

材料力學原理詳解

S. 鐵木辛哥 D. H. 楊 原著
陳 昆 生 譯著

曉 園 出 版 社
世 界 圖 書 出 版 公 司

材料力學原理詳解

S. 鐵木辛哥 D. H. 楊 原著
陳 昆 生 譯著

曉 園 出 版 社
世 界 圖 書 出 版 公 司

材料力学原理详解

S. 铁木辛哥 D. H. 扬 原著

陈昆生 译著

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝内大街137号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1994年10月第一版 开本 850×1168 1/32

1994年10月第一次印刷 印张 85

印数: 0001—600 字数: 19.9万字

ISBN: 7-5062-1916-6/O·130

定价: 13.50元 (W_{9402/17})

世界图书出版公司向台湾晓园出版社购得重印权

限国内发行

前言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

符 號

A	面積
a, b, c	大小尺度
c	中主軸至梁頂面或呈梁底面 (緣維 extreme fiber) 之距離
d	直徑
E	彈性模數
e	偏心度、偏心距
F	力
G	剪力模數
g	重力加速度常數
h	高、梁之深度
hp	馬力
I	面積慣性力矩
i	環動 (旋轉) 半徑
J	面積極軸慣性力矩
K	應力集中係數
k	$\sqrt{P/EI}$ 之符號, 彈簧常數, 因數
l	長
M	撓 (力) 矩, 彎 (曲) 力矩
N	垂直力
n	安全因數; 每分鐘轉數 (rpm); 數目
P	力; 載荷 (荷重, 載重)
p	單位面積壓力; 螺紋距
Q	力; 面積靜力矩

q	單位長度之載荷
R	反作用, 半徑
r	半徑; 旋轉半徑
S	應力合力
s	弧長
T	轉矩; 溫度
t	厚度
U	應變能
u	單位體積應變能
V	剪力; 體積
v	速度
W	重量; 總荷重
w	單位長度之荷重; 單位體積重量
X, Y, Z	力
x, y, z	座標
Z	斷面模數
α	溫度膨脹係數; 角
β	角
γ	剪應變; 重量密度
δ	撓度 (變位); 總增長
ϵ	拉或壓應變
θ	彈性曲線斜率; 單位長度之扭轉角
μ	波遜比
ρ	曲率半徑; 徑向座標
σ	垂直應力
τ	剪應力
ϕ	扭轉角; 角座標
ω	角速 (度)

材料力學原理詳解

(目 錄)

第一章 拉力、壓力與剪力：I

習題 1 - 1	導 論	0
習題 1 - 2	內力、應力	1
習題 1 - 3	彈性、應變	4
習題 1 - 4	拉與壓之靜不定問題	9
習題 1 - 5	薄 環	17

第二章 拉力、壓力與剪力：II

習題 2 - 1	應力隨斷面狀況之變化	22
習題 2 - 3	極限設計	26
習題 2 - 4	拉與壓之應變能	28

第三章 雙軸向拉力與壓力

習題 3 - 1	薄壁壓力容器之應力	32
習題 3 - 2	雙軸向應力之進一步分析	35
習題 3 - 3	雙軸向應力之莫氏圓	39
習題 3 - 4	純剪力	42
習題 3 - 5	壓力容器之鑄接與焊接	43

第四章 扭 轉

習題 4 - 1	圓軸之扭轉	49
習題 4 - 2	密圈螺旋彈簧	56
習題 4 - 3	剪力與扭轉之應變能	59
習題 4 - 4	薄壁管之扭轉	62
習題 4 - 5	矩形斷面軸	66

第五章 梁中應力：I

習題 5 - 1	剪力及撓（轉力）矩	70
習題 5 - 2	剪力與轉力矩圖	75
習題 5 - 3	梁中轉（撓）應力	84
習題 5 - 4	各種梁斷面	92
習題 5 - 5	梁中剪應力	97
習題 5 - 6	組合梁之應力	102

第六章 梁中應力：II

習題 6 - 1	梁之塑性撓曲	106
習題 6 - 2	雙料梁	108
習題 6 - 3	鋼筋混凝土梁	112
習題 6 - 4	任意斷面梁之撓曲	116
習題 6 - 5	薄壁側面梁中剪應力	119
習題 6 - 6	曲梁之撓應力	124

第七章 平面應力與平面應變分析

習題 7 - 1	平面應力一般狀況	129
習題 7 - 2	梁中主應力	133
習題 7 - 3	撓曲與扭轉之複合應力	138
習題 7 - 4	應變分析	145
習題 7 - 5	應變量測儀器	147

第八章 梁之撓度

習題 8 - 1	彈性線之微分方程式	151
習題 8 - 2	矩面法	159
習題 8 - 3	重疊撓度	164
習題 8 - 4	撓曲應變能	173
習題 8 - 5	剪應變所生撓度	177

第九章 靜不定梁

習題 9 - 1	重疊法	180
習題 9 - 2	三力矩問題	189
習題 9 - 3	卡氏定理	197
習題 9 - 4	卡氏定理對靜不定問題之應用	202
習題 9 - 5	靜不定梁之極限分析	208

第十章 柱之理論

習題 10- 1	偏心荷載之短柱	217
習題 10- 2	長柱、歐勒氏柱公式	222
習題 10- 3	歐氏柱公式進一步討論	227
習題 10- 4	正割公式	229
習題 10- 5	用相當之偏心率代表不完整	233
習題 10- 6	柱之經驗公式	235

附錄 A 普通結構材料之物理性質

表 A - 1	普通金屬之平均物理性質	241
表 A - 2	構造木材之平均物理性質及工作應力	242
表 A - 3	建築石料，磚及混凝土之平均物理性質	243
表 A - 4	鋼之機械性質	244

附錄 B 習題

附錄 B 表

表 B - 1	普通斷面要素	251
表 B - 2	寬緣鋼斷面要素	253
表 B - 3	美國標準 I 形梁斷面要素	257
表 B - 4	美國標準槽形鋼斷面要素	259
表 B - 5	等長角鋼斷面要素	261
表 B - 6	不等長角鋼斷面要素	263

$$= 2500 \text{ lb}$$

假設無摩擦力

$$\text{則 } \Sigma M_o = 0 \Rightarrow 1 \times 2500 + 30 \times P = 0$$

$$P = -83.3 \text{ lb}$$

$$\text{ie } P = 83.3 \text{ lb} \downarrow$$

6. 如 1-7 圖泵桿之允許工作應力減低至 $\sigma_w = 6000$ 磅 / 平方吋，求桿所需之斷面 A ，其他數據與例題 2 同。

如例 2 Fig 1-7

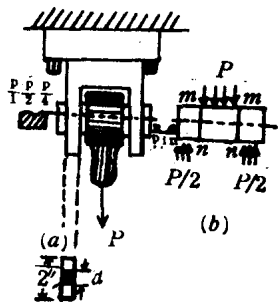
設所須斷面為 A 則 $wlA = (490 / 1728) \times 320 \times 12 \times A$

$$S_{max} = \frac{1.09 \times 10^4 A + 2000}{A} = 6000 \text{ psi}$$

$$2000 / A + 1.09 \times 10^4 = 6000$$

$$A = \frac{2000}{6000 - 1090} = 0.407 \text{ in}^2$$

7. 圖 1-5 所示之鑄鋁叉接頭叉腳為 2 吋 $\times$ 1/4 吋矩形斷面，鑄鋁之允許拉應力為 $\sigma_w = 10,000$ 磅 / 平方吋，鋼框釘之允許剪應力為 $\tau_w = 6000$ 磅 / 平方吋，求框釘之最佳直徑 d ，亦即能使此裝置安全荷力 P 為最大時 d 之值。



$$\tau_w = S / A_s, S = P / 2$$

$$\tau_w = 6000 = \frac{P/2}{\pi d^2 / 4} \quad (1)$$

$$\sigma_w = S / A = \frac{P/2}{2 \times 1/4 - d \times 1/4} = 10000 \quad (2)$$

from (1) & (2)

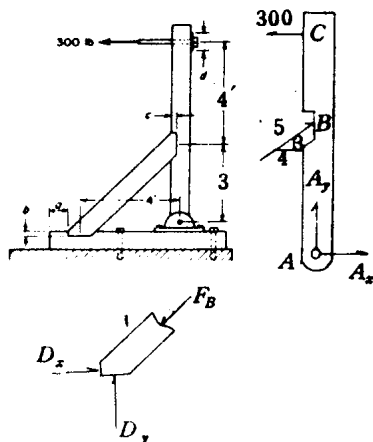
$$\Rightarrow P/2 = 6000 \times \pi d^2 / 4$$

$$= 10000 \times (2 - d) \times 1/4$$

$$6\pi d^2 - 20 + 10d = 0$$

$$d = 0.8 \text{ in}$$

8. 圖 C 所示之機構架為 4 吋 $\times$ 4 吋平方之木柱所組成其沿紋之允許力為 $\tau_w = 100$ 磅 / 平方吋，垂紋之允許應力為 $\sigma_w = 400$ 磅 / 平方吋，求 a ， b ， c ，各尺度之最小安全值，豎柱與底樑係樑接。



Free body: member 1

與 $\Sigma M_A = 0$

$$7 \times 300 - B \times 4/5 \times 3 = 0$$

$$B = +875 \text{ lb.}$$

at D

$$D_x = 875 \text{ lb} \times 4/5 = 700 \text{ lb}$$

$$D_y = 875 \text{ lb} \times 3/5 = 525 \text{ lb}$$

$$(1) \tau_w = D_x / A_x$$

$$100 = 700 / a \times 4 \quad a = 1(3/4)''$$

$$(2) \sigma_w = D_y / A \Rightarrow 400 = \frac{700}{4 \times b}$$

$$b = 7/16''$$

at C

$$\text{同理 } B_y = D_y = 525 \text{ lb}$$

$$\sigma_w = B_y / A \quad 400 = \frac{525}{4c}, \quad c = 21/64''$$

9. 圖 C 中水平力 300 磅係經由 1/4 吋直徑之鋼螺栓傳遞於豎柱如圖所示，如螺栓墊板及柱面間允許壓力為 200 磅/平方吋，求墊板之最小直徑。

Loose-fitting washer

$$\text{Diameter of hole} = 1/4'' + 1/8''$$

$$= 3/8'' \text{ (code)}$$

$$\sigma_w = F / A$$

$$200 = \frac{300}{\pi [(d/2)^2 - (3/16)^2]}$$

$$\frac{d^2}{4} - (3/16)^2 = 3/2\pi \Rightarrow d^2/4 = 0.036 + 0.478$$

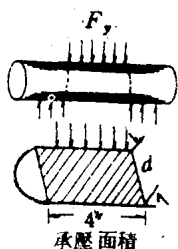
$$d = 1.43''$$

10. 如圖 C 中豎柱底端木料與樞針間之承壓為 200 磅/平方吋，求樞針之直徑，設承壓面積寬度即為樞針之直徑。

$$\Sigma F_y = 0$$

$$A_y = D_y = 525 \text{ lb}$$

$$\therefore \text{Bearing Area} = 4 \times d$$



$$\Sigma F_x = 0$$

$$A_x + 300 - 700 = 0$$

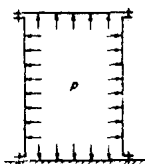
$$A_x = 400 \text{ lb}$$

$$A = \sqrt{(525)^2 + (400)^2} = 660$$

$$\sigma_w = \frac{A}{a_B} \quad 200 = \frac{660}{4d}$$

$$d = 660 / 4 \times 200 = 0.825 \text{ "}$$

11. 圖D之圓桶內直徑 $D = 10$ 吋內受氣體壓力其密度為 $P = 300$ 磅 / 平方吋，設螺栓之工作應力為 $10,000$ 磅 / 平方吋，求將頂部蓋板緊接於桶中所需螺栓數目。



圖D

$$\sigma_w = F / nA \quad F = 300 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2$$

$$n = \frac{F}{A \sigma_w} = \frac{300 \times \pi / 4 \times 10^2}{\pi / 4 \times 1/4 \times 10^4} = 12$$

習題1.3 彈性：應變

1. 一鋁桿長6呎（其中2呎長為斷面1吋平方之部分，4呎長則是直徑為1吋的圓桿），如此桿受拉力 $P = 3500$ 磅， $E = 10.5 (10)^6$ 磅 / 平方吋，問桿之拉長。

$$\sigma_1 = 3.5 \times 10^3 \text{ psi}$$

$$\sigma_2 = \frac{3.5 \times 10^3}{\pi / 4} = 4.46 \times 10^3 \text{ psi}$$

$$\delta_1 = \frac{\sigma_1 \ell_1}{E} = \frac{3.5 \times 10^3 \times 2 \times 12}{1.05 \times 10^7} = 8.0 \times 10^{-3} \text{ "}$$

$$\delta_2 = \frac{\sigma_2 \ell_2}{E} = \frac{4 \times 12 \times 4.46 \times 10^3}{1.05 \times 10^7} = 2.04 \times 10^{-2} \text{ "}$$

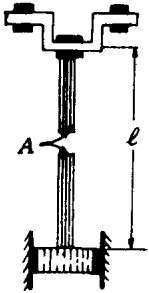
$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 0.0284 \text{ "}$$

2. 用第2頁例題2，設豎桿為鋼製（ $E = 30 (10)^6$ 磅 / 平方吋）其他數據不變，求上端曲柄之半徑而使下端活塞衝程可達8吋。

$$\ell = 320 \text{ ft}$$

$$A = 0.338 \text{ in}^2$$

$$r = 490 \text{ lb / ft}^3$$



$$W = \gamma l A$$

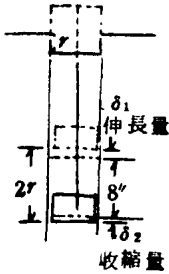
$$= (490 / 1728) \times 320 (12) \times 0.338$$

$$= 368 \text{ lb}$$

from Example 1

$$S_1 = 2000 + W / 2 = 2184 \text{ lb}$$

$$\left(\text{即 } \delta = \frac{\frac{W}{2} \cdot l}{AE} \right)$$



$$\delta_1 = \frac{s_1 l}{AE} = \frac{2184 \times 320 \times 12}{0.338 \times 3.0 \times 10^7} = 0.83''$$

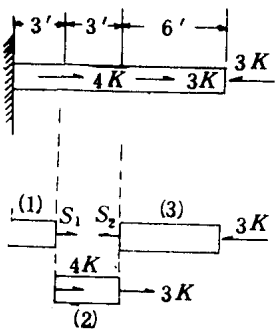
$$S_2 = W / 2 - 200 = 184 - 200 = -16 \text{ lb}$$

$$\delta_2 = s_2 l / AE = \frac{-16 \times 320 \times 12}{0.338 \times 3.0 \times 10^7} = -0.006''$$

$$\therefore 2\gamma = 8 + \delta_1 + |\delta_2| = 8.836$$

$$\therefore \gamma = 4.418$$

3. 一稜體鋼棒斷面為 $A = 0.5$ 平方吋受軸向壓力如圖 A 所示，求棒之淨拉長，設 $E = 30(10)^6$ 磅/平方吋。



(1) consider equilibrium condition

(i) member (1)

$$S_1 = 4 + 3 - 3$$

$$= 4 \text{ kips (Tension)} \quad (t)$$

$$\delta_1 = \frac{4 \times 10^3 \times 3 \times 12}{1/2 \times 3.0 \times 10^7}$$

$$= 0.0096''$$

(ii) member (3)

$$S_3 = -3 \text{ kips}$$

(c)

$$\delta_2 = \frac{-3 \times 10^3 \times 6 \times 12}{1/2 \times 3.0 \times 10^7} = -0.0144''$$

(ii i) member (2)

$$S_2 = 0$$

$$\delta_2 = 0$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$$

6 材料力學原理詳解

$$= -0.0144'' + 0.0096''$$

$$= -0.0048\text{in}$$

4. 圖A中沿軸4 k之力置於何處時可使桿之淨位長等於零？

依(3)題將 member 分成三部

則 δ_1' 仍為 $-0.0144''$

δ_2' 仍為 0

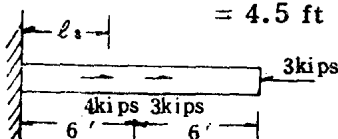
欲使 $\delta_1' = 0.0144''$ 使 δ 總和為 0

$$\therefore \delta_1' = \frac{S_1 L_1'}{AE} \text{ 且 } S_1 \text{ 仍為 } 4^{\text{K}} (\text{Tension})$$

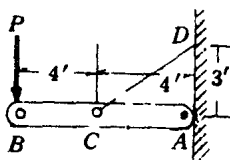
$$\text{故 } \delta_1' \propto L_1'$$

$$\therefore L_1' = L_1 \times \frac{\delta_1'}{\delta_2} = \frac{0.0144}{0.0096} \times 3$$

$$= 4.5 \text{ ft (from fixed end)}$$



5. 一鋼桿 AB 樞接於豎牆並由拉桿 CD 支承於水平位置，如圖B所示，拉桿之斷面為 $A = 0.10$ 平方吋，其工作拉力為 $\sigma_w = 20,000$ 磅/平方吋，求荷力 P 之安全值及 B 點之相當豎向移位，拉桿之彈性模數為 $E = 30(10)^6$ 磅/平方吋。



$$\sigma_w = 2.0 \times 10^4 = \frac{T}{0.1} \Rightarrow$$

$$T = 2.0 \times 10^3 \text{ lb}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$P \times 8 - T \times 3/5 \times 4 = 0$$

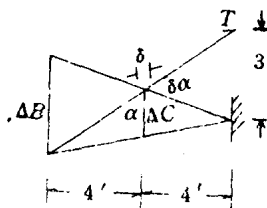
$$P = T \times 3/5 \times 1/8 \times 4 = 600 \text{ lb}$$

$$\delta = \sigma l / E = \frac{2.0 \times 10^3 \times 5.0 \times 12}{3.0 \times 10^7}$$

$$= 4.0 \times 10^{-2} \text{ ft}$$

$$\therefore \Delta C / \Delta B = 4/8 \quad \Delta B = 2 \Delta C$$

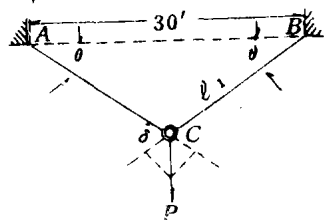
$$\therefore \Delta C = \frac{\delta}{\sin \alpha} = 4.0 \times 10^{-2} \times 5/3$$



$$= 6.66 \times 10^{-2}$$

$$\Delta B = 2 \Delta C = 0.133 \text{ in}$$

6. 計算 1-6 圖 C 環之豎向位移 Δ ，設支點 A B 相距 30 呎，其他數據不變。



$$\sigma_w = 10^4 \text{ psi}$$

$$l_1 = \frac{30/2}{\cos 30^\circ}$$

$$\delta = \frac{\sigma_w l_1}{E} = \frac{\sigma_w \times 15 \times 12}{\cos 30^\circ E}$$

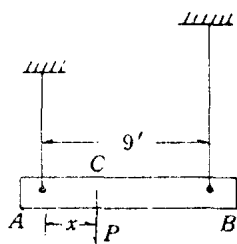
$$\Delta C = \frac{\delta}{\cos 60^\circ} = 2 \delta$$

$$= \frac{2 \times \sigma_w \times 15 \times 12}{\cos 30^\circ \times E}$$

$$= \frac{2 \times 10^4 \times 15 \times 12}{\sqrt{3}/2 \times 3.0 \times 10^7}$$

$$= 0.138 \text{ in}$$

7. 一鋼桿 AB 長 9 呎兩端懸於兩豎桿成水平位置如圖 C 所示，A 點之豎桿為黃銅所製；長 6 呎，斷面為 1.76 平方吋，彈性模數為 $15(10)^6$ 磅/平方吋，B 點之豎桿為鋼所製；長 10 呎，斷面 0.785 平方吋，彈性模數為 $30(10)^6$ 磅/平方吋，求豎向荷力 P 之位置使 AB 桿受力後仍保持其水平狀態。



$$\Sigma M_c = 0, \quad (9-x)B - xA = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_v = 0, \quad A + B = P \quad (2)$$

from (1) and (2)

$$B = \frac{x}{9} P, \quad A = (1 - x/9) P$$

$$\text{let } \delta_{\text{Brass}} = \delta_{\text{steel}}$$

$$\frac{\ell_1 S_1}{A_1 E_1} = \frac{\ell_2 S_2}{A_2 E_2}$$

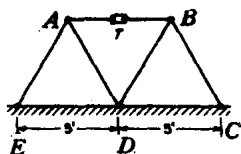
$$\frac{6 \times (1 - x/9) P}{1.76 \times 1.5 \times 10^7} = \frac{10 \times (\frac{x}{9}) P}{0.785 \times 3 \times 10^7}$$

$$x = 3.13 \text{ ft}$$

8. 圖 D 桁架每桿均長 5 呎斷面 $A = 0.307$ 平方吋彈性模數 $E = 30(10)^6$

8. 材料力學原理詳解

磅/平方吋， AB 棒中之螺旋扣為雙向轉動者每吋 32 螺紋，問欲使 AB 棒受拉力 10,000 磅時螺旋扣需若干轉？



(1) at joint A

$$F_{AB} = 10^4 \text{ lb (Tension)} \quad (t)$$

$$F_{AD} = 10^4 \text{ lb (Compression)} \quad (c)$$

同理 at joint B

$$F_{BC} = 10^4 \text{ lb (Tension)} \quad (t)$$

$$F_{BD} = 10^4 \text{ lb (Compression)} \quad (c)$$

(2) consider the Geometric relation

$$\delta_{BC} = \frac{S_{BC} l}{AE} = \frac{10^4 \times 5 \times 12}{0.307 \times 3.0 \times 10^7} = 6.5 \times 10^{-2} \text{''}$$

$$\delta_{BD} = -6.5 \times 10^{-2} \text{''}$$

$$\delta_B = \frac{\delta_{BC}}{\cos 60^\circ} = \frac{\delta_{BD}}{\cos 60^\circ} = \frac{6.5 \times 10^{-2}}{1/2} = 0.13 \text{''}$$

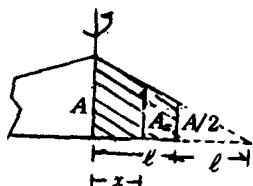
the elongation of member AB due to tension

$$\delta^1 = \frac{10^4 \times 5 \times 12}{0.307 \times 3.0 \times 10^7} = 6.5 \times 10^{-2} \text{''}$$

$$\Delta\delta = 2\delta_B + \delta^1 = 2 \times 0.13 + 0.065 \text{''} = 0.325 \text{''}$$

$$n = 0.325 \text{''} / (1/16) = 5.2 \text{ (Turns)}$$

9. 如圖 1-12 之旋轉棒之斷面在突口處為 A 向左右作直線式之遞減在兩端處斷面為 $A/2$ ，計算在突口處因等角速旋轉之拉應力 σ 。



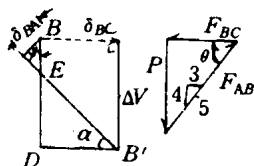
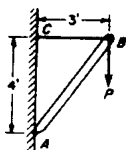
$$\frac{A_x}{A} = \frac{2l-x}{2l} \quad A_x = \left(\frac{2l-x}{2l} \right) A$$

$$dF = \frac{\gamma}{g} A_x dx \omega^2$$

$$\sigma_0 = 1/A \int_0^l \gamma/g \left(\frac{2l-x}{2l} \right) A_x \omega^2 dx = \frac{\gamma \omega^2}{2lg} \int_0^l (2l-x) dx$$

$$= \gamma w^2 \ell^2 / 3g$$

10. 在圖E之簡單結構中 BC 桿件為鋼綫直徑 $d = 1/8$ 吋, AB 為木支柱斷面為一時平方, 求因豎向力 $P = 400$ 磅 B 點之橫向及豎向位移。鋼之彈性模數為 $E_s = 30(10)^6$ 磅/平方吋; 木料之彈性模數為 $E_w = 1.5(10)^6$ 磅/平方吋。



$$F_{BC} / 3 = P / 4 = F_{AB} / 5$$

$$F_{BC} = 3P / 4 = \frac{3 \times 400}{4}$$

$$= 300 \text{ lb (T)}$$

$$F_{AB} = \frac{5}{4}P = \frac{5 \times 400}{4}$$

$$= 500 \text{ lb (C)}$$

$$\delta_{BC} = \frac{300 \times 3 \times 12}{3.0 \times 10^7 \times (1/16)^2 \pi}$$

$$= 2.94 \times 10^{-2} \text{''}$$

$$\delta_{BA} = \frac{-500 \times 5 \times 12}{1.5 \times 10^6 \times 1} = -0.02 \text{''}$$

$$\delta_A = \delta_{BC} = 0.0294 \text{''}$$

$$\delta_v = BE + DE$$

$$= \delta_{BA} / \cos \alpha + \delta_{BC} \tan \alpha$$

$$= \frac{\delta_{BA}}{\sin \theta} + \delta_A \cot \theta$$

$$= \frac{0.02}{4/5} + 0.0294 \times 3/4$$

$$= 0.025 \text{''} + 0.0220 = 0.047 \text{''}$$

習題 1-4 拉與壓之靜不定問題

1. 一鋼板支於三混凝土短柱上, 柱斷面均為 4 吋 $\times$ 4 吋平方如圖 A 所示, 因製作時之意外中間柱較兩邊者短 0.02 吋, 如混凝土之工作應力為 3000 磅/平方吋, 彈性模數為 $E_c = (10)^6$ 磅/平方吋, 求荷重 P 之安全值, 設板為絕對鋼體。

(1) 平衡關係