

ANALYSIS ON  
SYNCHRONOUS  
MACHINE  
OPERATIONS

# 同步电机 运行方式 的分析

杨嗣彭 编著

成都科技大学出版社

## 内 容 提 要

本书共13章，阐述同步电机的基本方程、同步电机的正常运行和各种非正常运行、电动机和调相机的运行，并介绍电机参数的测定方法。

本书可供“电力系统及其自动化”和“电气技术”专业作教材和教学参考书，也可作为电力方面有关专业研究生及从事电机和电力系统工作的工程技术人员参考用书。

## 同步电机运行方式的分析

杨嗣彭 编 著

---

成都科技大学出版社出版、发行

四川省新华书店 经销

成都科技大学 印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/16 印张：15.5

1989年11月第1版 1989年11月第1次印刷

字数：360千字 印数：1—1500册

---

ISBN7—5616—0339—8/TM·9(课)

---

定价：3.50元

## 前　　言

同步电机是电力系统的重要元件。发电机运行直接影响着电力系统的运行。随着电力事业的发展，发电机单机容量的增大及输电电压和距离的提高，发电机出现了各种特殊运行方式。了解和熟悉这些运行方式的产生原因、物理特性、分析计算方法以及所需采取的措施，对保证电力系统的安全运行是十分有益的。

本书主要内容如下：

第1~3章是同步电机的基本方程和正常运行，其中凡在《电机学》和《电力系统》两门课程中已学过的内容，本书只作扼要的叙述。

第4~11章都是对各种非正常运行方式的分析，因此涉及面较广，其中第7章是为了能更准确地计算而写的。

第12章电动机和调相机的运行，对发电厂、变电所和有大型同步电动机的工矿企业都是有用的。通过该部分的学习，还能加深对同步电机的理解。

第13章对电力部门常用的电机参数测定法作了介绍。

本书得到全国电力工程类教学委员会系统组和成都科技大学电力工程系的推荐和支持。在编写过程中，参阅了国内外有关教材和专业文献。我校胡明正副教授对本书提出了宝贵的意见，研究生余常华、方定江同志详细校阅了初稿，使得本书得以顺利出版，在此一并表示感谢。

由于本人水平有限，书中错误和缺点在所难免，敬请读者批评指正。

编著者

1989年7月

# 符 号 说 明

## 1. 主 要 符 号

$B$ —磁通密度	$s$ —转差
$b$ —最大转矩倍数	$T$ —时间常数
$C$ —电容	$t$ —时间
$D$ —转子直径	$V(v)$ —电压
$E$ —电势, 电场强度	$W$ —匝数, 能量
$e$ —电势	$X(x)$ —电抗
$F$ —磁势	$Z$ —阻抗, 槽数
$f$ —频率	$z$ —阻抗
$G$ —发电机, 重量	$\alpha$ —角度, 系数, 机械角加速度, 每个槽的电角度
$H$ —磁场强度, 惯性常数	$\beta$ —夹角
$h$ —振荡角频率的标么值	$\gamma$ —系数, 夹角
$I(i)$ —电流	$\Delta$ —透入深度
$J$ —转动惯量, 电流密度	$\delta$ —功角, 气隙
$K(k)$ —系数, 倍数	$\theta$ —转子位置角, 温度
$L$ —自感	$\mu$ —导磁系数
$l$ —转子铁心长度	$\rho$ —电阻率
$M(m)$ —互感, 转矩	$\sigma$ —漏磁系数
$N$ —有效匝数	$\tau$ —极距
$n$ —转速	$\phi$ —磁通
$P$ —有功功率	$\varphi$ —功率因数角
$p$ —微分算子, 极对数, 特征根, 损耗	$\psi$ —磁链
$Q$ —无功功率	$\phi$ —磁链, 内功率因数角
$q$ —每极槽数	$\Omega$ —机械角速度
$R(r)$ —电阻	$\omega$ —电气角速度, 角频率
$S$ —视在功率	

## 2. 主 要 下 标 符 号

$a$ — $a$ 相, 电枢反应, 有功, 附加	$c$ — $c$ 相, 电容, 临界
$al$ —交变	$D$ —阻尼, 纵轴阻尼
$as$ —异步	$d$ —纵轴
$av$ —平均	$e$ —电磁, 端部, 强制
$b$ — $b$ 相, 基准	$f$ —励磁绕组

$G$	发电机	饱和, 系统, 转差, 同步, 稳态,
$i$	理想	整步
$j$	惯性	$sc$ —短路
$k$	短路, 动(能)	$ss$ —自同步
$l$	漏(电抗、磁势)	$st$ —起动, 稳定
$m$	机械, 灭磁, 幅值	$syn$ —同步
$max$	最大值	$T$ —变压器
$min$	最小值	$t$ —时间, 暂态
$n$	额定值, 非(线性, 同步)	$te$ —试验
$p$	波梯(电抗), 磁极	$u$ —非周期(即直流)
$Q$	横轴阻尼, 虚构(电势)	$w$ —绕组
$q$	纵轴	$\delta$ —气隙
$R$	合成	$\mu$ —励磁(电流)
$r$	无功, 反应, 转子	$\Sigma$ —总和
$ref$	给定的基准(电压)	$0$ —另序, 起始值, 同步
$res$	剩磁	$1$ —正序, 定子侧
$s$	联系(电抗), 静稳极限(角),	$2$ —负序, 转子侧

# 目 录

符号说明	
<b>第一章 同步电机的基本方程</b>	( 1 )
§ 1—1 同步电机的回路电压方程和磁链方程	( 1 )
§ 1—2 坐标变换	( 2 )
§ 1—3 派克 (Park) 方程	( 7 )
§ 1—4 同步电机的标么值	( 10 )
§ 1—5 同步电机的等值电路和运算电抗	( 14 )
§ 1—6 运算电抗的特性	( 19 )
§ 1—7 同步电机的输出功率方程	( 27 )
§ 1—8 同步电机的转子运动方程	( 28 )
<b>第二章 同步电机的对称稳态运行</b>	( 30 )
§ 2—1 对称稳态运行时的方程、相量图和等值电路	( 30 )
§ 2—2 稳态运行时各运行变量的关系式	( 32 )
§ 2—3 同步电机的电流轨迹	( 33 )
§ 2—4 凸极式同步电机在恒定励磁下的最大功率	( 36 )
§ 2—5 凸极式同步电机的负励磁运行	( 38 )
§ 2—6 同步电机的安全运行极限	( 39 )
§ 2—7 同步电机运行状态的变化	( 44 )
<b>第三章 对称稳态运行时的电磁关系</b>	( 50 )
§ 3—1 定子磁势和电流的折算	( 50 )
§ 3—2 同步发电机的基本运行特性	( 53 )
§ 3—3 用磁势——电势法研究同步发电机的特性	( 57 )
§ 3—4 同步发电机调整特性和 $P-Q$ 运行极限	( 61 )
<b>第四章 同步电机的灭磁</b>	( 63 )
§ 4—1 灭磁的基本要求	( 63 )
§ 4—2 恒值放电电阻的灭磁	( 63 )
§ 4—3 理想灭磁条件	( 66 )
§ 4—4 用非线性电阻的灭磁	( 67 )
§ 4—5 灭弧栅放电灭磁	( 68 )
§ 4—6 利用可控硅逆变灭磁	( 71 )
<b>第五章 同步发电机的进相运行</b>	( 73 )
§ 5—1 静态稳定的限制	( 73 )

§ 5—2 定子端部温升的限制.....	( 76 )
§ 5—3 影响进相部分运行极限的因素.....	( 81 )
<b>第六章 同步发电机失磁后的异步运行.....</b>	<b>( 82 )</b>
§ 6—1 失磁过程的分析.....	( 83 )
§ 6—2 有功特性在失磁过程中的作用.....	( 91 )
§ 6—3 各种失磁方式和部分失磁过程的分析.....	( 97 )
§ 6—4 失磁过程中各电量表达式的推导.....	( 101 )
§ 6—5 用状态变量法来分析失磁过程.....	( 108 )
§ 6—6 异步运行的允许负荷.....	( 111 )
<b>第七章 同步电机的精确数模.....</b>	<b>( 115 )</b>
§ 7—1 由涡流损耗计算转子阻尼参数.....	( 115 )
§ 7—2 计及互漏抗的数学模型.....	( 123 )
§ 7—3 计及互漏抗的数模转换成等值传统数模.....	( 129 )
<b>第八章 自同步非同步重合闸和再同步.....</b>	<b>( 135 )</b>
§ 8—1 自同步并列时的定子电流和磁链.....	( 135 )
§ 8—2 自同步并列时的电磁转矩.....	( 142 )
§ 8—3 发电机三相突然短路时的电磁转矩.....	( 145 )
§ 8—4 具有励磁的发电机投入系统时的转矩.....	( 148 )
§ 8—5 自同步和非同步合闸的允许条件.....	( 152 )
§ 8—6 再同步过程的分析.....	( 155 )
<b>第九章 同步电机自励磁.....</b>	<b>( 160 )</b>
§ 9—1 同步电机与电容串联的基本方程.....	( 160 )
§ 9—2 同步电机的自励磁区.....	( 163 )
§ 9—3 同步电机自励磁的物理特性.....	( 168 )
§ 9—4 影响自励磁的因素和限制自励磁的措施.....	( 172 )
<b>第十章 同步电机的低频振荡.....</b>	<b>( 174 )</b>
§ 10—1 振荡时的整步转矩系数和阻尼转矩系数 .....	( 174 )
§ 10—2 转子运动线性方程及其特征根的分析 .....	( 179 )
§ 10—3 有励磁调节的同步电机低频振荡时的增量方程 .....	( 184 )
§ 10—4 有励磁调节时的整步转矩系数和阻尼转矩系数 .....	( 188 )
§ 10—5 影响阻尼转矩系数的因素和抑制振荡的方法 .....	( 193 )
<b>第十一章 同步发电机的不对称运行 .....</b>	<b>( 195 )</b>
§ 11—1 同步电机的序阻抗 .....	( 195 )
§ 11—2 不对称运行时的负序电流 .....	( 197 )
§ 11—3 发电机在不对称运行时的允许负荷 .....	( 200 )

<b>第十二章 同步电动机和调相机</b>	.....	(204)
§ 12—1 同步电机的可逆性	.....	(204)
§ 12—2 同步电动机	.....	(208)
§ 12—3 同步调相机	.....	(215)
§ 12—4 同步发电机的调相运行	.....	(217)
§ 12—5 发电机改作调相机的低频起动	.....	(218)
<b>第十三章 同步电机的参数及其测定方法</b>	.....	(223)
§ 13—1 稳态电抗的测定	.....	(224)
§ 13—2 暂态电抗的测定	.....	(231)
§ 13—3 时间常数和惯性常数的测定	.....	(236)
<b>参考书刊</b>	.....	(239)

# 第一章 同步电机的基本方程

同步电机是电力系统的主要元件。发电机的运行方式直接影响电力系统的运行。因此，对电机和电力系统运行工作者而言，了解同步电机的运行特性有着重要的意义。为研究同步电机各种运行方式，需要建立同步电机的基本方程。通常对同步电机采用下列假定条件，可以简化分析：

1. 忽略磁路饱和的影响，即电机铁心部分的导磁系数为常数；
2. 定子三相绕组的空间位置彼此相差 $120^\circ$ ，而且三个绕组在结构上完全相同，它们在气隙中产生正弦分布的磁动势；
3. 转子在结构上分别对纵轴和横轴对称，转子绕组和定子绕组间的互感磁通在气隙中也按正弦规律分布；
4. 忽略定子及转子的槽和通风沟的影响，即认为电机的定子和转子具有光滑的表面。

具有以上假定条件的同步电机称为“理想同步电机”。一般来讲，根据理想同步电机所得的计算结果能满足工程要求的准确度。

## § 1-1 同步电机的回路电压方程和磁链方程

对有阻尼绕组的同步电机，在定子方面有三个绕组 $a$ 、 $b$ 和 $c$ ，在转子方面有一个励磁绕组 $f$ 和两个阻尼绕组 $D$ 和 $Q$ ，如图1-1所示。为建立这六个回路的方程，首先要选定磁链、电流、电势和电压的正方向。图中各相定子绕组轴线的正方向为各相磁链的正方向，而各相绕组电流产生的磁通方向与各该相绕组的轴线的正方向相反时电流为正值。转子绕组的轴线为 $d$ 、 $q$ ，其中 $d$ 轴（纵轴）滞后于 $q$ 轴（横轴） $90^\circ$ 。 $d$ 轴的正方向为励磁绕组和纵轴阻尼绕组磁链的正方向， $q$ 轴的正方向为横轴阻尼绕组磁链的正方向，转子各绕组电流产生的磁通方向与相应轴线正方向相同时电流为正值。

图1-2示出各回路电路，其中标明了电势和电压的正方向。定子各相电势的正方向与其电流正方向相同，向外电路送出正向电流的机端电压也是正的。转子各回路电势的正方向与该回路的电流正方向相同，向励磁回路提供正向励磁电流的外加励磁电压是正的。阻尼回路是短接回路，电压为零。

根据上面所选定的各变量的正方向，可列出六个回路的电压方程：

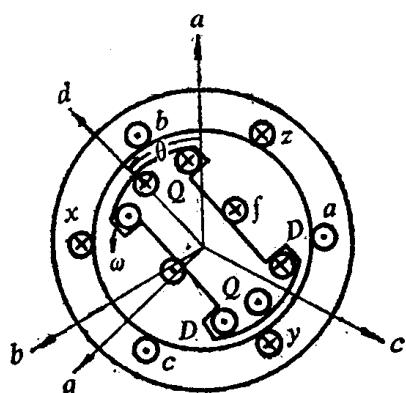


图 1-1 同步电机各绕组示意图

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ \dots \\ v_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & 0 & 0 & \vdots & & & \\ 0 & r & 0 & \vdots & 0 & & \\ 0 & 0 & r & \vdots & & & \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \vdots & r_f & 0 & 0 \\ 0 & & & \vdots & 0 & r_D & 0 \\ 0 & & & \vdots & 0 & 0 & r_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p\phi_a \\ p\phi_b \\ p\phi_c \\ \dots \\ p\phi_f \\ p\phi_D \\ p\phi_Q \end{pmatrix} \quad (1-1)$$

式中  $p$ —微分算子,  $p = \frac{d}{dt}$

同步电机中各绕组是互相耦合的, 各绕组的磁链包括本绕组的自感磁链和其他绕组与本绕组间的互感磁链, 它的磁链方程为:

$$\begin{pmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \\ \dots \\ \phi_f \\ \phi_D \\ \phi_Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} & \vdots & M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} & \vdots & M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} & \vdots & M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & \vdots & L_{ff} & M_{fD} & M_{fQ} \\ M_{Da} & M_{Db} & M_{Dc} & \vdots & M_{Df} & L_{DD} & M_{DQ} \\ M_{Qa} & M_{Qb} & M_{Qc} & \vdots & M_{Qf} & M_{QD} & L_{QQ} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (1-2)$$

上式的电感矩阵中, 对角元素  $L$  为各绕组的自感系数, 非对角元素  $M$  为两绕组间的互感系数。经分析证明, 这些电感系数中的大部分是与转子位置有关, 相应地将随时间作周期变化。如把式 (1-2) 代入式 (1-1), 则同步电机的各回路电压方程将成为一组变系数的微分方程。用这种方程来分析同步电机的运行状态显然是很困难的。为了解决这个困难, 常采用坐标变换的方法, 经过变换以后, 方程就便于求解。

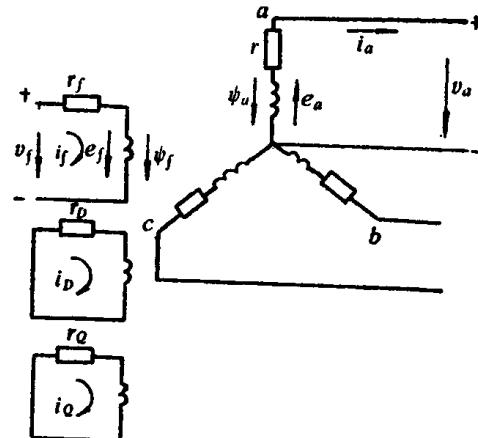


图 1-2 同步电机各回路电路图

## § 1-2 坐标变换

### 一、综合相量

按理想同步电机的假定条件, 定子绕组每相电流在空间产生的磁势波是正弦分布的。因此, 可以用三个空间相量来代表三相电流的瞬时值。如果三相电流的瞬时值分别为  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  三相轴线在空间上相隔  $120^\circ$ , 则形成彼此在相位上相差  $120^\circ$  的三个相量  $\dot{I}_a$ ,  $\dot{I}_b$ ,  $\dot{I}_c$ 。把这三个相量相加合成一个空间相量, 该相量的  $2/3$  倍即为综合相量 (图 1-3)。因此综合相量

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{2}{3}(\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c) \\ &= \frac{2}{3}(i_a a + i_b b + i_c c) \end{aligned} \quad (1-3)$$

式中  $a, b, c$ —— $a, b, c$ 三相轴线上的单位相量

为了求得综合相量  $\dot{I}$  的大小和位置，假定把  $a$  相作为实轴，超前  $90^\circ$  为虚轴，则相量在复平面内为

$$\dot{I} = \frac{2}{3}[i_a + i_b e^{j120^\circ} + i_c e^{-j120^\circ}] = I e^{j\beta} \quad (1-4)$$

式中

$$\begin{aligned} I &= \frac{2}{3} \sqrt{\left(i_a - \frac{1}{2}i_b - \frac{1}{2}i_c\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_b - \frac{\sqrt{3}}{2}i_c\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}(i_a^2 + i_b^2 + i_c^2 - 3i_0^2)} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}((i_a - i_0)^2 + (i_b - i_0)^2 + (i_c - i_0)^2)} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}(i'_a^2 + i'_b^2 + i'_c^2)} \end{aligned} \quad (1-5)$$

$$\beta = \cos^{-1} \frac{i'_a}{\sqrt{\frac{2}{3}(i'_a^2 + i'_b^2 + i'_c^2)}} \quad (1-6)$$

其中  $i_0$ ——三相系统中的零序电流， $i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c)$

$i'_a, i'_b, i'_c$ ——扣除零序电流后的各相电流的瞬时值。

由上式可见，零序电流不产生综合相量。这是因为三相零序电流大小上相等，而在空间上互差  $120^\circ$ ，因而它们三者合成之和为零。因此综合相量又可写成下式

$$\dot{I} = \frac{2}{3}(i'_a + i'_b e^{j120^\circ} + i'_c e^{-j120^\circ}) \quad (1-7)$$

由式 (1-4) 和 (1-6) 及参阅图 1-3 可见，综合相量  $\dot{I}$  在三相轴线上的投影分别为

$$\left. \begin{aligned} I \cos \beta &= i'_a = i_a - i_0 \\ I \cos(\beta - \frac{2\pi}{3}) &= i'_b = i_b - i_0 \\ I \cos(\beta + \frac{2\pi}{3}) &= i'_c = i_c - i_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

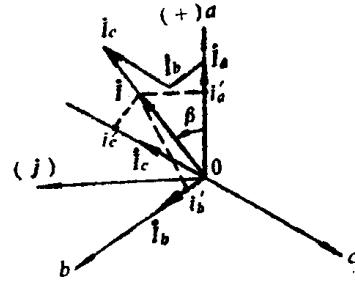


图 1-3 综合相量

由此可见，综合相量  $\dot{I}$  在各相轴线上的投影再加上零序分量电流即为各相电流的瞬时值。需要指出，这里的零序电流与对称分量法中所讲的零序电流有所不同，这里是电流的瞬时值，对称分量法中是电流相量。如果三相电流不对称，但只要是一个平衡的三相系统 ( $i_a + i_b + i_c = 0$ ，这条件对发电机中性点不接地系统总是满足的)，此时综合相量  $\dot{I}$  在三相轴线上的投影，即为三相电流的瞬时值。这样，用一个综合相量  $\dot{I}$  就可代表三相电流。

在合成综合相量时，要在三个相量相加后乘以  $2/3$ ，这  $2/3$  可以用电流所产生的磁势来解释。当三相通以正弦波形的对称电流，各相电流产生的磁势幅值与各相电流的大小成正比，三相所合成的磁势，其幅值为单相磁势幅值的  $3/2$  倍。这样在式 (1-3)、(1-4) 和 (1-7) 右边乘  $2/3$  后，所得的综合相量，才能使其在各相轴线上的投影恰巧是各相电流的瞬时值。

在三相平衡系统中，如三相电流是对称的正序电流，综合相量  $\dot{I}$  是一个长度不变，并以电流角频率  $\omega$  正向旋转的相量， $\dot{I}$  端点的轨迹是一个圆；如三相电流不对称，即各相电流中既有正序电流又有负序电流，则由代表三相正序电流以  $\omega$  正向旋转的相量和代表三相负序电流以  $\omega$  反向旋转的相量所合成的综合相量  $\dot{I}$  来代表三相电流， $\dot{I}$  的长度和旋转速度均不是常数，其端点的轨迹是一个椭圆（参阅 §11-2）。

除了定子三相电流以外，对定子三相电压、磁链和电势也可用综合相量来表示。

综上所述，定子的三相变量可以合成一个综合相量，综合相量又可分解为三相变量。这也就是说，一旦综合相量确定了，定子三相的变量（零序分量除外）也就确定了。另外，综合相量还可以在不同的坐标系统的轴线上投影，其投影值就是该轴线上变量的瞬时值。由于坐标系统的不同，因而综合相量在各轴线上的投影值也各不相同。不同坐标系统之间的变换关系就可通过综合相量联系起来，只是对有零序分量的坐标系统，需补充一个零序分量而已。通常坐标系统可以分为三大类：

1. 坐标轴线放在定子上的静止坐标系统，即  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ， $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $0$  及  $1$ 、 $2$ 、 $0$  坐标系统；
2. 坐标轴线放在转子上的随转子一起旋转的坐标系统，即  $d$ 、 $q$ 、 $0$  及  $F$ 、 $B$ 、 $0$  坐标系统；
3. 坐标轴线在空间以同步转速  $\omega_0$  旋转的恒定转速坐标系统，即  $d_c$ 、 $q_c$ 、 $0$  及  $F_c$ 、 $B_c$ 、 $0$  坐标系统。

下面以电流综合相量为例，介绍几种与分析同步电机运行有关的坐标系统，以及这些坐标系统之间的转换关系。

## 二、坐标变换

### (1) $d$ 、 $q$ 、 $0$ 坐标系统

这种坐标是把坐标轴线放在转子上，并随转子一起旋转。转子励磁磁场的轴线为纵轴 ( $d$  轴)，与它相垂直的轴线为横轴 ( $q$  轴)， $q$  轴超前  $d$  轴  $90^\circ$ ，如图 1-4 所示。综合

相量  $\vec{I}$  在  $d$ 、 $q$  轴上的投影值为  $i_d$ 、 $i_q$ ，综合相量  $\vec{I}$  在  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三相轴线上的投影为  $i'_a$ 、 $i'_b$ 、 $i'_c$ ，因此，利用  $i_d$ 、 $i_q$  求  $i'_a$ 、 $i'_b$ 、 $i'_c$  时，则有

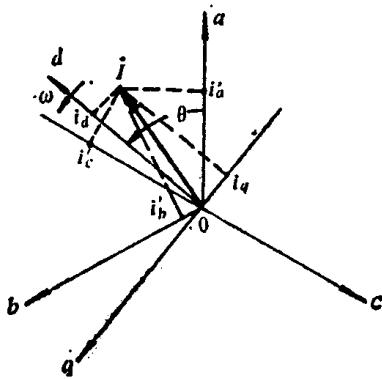


图 1-4  $d$ 、 $q$ 、 $o$  坐标系统

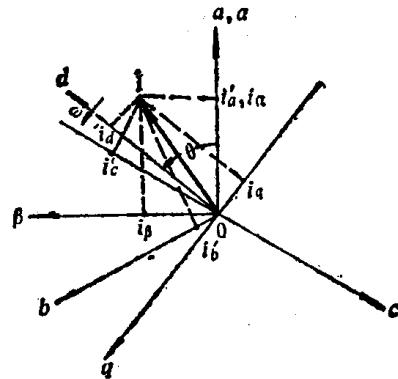


图 1-5  $a$ 、 $\beta$ 、 $o$  坐标系统

$$\begin{pmatrix} i'_a \\ i'_b \\ i'_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (1-9)$$

或

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (1-10)$$

式中  $\theta$ ——转子  $d$  轴与  $a$  轴间的角度，它是时间  $t$  的函数。

由式 (1-10) 不难解得其逆变换关系式，则可通过下式用  $i_a$ 、 $i_b$ 、 $i_c$  来求  $i_d$ 、 $i_q$ 、 $i_0$

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (1-11)$$

## (2) $a$ 、 $\beta$ 、 $o$ 坐标系统

这种坐标系统是把坐标轴线放在定子上，且使  $a$  与  $a$  轴相重合， $\beta$  轴超前  $a$  轴  $90^\circ$ ，如图 1-5 所示。 $a$ 、 $\beta$ 、 $o$  系统与  $a$ 、 $b$ 、 $c$  系统间的关系为

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (1-12)$$

和

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (1-13)$$

$a$ 、 $\beta$ 与 $d$ 、 $q$ 两系统间的关系为：

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} \quad (1-14)$$

和

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} \quad (1-15)$$

### (3) $d_c$ 、 $q_c$ 、 $0$ 坐标系统

这种坐标系统的坐标轴线在空间以同步速度 $\omega_0$ 旋转，如图1-6所示。设在 $t=0$ 时，同步轴 $d_c$ 及 $q_c$ 分别与转子 $d$ 轴及 $q$ 轴相重合，且 $\theta_0$ 为 $d$ 轴与 $a$ 轴之间的初始角。则 $d_c$ 、 $q_c$ 、 $0$ 与 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 两系统间的关系为

$$\begin{pmatrix} i_{d_c} \\ i_{q_c} \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos(\theta_0 + \omega_0 t) & \cos(\theta_0 + \omega_0 t - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_0 + \omega_0 t + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin(\theta_0 + \omega_0 t) & -\sin(\theta_0 + \omega_0 t - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta_0 + \omega_0 t + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (1-16)$$

和

$$\begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_0 + \omega_0 t) & -\sin(\theta_0 + \omega_0 t) & 1 \\ \cos(\theta_0 + \omega_0 t - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta_0 + \omega_0 t - \frac{2}{3}\pi) & 1 \\ \cos(\theta_0 + \omega_0 t + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta_0 + \omega_0 t + \frac{2}{3}\pi) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{d_c} \\ i_{q_c} \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (1-17)$$

$d_c$ 、 $q_c$ 与 $d$ 、 $q$ 两系统间的关系为

$$\begin{pmatrix} i_{dc} \\ i_{qc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Delta\theta & -\sin\Delta\theta \\ \sin\Delta\theta & \cos\Delta\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} \quad (1-18)$$

$$\text{和 } \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Delta\theta & \sin\Delta\theta \\ -\sin\Delta\theta & \cos\Delta\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{dc} \\ i_{qc} \end{pmatrix} \quad (1-19)$$

式中  $\Delta\theta$ ——转子轴线超前同步轴的角度,  $\Delta\theta = \theta - (\theta_0 + \omega_0 t)$

对同步电机的同一运行问题, 可以用多种方法来分析, 究竟采用哪种坐标系统, 主要依计算较为简便而定。同样, 同一坐标系统在某些情况下应用起来容易得出结果, 而在另一些情况下利用它时就较为复杂。因此, 研究者应掌握各种坐标之间的变换关系, 善于根据所研究的对象, 选择合适的坐标系统加以运用。一般地说, 在恒速条件下, 假如定子或转子的某一方面为对称而另一方面为不对称时, 则较合适的方法是利用把坐标轴放在不对称的那一边的坐标系统。例如, 对凸极同步发电机的三相突然短路的分析, 用  $d$ 、 $q$ 、0 坐标系统就比较方便。

又如在研究同步电机不对称运行时, 则用  $\alpha$ 、 $\beta$ 、0 坐标系统比较简单。对转速不是恒定而是振荡的同步电机, 在分析某些问题时, 运用  $d_c$ 、 $q_c$ 、0 坐标系统就可能比  $d$ 、 $q$ 、0 坐标系统更为合适。因为转子的转速在振荡, 对定子而言,  $d$ 、 $q$ 、0 坐标系统是既旋转又振荡; 而  $d_c$ 、 $q_c$ 、0 坐标系统, 只是恒速旋转而无振荡。

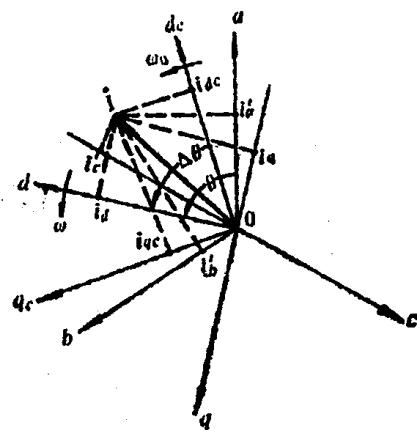


图 1-6  $d_c$ 、 $q_c$ 、0 坐标系统

### § 1-3 派克 (Park) 方程

在 §1-1 中, 定子各绕组的电磁量采用静止的三相坐标系统, 而转子各绕组的电磁量采用随转子一起旋转的  $d$ 、 $q$  坐标系统。由于转子的旋转, 使磁链方程式 (1-2) 中电感矩阵的大部分自感和互感作周期性变化。如果将定子各电磁变量转换到  $d$ 、 $q$ 、0 坐标系统的新变量, 就可列出便于求解的电压方程和磁链方程。这种变换首先由派克提出, 常称为派克变换。

式 (1-11) 可简写为如下形式

$$i_{dq0} = P i_{abc} \quad (1-20)$$

其中  $i_{dq0} = \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix}$  和  $i_{abc} = \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}$  (1-21)

$$P = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (1-22)$$

式中  $P$ —变换矩阵

对于磁链和电压，也可写出类似的关系式

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_{abc} = P\Psi_{dqe} \\ v_{abc} = Pv_{dqe} \end{array} \right\} \quad (1-23)$$

由式 (1-22) 不难解得其逆变换关系式

$$I_{abc} = P^{-1}I_{dqe} \quad (1-24)$$

这也就是式 (1-10)，其中

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) & 1 \end{pmatrix} \quad (1-25)$$

同样，对于磁链和电压的逆变换关系式

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_{abc} = P^{-1}\Psi_{dqe} \\ v_{abc} = P^{-1}v_{dqe} \end{array} \right\} \quad (1-26)$$

经过派克变换（变换过程在《电力系统》中已有叙述），得定子电压方程

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p\phi_d \\ p\phi_q \\ p\phi_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_d \\ \phi_q \\ \phi_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} \quad (1-27)$$

或者写成

$$\left. \begin{array}{l} v_d = p\phi_d - \omega\phi_q - ri_d \\ v_q = p\phi_q + \omega\phi_d - ri_q \\ v_0 = p\phi_0 - ri_0 \end{array} \right\} \quad (1-28)$$

这就是著名的派克方程。它是研究同步电机运行的基本方程。

转子电压方程

$$\begin{pmatrix} v_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p\phi_f \\ p\phi_D \\ p\phi_Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_f & 0 & 0 \\ 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & r_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_f \\ i_D \\ i_Q \end{pmatrix} \quad (1-29)$$

或者写成

$$\left. \begin{array}{l} v_f = p\phi_f + r_f i_f \\ 0 = p\phi_D + r_D i_D \\ 0 = p\phi_Q + r_Q i_Q \end{array} \right\} \quad (1-30)$$

磁链方程

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \\ \phi_0 \\ \dots \\ \phi_f \\ \phi_D \\ \phi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & m_{af} & m_{aD} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & m_{aQ} \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{3}{2}m_{af} & 0 & 0 & L_f & m_{fD} & 0 \\ \frac{3}{2}m_{aD} & 0 & 0 & m_{fD} & L_D & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{aQ} & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ \dots \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1-31)$$

式中  $L_d$ 、 $L_q$ —定子纵、横轴绕组的自感系数；

$L_0$ —零序电感系数；

$L_f$ 、 $L_D$ 、 $L_Q$ —转子励磁和阻尼绕组的自感系数；

$m_{af}$ 、 $m_{aD}$ 、 $m_{fD}$ —纵轴两个绕组间的互感系数；

$m_{aQ}$ —横轴定、转子绕组间的互感系数。

由上式可见，经过变换是将定子三相绕组用纵轴( $d$ 轴)和横轴( $q$ 轴)两个等效绕组代替(零序的量与转子量无关)， $d$ 绕组的轴线始终和 $d$ 轴一致， $d$ 轴方向的导磁系数是常数，因此等效绕组 $d$ 的自感系数 $L_d$ 为常数，它与励磁绕组及纵轴阻尼绕组之间的互感系数 $m_{af}$ 、 $m_{aD}$ 也为常数。同理， $q$ 轴方向的电感系数也均为常数。式(1-31)的电感矩阵中有许多零元，可把该方程组分成下列三个方程组，即

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_f \\ \phi_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d & m_{af} & m_{aD} \\ \frac{3}{2}m_{af} & L_f & m_{fD} \\ \frac{3}{2}m_{aD} & m_{fD} & L_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ i_f \\ i_D \end{bmatrix} \quad (1-32)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_q \\ \phi_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_q & m_{aQ} \\ \frac{3}{2}m_{aQ} & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_q \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1-33)$$

$$\phi_0 = -L_0 i_0 \quad (1-34)$$

这样三个彼此无关的方程组，使分析大为简化。另外，在同一轴向上的各绕组才存在互感， $d$ 轴上的绕组与 $q$ 轴上的绕组之间是不存在互感的。就磁路而言，零序绕组是与其他绕组完全隔离的。