ 写成因式 _____ 与 _____ 的乘积形式, 这种分解因式的方法叫 _____.

5. 多项式 $x(a - b) + y(a - b) - z(b - a)$ 各项的公因式是 _____; 这个多项式的另一个因式是 _____.

三、解答题

6. 把下列各式分解因式:

(1) $8xy^2 - 16x^3y^3$;

(2) $-4a^2bc - 12ab^2c + 4abc$.

7. 把下列各式分解因式:

(1) $(b - a)^2 + a(a - b)$;

(2) $(3a + b)(3a - b) - (a + 2b)(b - 3a)$.

创新题

8. 求证: 对任意自然数 n , $2^{n+4} - 2^n$ 能被 30 整除.



8.2 运用公式法 (一)

测训要点

1. 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

2. 运用平方差公式分解因式的注意点:

(1) 要透彻了解公式的结构特点, 应用条件, 掌握运用公式分解因式的基本思路和方法.

(2) 公式中的字母, 可以表示一个数, 也可以表示一个单项式或多项式.

测训示范

例1 把下列各式分解因式:

(1) $-y^2 + 4$;

(2) $-\frac{1}{2}n^2 + 2m^2$;

(3) $x^4 - 16$.

解: (1) $-y^2 + 4 = 4 - y^2 = (2 + y)(2 - y)$;

(2) $-\frac{1}{2}n^2 + 2m^2 = -\frac{1}{2}(n^2 - 4m^2) = -\frac{1}{2}(n + 2m)(n - 2m)$;

(3) $x^4 - 16 = (x^2)^2 - 4^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 4) = (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$.

例2 把下列各式分解因式:

(1) $3xy^3 - 27xy$;

(2) $\frac{1}{2}ab^2 - 2a$;

(3) $x^6 - x^2y^4$.

解: (1) $3xy^3 - 27xy = 3xy(y^2 - 9) = 3xy(y + 3)(y - 3)$;

(2) $\frac{1}{2}ab^2 - 2a = \frac{1}{2}a(b^2 - 4) = \frac{1}{2}a(b + 2)(b - 2)$;

(3) $x^6 - x^2y^4 = x^2(x^2)^2 - x^2(y^2)^2 = x^2(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = x^2(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$.

例3 把下列各式分解因式:

(1) $(a - b)^4 - (b - a)^2$;

(2) $4(x - 2)^2 - 1$;

(3) $16(a - b)^2 - 9(a + b)^2$.

解: (1) $(a - b)^4 - (b - a)^2 = (a - b)^4 - (a - b)^2 = (a - b)^2[(a - b)^2 - 1] = (a - b)^2(a - b + 1)(a - b - 1)$;

(2) $4(x - 2)^2 - 1 = [2(x - 2)]^2 - 1^2 = [2(x - 2) + 1][2(x - 2) - 1] = (2x - 3)(2x - 5)$;

(3) $16(a - b)^2 - 9(a + b)^2 = [4(a - b)]^2 - [3(a + b)]^2 = [4(a - b) + 3(a + b)][4(a - b) - 3(a + b)] = (7a - b)(a - 7b)$.



测训习题

能力题

一、选择题

1. $-(2x-y)(2x+y)$ 是下列各式中 () 的因式分解的结果.

- A. $4x^2 - y^2$ B. $4x^2 + y^2$ C. $-4x^2 - y^2$ D. $-4x^2 + y^2$

2. 分解因式 $a^2 - (b-c)^2$ 的结果是 ()

- A. $(a+b-c)(a-b+c)$ B. $(a+b-c)(a-b-c)$
C. $(a+b-c)(a+b+c)$ D. $(a+b-c)^2$

3. 下列各式分解因式正确的是 ()

- A. $a^2 - b^2 = (a-b)^2$ B. $x^2 + 4y^2 = (x+2y)^2$
C. $\frac{1}{2} - 2a^2 = \frac{1}{2}(1+2a)(1-2a)$ D. $y^3 - 1 = (y-1)(y^2 + 2y + 1)$

二、填空题

4. 把 $a^2 - (b-1)^2$ 分解因式时, 应把 _____ 看作一个整体与公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 中的 _____ 相对应.

5. (1) $16x^2 = (\underline{\hspace{2cm}})^2$; $-\frac{1}{9}x^2 = -(\underline{\hspace{2cm}})^2$; $25a^4 = (\underline{\hspace{2cm}})^2$.

(2) $(x+y)^3 - (x+y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

6. 把下列各式分解因式:

(1) $-9x^2 + 16y^2$; (2) $1 - (x-2)^2$.

7. 把下列各式分解因式:

(1) $(a-b)^2 - a^2b^2$; (2) $x^2(a-2b) + y^2(2b-a)$.

创新题

8. (1) 在边长为 179 米的正方形农田里, 修建一个边长为 21 米的正方形养鱼池, 问所剩农田多少平方米?

(2) 求证: 两个连续奇数的平方差能被 8 整除.



运用公式法 (二)

测训要点

3. 完全平方公式: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.

4. 运用完全平方公式分解因式的注意点:

(1) 深刻理解完全平方公式的特点、结构和应用条件, 掌握运用该公式进行因式分解的基本思路和方法;

(2) 无论考虑使用平方差公式还是完全平方公式, 在此之前应优先考虑是否可提取公因式, 因为它能使剩下的多项式因式简单化, 另外也要注意检查分解后的多项式因式能否再分解.

测训示范

例4 把下列各式分解因式:

$$(1) 36x^2 - 12x + 1; \quad (2) (m+n)^2 + 2(m+n) + 1;$$

$$(3) (a-2b)^2 - 6(2b-a)(a+b) + 9(a+b)^2.$$

解: (1) $36x^2 - 12x + 1 = (6x)^2 - 2 \cdot (6x) \cdot 1 + 1^2 = (6x - 1)^2;$

$$(2) (m+n)^2 + 2(m+n) + 1 = (m+n)^2 + 2 \cdot (m+n) \cdot 1 + 1^2 = [(m+n) + 1]^2 = (m+n+1)^2;$$

$$(3) (a-2b)^2 - 6(2b-a)(a+b) + 9(a+b)^2 = (a-2b)^2 + 6(a-2b)(a+b) + 9(a+b)^2 = (a-2b)^2 + 2(a-2b)[3(a+b)] + [3(a+b)]^2 = [(a-2b) + 3(a+b)]^2 = (4a+b)^2.$$

例5 把下列各式分解因式:

$$(1) x^4 + 4x^3 + 4x^2; \quad (2) (a+b)^2 - 12(a+b)c + 36c^2;$$

$$(3) (x^2+1)^2 - 4x(x^2+1) + 4x^2; \quad (4) (x+y)^2 + 4(x-y)^2 - 4(x^2-y^2).$$

解: (1) $x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^2(x^2 + 4x + 4) = x^2(x+2)^2;$

$$(2) (a+b)^2 - 12(a+b)c + 36c^2 = (a+b)^2 - 2 \cdot (a+b) \cdot (6c) + (6c)^2 = (a+b-6c)^2;$$

$$(3) (x^2+1)^2 - 4x(x^2+1) + 4x^2 = [(x^2+1) - 2x]^2 = (x^2-2x+1)^2 = (x-1)^4;$$

$$(4) (x+y)^2 + 4(x-y)^2 - 4(x^2-y^2) = (x+y)^2 - 4(x+y)(x-y) + [2(x-y)]^2 = [(x+y) - 2(x-y)]^2 = (3y-x)^2.$$

例6 把下列各式分解因式:

$$(1) 2(a^2+b^2)(a+b)^2 - (a^2-b^2)^2;$$

$$(2) \frac{1}{2}(x^2-2y^2)^2 - 2(x^2-2y^2)y^2 + 2y^4.$$

解: (1) $2(a^2+b^2)(a+b)^2 - (a^2-b^2)^2 = 2(a^2+b^2)(a+b)^2 - (a+b)^2(a-b)^2 = (a+b)^2[(2a^2+2b^2) - (a^2-2ab+b^2)] = (a+b)^2(a^2+2ab+b^2) = (a+b)^4;$

$$(2) \frac{1}{2}(x^2-2y^2)^2 - 2(x^2-2y^2)y^2 + 2y^4 = \frac{1}{2}[(x^2-2y^2)^2 - 2 \cdot (x^2-2y^2) \cdot 2y^2 + (2y^2)^2] = \frac{1}{2}(x^2-4y^2)^2 = \frac{1}{2}(x+2y)^2(x-2y)^2.$$



测训习题

能力题

四、选择题

9. 把 $9(x-y)^2 + 12(x-y)(y+x) + 4(y+x)^2$ 分解因式得()
 A. $(5x+y)^2$ B. $(y-5x)^2$ C. $(5y-x)^2$ D. $(5x-5y)^2$
10. 下列各式分解因式错误的是()
 A. $\frac{1}{4}a^2 - 4 = \frac{1}{4}(a^2 - 16) = \frac{1}{4}(a+4)(a-4)$
 B. $\frac{1}{9}a^2 + 2ab + 9b^2 = \left(\frac{1}{3}a + 3b\right)^2$
 C. $a^{2n} - 4a^n + 4 = (a^n - 2)^2$
 D. $2ab - a^2 - b^2 = (a-b)^2$
11. 多项式 $(a^2 + 2ab + b^2) - c^2 + 2cd - d^2$ 含有因式()
 A. $(a+b-c-d)$ B. $(a+b-c+d)$
 C. $(a+b+c+d)$ D. $(a-b-c+d)$

五、填空题

12. 因式分解 $(x+y)^2 - 4(x+y-1) =$ _____.
13. 若 $9x^2 + 2(a-4)x + 16$ 是一个完全平方式, 则 a 的值为 _____.

六、解答题

14. 把下列各式分解因式:

(1) $a^2 - 10ab + 25b^2$; (2) $3mx^3y^2 + 6mx^2y + 3mx$.

15. 把下列各式分解因式:

(1) $2x^2y^2 - x^4 - y^4$; (2) $(x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) + 1$;
 (3) $x^2 - 2xy + y^2 - 12(x-y) + 36$; (4) $(x^2 - 3)^2 + 2(x^2 - 3)(x-3) + (x-3)^2$.

创新题

16. 已知 $4x^2 + 9y^2 - 4x + 12y + 5 = 0$, 求 x, y 的值.



8.3 分组分解法 (一)



测训要点

1. 分组后能提公因式.

可以按相同的系数或相同的因式进行分组, 也可以根据字母的次数分组.

2. 分组后能运用平方差公式和完全平方公式.



测训示范

例 1 把下列各式分解因式:

$$(1) x^2 - xy + xz - yz;$$

$$(2) a^4b + 2a^3b^2 - a^2b - 2ab^2.$$

$$\text{解: } (1) x^2 - xy + xz - yz = (x^2 - xy) + (xz - yz) = \\ x(x - y) + z(x - y) = (x - y)(x + z).$$

$$\text{另法: } x^2 - xy + xz - yz = (x^2 + xz) - (xy + yz) = x(x + z) - y(x + z) = \\ (x + z)(x - y).$$

$$(2) a^4b + 2a^3b^2 - a^2b - 2ab^2 = (a^4b + 2a^3b^2) - (a^2b + 2ab^2) = \\ a^3b(a + 2b) - ab(a + 2b) = ab(a + 2b)(a^2 - 1) = ab(a + 2b)(a + 1)(a - 1).$$

例 2 把下列各式分解因式:

$$(1) x^2 - y^2 + 2y - 1;$$

$$(2) x^2 - y^2 - z^2 - 2yz - 2x + 1.$$

$$\text{解: } (1) x^2 - y^2 + 2y - 1 = x^2 - (y^2 - 2y + 1) = x^2 - (y - 1)^2 = (x + y - 1)(x - y + 1);$$

$$(2) x^2 - y^2 - z^2 - 2yz - 2x + 1 = (x^2 - 2x + 1) - (y^2 + 2yz + z^2) = \\ (x - 1)^2 - (y + z)^2 = (x - 1 + y + z)(x - 1 - y - z).$$

例 3 把下列各式分解因式:

$$(1) 4a^2 + 4a - 4a^2b + b + 1;$$

$$(2) (x^2 - y^2 - z^2)^2 - 4y^2z^2.$$

$$\text{解: } (1) 4a^2 + 4a - 4a^2b + b + 1 = (4a^2 + 4a + 1) - (4a^2b - b) = \\ (2a + 1)^2 - b(4a^2 - 1) = (2a + 1)^2 - b(2a + 1)(2a - 1) = (2a + 1)[2a + 1 - b(2a - 1)] = \\ (2a + 1)(2a + 1 - 2ab + b);$$

$$(2) (x^2 - y^2 - z^2)^2 - 4y^2z^2 = (x^2 - y^2 - z^2 + 2yz)(x^2 - y^2 - z^2 - 2yz) = \\ [x^2 - (y^2 - 2yz + z^2)][x^2 - (y^2 + 2yz + z^2)] = [x^2 - (y - z)^2][x^2 - (y + z)^2] = \\ (x + y - z)(x - y + z)(x + y + z)(x - y - z).$$



测训习题

能力题

一、选择题

- 分解因式 $x^3 - xyz + x^2y - x^2z$ 的结果是 ()
 A. $x(x-y)(x+z)$ B. $x(x+y)(x-z)$
 C. $x(x-z)(x-y)$ D. 以上答案都不对
- 下列因式分解错误的是 ()
 A. $a^2 - bc + ac - ab = (a-b)(a+c)$
 B. $ab - 5a + 3b - 15 = (b-5)(a+3)$
 C. $x^2 - 6xy - 1 + 9y^2 = (x+3y+1)(x+3y-1)$
 D. $x^2 + 3xy - 2x - 6y = (x+3y)(x-2)$
- 用分组分解法把 $2x^2 + 4xy - 6x + 3 - x - 2y$ 分解因式, 下列分组正确的是 ()
 A. $(2x^2 + 4xy - 6x) - (2y + x - 3)$
 B. $(2x^2 + 4xy) - (x + 2y) - (6x - 3)$
 C. $(2x^2 - x) + (4xy - 6x) - (2y - 3)$
 D. 以上答案都正确

二、填空题

- 分解因式: (1) $a^2 - b^2 + a + b =$ _____; (2) $a^2 - 2ab + b^2 - c^2 =$ _____.
- 若 $4xy - 4x^2 - y^2 - k$ 有一个因式为 $(1 - 2x + y)$, 则 k 的值为 _____.

三、解答题

6. 把下列各式分解因式:

- (1) $ax^2 + 3x^2 - 4a - 12$; (2) $2ab - a^2 - b^2 + 4$.

7. 把下列各式分解因式:

- (1) $x^4y + 2x^3y^2 - x^2y - 2xy^2$; (2) $a^2 - 4ab + 4b^2 + 6a - 12b + 9$.

创新题

8. 已知 a, b, c, d 都是整数, 且 $m = (ab + cd)^2 - \frac{1}{4}(a^2 + b^2 - c^2 - d^2)^2$ 是非零整数, 求证: $|m|$ 是合数.



分组分解法 (二)



测训要点

3. 打散原有的分组, 重新分组.
4. 先拆项, 后分组.
5. 运用公式 $x^2 + (p+q)x + pq = (x+p)(x+q)$ 进行分解.



测训示范

例 4 把下列各式因式分解:

(1) $(1-x^2)(1-y^2)-4xy$;

(2) $ab(c^2+d^2)+cd(a^2+b^2)$;

(3) $(m+2)(m-2)-4n(m-n)$.

解: (1) $(1-x^2)(1-y^2)-4xy = 1-x^2-y^2+x^2y^2-4xy =$
 $(x^2y^2-2xy+1)-(x^2+2xy+y^2) = (xy-1)^2-(x+y)^2 =$
 $(xy-1+x+y)(xy-1-x-y);$

(2) $ab(c^2+d^2)+cd(a^2+b^2) = abc^2+abd^2+a^2cd+b^2cd =$
 $(abc^2+a^2cd)+(abd^2+b^2cd) = ac(bc+ad)+bd(ad+bc) = (bc+ad)(ac+bd);$

(3) $(m+2)(m-2)-4n(m-n) = m^2-4-4mn+4n^2 = (m^2-4mn+4n^2)-4 =$
 $(m-2n)^2-4 = (m-2n+2)(m-2n-2).$

例 5 把下列各式分解因式:

(1) x^4+4y^4 ;

(2) a^3-3a+2 .

解: (1) $x^4+4y^4 = (x^4+4x^2y^2+4y^4)-4x^2y^2 = (x^2+2y^2)^2-4x^2y^2 =$
 $(x^2+2y^2)^2-(2xy)^2 = (x^2+2xy+2y^2)(x^2-2xy+2y^2);$

(2) $a^3-3a+2 = (a^3-a)-(2a-2) = a(a^2-1)-2(a-1) =$
 $a(a+1)(a-1)-2(a-1) = (a-1)[a(a+1)-2] =$
 $(a-1)(a^2+a-2) = (a-1)^2(a+2).$

例 6 把下列各式分解因式:

(1) $x^2-7x+10$;

(2) $3x^3y-6x^2y-45xy$.

解: (1) $x^2-7x+10 = (x-2)(x-5);$

(2) $3x^3y-6x^2y-45xy = 3xy(x^2-2x-15) = 3xy(x-5)(x+3).$



测训习题

能力题

四、选择题

9. 在多项式① x^2+7x+6 , ② x^2+4x+3 , ③ x^2+6x+8 , ④ $x^2+7x+10$, ⑤ $x^2+15x+44$ 中, 有相同因式的是 ()

A. 只有①、②

B. 只有③、④

C. 只有②、⑤

D. 不同于以上答案

10. 分解因式 x^4+64 , 正确的是 ()

A. $(x^2+8)(x^2-8)$ B. $(x^2+8)(x^2+8)$ C. $(x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$

D. 以上答案都不对

11. 将 $(a^3-a^2b-ab^2)+b^3$ 分组分解, 下列分组方法: ① $(a^3-a^2b)+(-ab^2+b^3)$, ② $(a^3-ab^2)+(-a^2b+b^3)$, ③ $a^3+(-a^2b-ab^2+b^3)$ 中, 合理的是 ()

A. ③

B. ①、②

C. ①、③

D. ②、③

五、填空题

12. 分解因式: (1) $x^3-4x+3=$ _____;

(2) $x(x-1)(x-2)-6=$ _____.

13. 含 x 的整系数二次三项式, 它的 x^2 项的系数是1, 常数项是-12, 并且能分解, 这样的二次三项式共有 _____ 个; 如果把“整系数”这一条件去掉, 而其他条件不变, 那么这样的二次三项式共有 _____ 个.

六、解答题

14. 把下列各式分解因式:

(1) x^4+2x^2+9 ;

(2) $x^2-3x-28$.

15. 把下列各式分解因式:

(1) $(ax+by)^2+(bx-ay)^2$;

(2) x^3+3x^2+3x+2 .

创新题

16. 已知矩形的周长是28 cm, 且两边 x, y 使得 $x^3+x^2y-xy^2-y^3=0$, 求矩形的面积.



第八章综合测试题

一、选择题

1. 下列各式从左到右的变形中是因式分解的是 ()

A. $x^2 - y^2 - 1 = (x + y)(x - y) - 1$

B. $x^2 - y^2 - 1 = (x + 1)(x - 1) - y^2$

C. $x^2 - 9x - 10 = (x - 10)(x + 1)$

D. $x^2 + x = x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)$

2. 如果 $kx^2 - 5xy - 12y^2 = (x - 3y)(kx + 4y)$, 则 k 的值的个数为 ()

A. 唯一的一个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

3. 多项式 $x^5 - x^3 + x^2 - 1$ 分解因式的结果是 ()

A. $(x^2 - 1)(x^3 + 1)$

B. $(x - 1)(x + 1)(x^3 + 1)$

C. $(x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)$

D. $(x - 1)(x + 1)^2(x^2 - x + 1)$

4. 多项式 $ay + bx - ax - by$ 可分解为 ()

A. $(a - b)(y - x)$

B. $(a + b)(x - y)$

C. $(a - b)(x + y)$

D. $(a - y)(b - x)$

5. 多项式 $x^2 + x - 2$ 与 $2x^2 + 3x - 2$ 的公因式是 ()

A. $x - 2$

B. $x + 2$

C. $x - 1$

D. $x + 1$

6. 如果多项式 $4x^2 + bx + 36$ 是一个完全平方式, 则 b 的值为 ()

A. 12

B. -12

C. 24

D. ± 24

7. 将 $4a - a^2 - 4$ 分解因式的结果是 ()

A. $a(4 - a) - 4$

B. $4a - (a + 2)(a - 2)$

C. $-(a + 2)^2$

D. $-(a - 2)^2$

8. 把 $(a + b)^2 - 1$ 分解因式的结果是 ()

A. $(a + b - 1)(a - b + 1)$

B. $(a + b + 1)(a - b - 1)$

C. $(a + b + 1)(a + b - 1)$

D. $(a - b + 1)(a - b - 1)$

9. 用分组分解法把 $2xy - x^2 - y + 1$ 分解因式, 正确的分组方法是 ()

A. $(2xy - x^2) - (y^2 - 1)$

B. $(2xy - y^2) - (x^2 - 1)$

C. $(2xy + 1) - (x^2 + y^2)$

D. $(2xy - x^2 - y^2) + 1$

10. 观察下列多项式是否可以用提公因式法分解因式.

① $abc - def$, ② $3m^2n + 6n^2$, ③ $6(p + q)^2x - 5x^2(p + q) + 4(p + q)^2$, ④ $\frac{4}{5}x^3 + \frac{3}{4}x^2n + \frac{2}{3}xn^2 + \frac{1}{2}n^3$, ⑤ $8a^3 - 4a^2 + 2a - 1$, ⑥ $9x^2(m - n) - 4y(n - m)$.

其中, 可以用提公因式法分解因式的只有 ()

A. ①、②

B. ①、②、③、④

C. ②、③、⑥

D. ②、⑥

二、填空题

11. 把一个多项式化为_____的形式, 叫做把这个多项式因式分解.

12. 把一个多项式分解因式时, 如果多项式的各项有公因式, 那么先_____.