

电力系统 暂态计算

J. P. Bickford
N. Mullineux 著
J. R. Reed

《电力系统暂态计算》翻译组译

水利电力出版社

4

内 容 提 要

本书比较详细地叙述了电力网中计算暂态过电压的数学方法，特别着重讨论了在架空线路和电缆系统操作时所发生的暂态过电压，讨论了影响这些暂态过电压的幅值及波形的各种因素，并且叙述了有关的数学分析方法和应用电子数字计算机进行计算的方法，还附有计算实例。主要内容有：基本分析和系统参数，解的变换法，特性模量的理论，处理不同期合闸及其它非线性问题的方法，行波方法，架空线路及电缆系统的暂态过程，抑制暂态过程的方法等。

本书可供电力系统科研、设计人员及高等院校有关专业师生参考。

COMPUTATION OF POWER SYSTEM TRANSIENTS

J. P. Bickford N. Mullineux J. R. Reed
Peter Peregrinus Ltd. 1976

电力系统暂态计算

J. P. Bickford N. Mullineux J. R. Reed 著

《电力系统暂态计算》翻译组译

*

水利电力出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 6 $\frac{1}{4}$ 印张 130千字

1979年9月第一版 1979年9月北京第一次印刷

印数 00001—20660册 每册 0.66元

书号 15143·3486

译 者 的 话

为了结合我国当前超高压输变电工程建设发展的需要，我们翻译了《电力系统暂态计算》这本书，以了解掌握国外近年来用电子数字计算机分析计算电力系统暂态过电压的技术水平。本书对已知的各种研究暂态过电压的方法基本都作了介绍，取材比较新，可供电力系统高压专业的工程技术人员在规划设计及科研工作中参考，也可供高等院校有关专业教师和研究生教学参考。

本书的第三章由清华大学数学教研组施学瑜译，第七、八、九章由北京电力设计院系统组罗静仪译，李天全、葛渊溇译其余各章。全书由清华大学电力系高压教研组吴维韩、张芳榴、戚庆成校订。

目 录

| | | |
|-------|--|-------|
| 第一章 | 前言 | 1 |
| 第二章 | 基本分析和系统参数 | 4 |
| 2-1 | 多导线输电线路的方程式 | 4 |
| 2-2 | 单相线路 | 6 |
| 2-3 | 三相换位线路 | 7 |
| 2-4 | 输电线路参数 | 12 |
| 2-4-1 | 大地导电率的影响 | 2-4-2 |
| 2-4-2 | 导线的内阻抗 | 2-4-3 |
| 2-4-3 | 线路电容 | 2-4-4 |
| 2-4-4 | 分裂导线 | 2-4-5 |
| 2-4-5 | 地线 | 2-4-6 |
| 2-4-6 | 例 | |
| 2-5 | 电缆参数 | 25 |
| 2-5-1 | 单芯电缆 | 2-5-2 |
| 2-5-2 | 电缆系统 | |
| 第三章 | 解的变换法 | 31 |
| 3-1 | 改进的付里叶变换 | 33 |
| 3-2 | 频域解的有限变换 | 36 |
| 3-3 | 时域的反演 | 40 |
| 3-4 | 积分参数 a , $\Delta\omega$, Ω 的选择 | 45 |
| 第四章 | 特性模量的理论 | 53 |
| 4-1 | 一条均匀的 n 相线路的模量分析 | 53 |
| 4-2 | 均匀线路视作二端口网络 | 61 |
| 4-3 | 例 | 62 |
| 4-4 | 矩阵 $\overline{\mathbf{P}}$ 的特征值, 特征向量 | 64 |
| 4-5 | 二端口网络的互相连接 | 65 |
| 第五章 | 处理不同期合闸及其它非线性问题的方法 | 71 |
| 5-1 | 离散的时间抽样变换 | 75 |
| 5-2 | 褶积积分的应用 | 77 |
| 5-3 | 例 | 82 |

| | |
|--|-----|
| 第六章 行波方法 | 84 |
| 6-1 网格法 | 85 |
| 6-1-1 简述 6-1-2 分支时间表 6-1-3 无功元件 | |
| 6-1-4 非线性并联电阻器及避雷器 6-1-5 衰减和畸变 | |
| 6-1-6 多导线的解答 6-1-7 基本时间间隔的选择 | |
| 6-2 图解法 | 100 |
| 6-3 连续的频率关系的引入 | 103 |
| 第七章 架空输电线路的暂态过程 | 108 |
| 7-1 电源模型 | 109 |
| 7-2 电源电感和电容的影响 | 112 |
| 7-3 单相等值电路 | 120 |
| 7-4 三相不同期合闸 | 120 |
| 7-5 线路换位和邻近电路的影响 | 125 |
| 7-6 残余电荷 | 126 |
| 7-7 大地电阻率的影响 | 129 |
| 7-8 无功补偿 | 135 |
| 7-9 末端接有变压器的线路 | 137 |
| 7-10 近距故障 | 140 |
| 7-11 故障引起的过电压 | 145 |
| 7-12 与测量结果的比较 | 147 |
| 第八章 电缆系统中的暂态过程 | 151 |
| 8-1 架空线系统和电缆系统之间的区别 | 152 |
| 8-2 电缆外皮上的暂态过电压 | 156 |
| 8-2-1 海底电缆 8-2-2 埋设在地下的电缆系统 | |
| 8-3 交叉连接的电缆系统 | 160 |
| 8-3-1 短的交叉连接的电缆系统 8-3-2 长的交叉连接的 的电缆系统 | |
| 第九章 抑制暂态过程的方法 | 166 |
| 9-1 预投电阻器 | 167 |
| 9-1-1 改变预投电阻器的数值 | |

| | |
|---------------------|-----|
| 9-2 选相合闸 | 177 |
| 9-3 避雷器 | 181 |
| 9-4 电缆外皮电压限制器 | 181 |
| 参考文献 | 183 |

第一章 前 言

电力系统网络中有许多种暂态现象，包括与同步电机不稳定性相联系的比较缓慢的机电振荡，以及由于稳态值的突变而引起的电压和电流值的快速变化。快速变化的暂态过程含有较高频率的分量，例如在切除 1 公里短线故障时产生的暂态过电压有大约 70 千赫频率的分量。

电压和电流的突变可能是由于雷击或系统某些故障，或者是由于一部分系统中开关正常操作的结果。雷击是一种常见的故障并且是引起电路中断的原因，但是故障的发生还可能有一些其他原因。系统故障可由许多途径发生，而且后果不同，例如一相开路可能导致电路电感和电容重新组合以至形成谐振电路，从而引起很大的电压或电流。另一些形式的故障可能导致电压和电流的异常状态，它们的持续过程就其特性来说并不是暂态的。断路器的跳闸和合闸都产生暂态过电压，计算和评价这些过电压是本文特别关心的。

由于暂态过电压在开关设计中的重要性，断路器跳闸时的暂态过电压最初曾经比断路器合闸时的暂态过电压更受到重视。后者对断路器的运行并无显著影响，而且在过去它们也未超过系统的绝缘水平，因为那时采用的运行电压较低，系统的绝缘水平完全由雷电过电压来决定。这些年来远距离输电的电压不断提高，目前许多系统的运行电压为 400、500 及 750 千伏，1000 千伏的输电也在研究中。

因为输电线路雷电冲击波的幅值主要不受线路设计的影响，随着运行电压水平的提高，线路的耐雷性能有所改进。

相反地，系统的内过电压直接和系统电压有关，而且它的幅值随着系统电压的提高而增大。因此，运行电压在 400 千伏及以上时，系统的内过电压对决定系统的绝缘水平起着愈来愈大的作用。在这方面，输电线路合闸充电所引起的过电压特别重要，因为在一定条件下，有可能引起超过三倍相电压的过电压水平。虽然必须有足够的系统绝缘水平以免危害系统的可靠性，但是又有很充分的经济方面的理由要求尽可能降低系统绝缘水平。这些问题的研究结果则是更加强调需要在设计阶段就能够预计系统的过电压，以便采取措施减小其严重性，并且尽可能降低系统的绝缘水平。

为了计算操作时的暂态过程，电力系统的元件可分为两类：第一类，其参数在本质上是集中的，例如发电机、变压器、电抗器及电容器，第二类是架空线及地下电缆，其参数具有分布的性质。当开关操作时，这些电路元件会受到频率范围很宽的（包括从 50 赫到 100 千赫左右）电压和电流的作用。在这样的频率范围内，系统参数及大地路径的数值不是常数而是随着频率变化。

理想情况是，所采用的计算方法应当同样能描述集中参数和分布参数，并且能正确地表示其数值随频率的变化。此外，还应当能描述非线性的影响，例如由于避雷器、磁饱和、电晕及开关电弧等所产生的非线性影响。事实上这样一种方法不容易做到，目前流行的方法是在某些方面取一折衷，具体的折衷办法按使用者的特定需要来决定。在暂态计算中，困难不仅限于方法。提供足够准确和广泛的系统数据也有它的问题，而且相当重要，因为任何计算的精度不会比它所依据的数据更好。为了获得最准确的结果，需要有电路元素随频率变化的充分知识，但这往往不容易做到。

确定电力系统中暂态现象严重性的传统方法是应用模拟计算机型的暂态网络分析仪 (TNA)，它提供了利用电感、电容和电阻等集中参数而构成被研究系统的比例模型的设备。电力系统的工程师们应用这种模型已有三十年以上的历史 (Peterson, 1939)，但正是由于它们本身的特性所决定，这些模型很容易受到规模的限制。总会遇到一些课题过于庞大，以致于不大力进行简化或花钱扩充设备就难以适应。只是在被研究的暂态现象的确切过程还没有直接弄清楚，以及还属于探索性工作的情况下，应用 TNA 才可能有利。模拟和数字设备结合起来会是非常有效并且便于实现，这两种方法应当看作是互相补充而不是互相竞争。比较这两种方法所得到的结果，就容易得到满意的全面相应的关系，只是暂态波形的细节有差别。目前有人应用更讲究的 TNA 设备 (Dickson 等, 1973, Borgonovo 等, 1974)，在某些情况下还与数字设备紧密结合 (Morsztyn 等, 1969, Bowles 等, 1972)。

可惜，供电系统是那样复杂，以致于除了最简单的问题之外，任何真正解析的解答实际上是不可能的。在强有力的数字计算机出现之前，数值方法是令人厌烦的。数字计算机不仅已成为一种必要的工具，而且也促进了新技术的发展。本文的目的就是叙述这些发展和它们的实际应用。

近年来，当它们具体地应用到输电电路时，这些方法就显得更加需要了。首先由于应用更高的输电电压使系统绝缘水平主要由暂态操作过电压而不是由雷电过电压所决定，其次，为了把电力输送到较大的居民中心而使用了高压地下电缆 (其中有许多是交叉互联的)，随之出现有关的暂态现象。因为这些暂态现象在很大程度上与架空线和地下电缆的特性有关，所以从输电线的方程式开始研究是合适的。

第二章 基本分析和系统参数

一般的输电线路问题在允许使用网络模型的假定下，可以用方程式来表述。这就等于是假定平面波沿着输电线路传播，虽然从马克斯韦尔方程已经知道，在有损耗的情况下，这个假定不是严格真实的。不过，如果放弃了网络的概念，就要把问题当作场的问题来对待，会带来许多困难。

一旦建立了微分方程式，就可对于被当作惯例来研究的特别简单的情况求得解答。而我们则是应用近代的求解方法作为叙述以后各章的入门。

本章的其余部分专门研究某些以后需要考虑的特性。特别是讨论并说明了输电线和电缆的参数随频率而变化的状况。

2-1 多导线输电线路的方程式

位于导电大地之上的 n 根导线的输电线路，一般用电阻和自感；互感和互容；对地的电容和电导来描述。

如图2-1中 R_1 , M_{11} , C_{11} , G_1 ——分别表示第1根导线单位长度的电阻，电感，对地电容和电导， M_{1m} , C_{1m} ——分别表示第1根和第 m 根导线之间单位长度的互感和互容，则有

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} = - \sum_{m=1}^n M_{1m} \frac{\partial i_m}{\partial t} - R_1 i_1 \quad (2-1)$$

$$\frac{\partial i_1}{\partial x} = - \sum_{m=1}^n C_{1m} \frac{\partial}{\partial t} (v_1 - v_m) - C_{11} \frac{\partial v_1}{\partial t} - G_1 v_1 \quad (2-2)$$

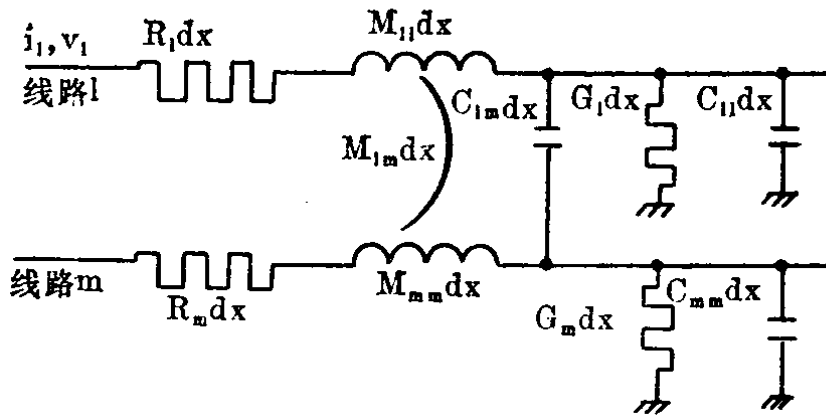


图 2-1 多相线路的两相基本单元

这些方程可写为矩阵形式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} = -\mathbf{Z}\mathbf{i}, \quad \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial x} = -\mathbf{Y}\mathbf{v} \quad (2-3)$$

式中 \mathbf{v} 、 \mathbf{i} 是 n 根导线对地电压和导线中电流的列矩阵，而 \mathbf{Z} 、 \mathbf{Y} （分别是阻抗矩阵和导纳矩阵）是 n 阶方阵，

$$\mathbf{Z} \text{ 的第}(r,s)\text{ 个元素} = M_{rs} \frac{\partial}{\partial t} + \delta_{rs} R_r \quad (2-4)$$

此处若 $r \neq s$ 则 $\delta_{rs} = 0$ ， $\delta_{rr} = 1$ ，是克罗内克(Kronecker)符号，以及

$$\mathbf{Y} \text{ 的第}(r,s)\text{ 个元素} = \begin{cases} -C_{rs} \frac{\partial}{\partial t}, & r \neq s \\ \sum_{q=1}^n C_{rq} \frac{\partial}{\partial t} + G_r, & r = s \end{cases} \quad (2-5)$$

因为 \mathbf{Z} 、 \mathbf{Y} 都是对称矩阵，方程式(2-3)可以合并得出

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial x^2} = \mathbf{P}\mathbf{v}; \quad \frac{\partial^2 \mathbf{i}}{\partial x^2} = \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{i} \quad (2-6)$$

式中 $\mathbf{P} = \mathbf{Z}\mathbf{Y}$ ，必须记住 \mathbf{Z} 和 \mathbf{Y} 都包含有对于时间的微分算子。在一般情况下，矩阵 \mathbf{P} 是不对称的。

当需要进行对时间的积分变换时，方程式2-6则写为

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{v}}}{dx^2} = \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{v}}, \quad \frac{d^2 \bar{\mathbf{i}}}{dx^2} = \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{i}} \quad (2-7)$$

式中 $\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{Z}}\bar{\mathbf{Y}}$ ，假定在时间为零以前系统中不储存能量， $\bar{\mathbf{Z}}$ ， $\bar{\mathbf{Y}}$ 就可由 \mathbf{Z} ， \mathbf{Y} 通过用变换参数代替时间导数而形成。

虽然方程式2-6很容易建立，但求解很困难。事实上，在应用数字计算机以前，只有引进简化的假设和采用许多技巧，才可能进行求解。因为早期著作中的许多概念将在以后各章中阐述，所以简略地讨论某些重要的特殊情况其中包括单相及换位的三相线路，会是有益的。

2-2 单相线路

对于以大地作回路的单相线路，方程式2-7的表达式(上有一横的指明为拉氏变换)简化为

$$\frac{d^2 \bar{v}}{dx^2} = k^2 \bar{v}; \quad \frac{d^2 \bar{i}}{dx^2} = k^2 \bar{i}$$

式中略去注脚， $k^2 = (pM + R)(pC + G)$ ，并假设在零时间以前线路没有电荷。在4-1节中可以看到参数 k 是与线路的传播常数有关。

一般解的形式是 (Laceg, 1941)

$$\bar{v} = A \exp(-kx) + B \exp(kx) \quad (2-8)$$

$$\bar{i} = -\frac{1}{Z} \{A \exp(-kx) - B \exp(kx)\} \quad (2-9)$$

式中

$$Z = Z_0 \left\{ \frac{\alpha + \beta + p}{\alpha - \beta + p} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{其中 } \alpha = \frac{R}{2M} + \frac{G}{2C}; \quad \beta = \frac{R}{2M} - \frac{G}{2C}; \quad Z_0 = \left(\frac{M}{C} \right)^{\frac{1}{2}}$$

A, B是由边界条件决定的, 一般是变换参数 p 的函数。若线路参数使 k 能用 p 的线性函数表示, 就能进一步分析下去。这就是指 $\beta = 0$ 及 $k = (p + \alpha)/\nu$, 其中 $\nu = (MC)^{-\frac{1}{2}}$ 。然后, 应用赫维赛德(Heaviside)移位定理, 方程式2-8及2-9的拉氏反变换有下列形式

$$v = \exp(-\alpha t) \{F_1(x - \nu t) + F_2(x + \nu t)\} \quad (2-10)$$

$$i = \exp(-\alpha t) \{F_1(x - \nu t) - F_2(x + \nu t)\} / Z_0 \quad (2-11)$$

其中 对于 $x - \nu t < 0$, $F_1(x - \nu t) \equiv 0$
 对于 $x + \nu t < 0$, $F_2(x + \nu t) \equiv 0$

由此可见一般解是由以速度 ν 传播的一个前行波和一个返回波组成。因为电流波和电压波的各个分量都受到同样的衰减 $\exp(-\alpha t)$, 所以这种输电线路称为是无畸变的。

在无损线路的特殊情况下, $\alpha = R/(2M) = G/(2C) = 0$, 所以波的传播没有衰减。这种简化形成了两个有名的图解法的基础, 一个是由Bewley(1933), 另一个是由Schnyder(1929)和Bergeron(1935)作出, 这些将在第六章中进一步说明。

2-3 三相换位线路

一条完全换位的输电线路看作各相具有相同的参数, 所以用拉氏变换表示 $\bar{\mathbf{Z}}$, $\bar{\mathbf{Y}}$ 矩阵的第 (r, s) 个元素可以分别写成

$$pm, \quad r \neq s; \quad pM + R, \quad r = s$$

及
$$-pc, \quad r \neq s; \quad pC + G, \quad r = s$$

于是 $\bar{\mathbf{P}} (= \bar{\mathbf{Z}} \bar{\mathbf{Y}})$ 具有对称的形式

$$\bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{bmatrix} = \bar{\bar{\mathbf{P}}} \quad (2-12)$$

其中 $a = (pM + R)(pC + G) - 2p^2 mc$

$$b = -p^2 (Mc + mc - mC) + p(-cR + mG)$$

有了这个简化，利用矩阵的特征值和特征向量的性质，

把方程 2-7 即 $\frac{d^2 \bar{\mathbf{v}}}{dx^2} = \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{v}}$ 变换为对角线形式，就可作进

一步分析。这就是把 $\bar{\mathbf{v}}$ 矩阵写成下列形式

$$\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{S} \bar{\mathbf{v}}_m \quad (2-13)$$

式中 \mathbf{S} 是一个和 x 无关的 3×3 阶的非奇异矩阵， $\bar{\mathbf{v}}_m$ 是一个 3×1 的列向量。则方程式 2-7 成为下列形式

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{v}}_m}{dx^2} = \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{S} \bar{\mathbf{v}}_m \quad (2-14)$$

这里， \mathbf{S} 的选择要使矩阵 $(\mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{S})$ 成为对角线矩阵。

要达到这个目的，必须求出三个标量 λ (特征值) 及列向量 \mathbf{X} (特征向量) 以满足

$$(\bar{\mathbf{P}} - \lambda \mathbf{U}) \mathbf{X} = 0 \quad (2-15)$$

其中 \mathbf{U} 是 3 阶的单位矩阵。

由方程式 2-12 的 $\bar{\mathbf{P}}$ ， λ 的值可以由下列行列式方程式的根得出

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & b & b \\ b & a - \lambda & b \\ b & b & a - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

即 $\lambda = a - b, \quad a - b, \quad a + 2b$

依次运用这三个特征值可从方程式 2-15 中求得相应的特征向量。于是由 \mathbf{X} 的形式

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = (x_1, x_2, x_3)$$

$\lambda = a - b$ 的重根产生

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

因而对此方程式能选两个独立的解。对于 \mathbf{X} ，可能的选择是

$$\{1, (-1 + j\sqrt{3})/2, (-1 - j\sqrt{3})/2\}$$

$$\{1, (-1 - j\sqrt{3})/2, (-1 + j\sqrt{3})/2\}$$

就如对称分量方法一样。可是这种选择引进了复数的元素，

在研究暂态现象时通常选择 $\{1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\} = \mathbf{X}_\alpha$ 以对应

$\lambda_\alpha = a - b$ ， $\{0, (\sqrt{3})/2, -(\sqrt{3})/2\} = \mathbf{X}_\beta$ 以对应 $\lambda_\beta = a$

$-b$ 。对应特征值 $\lambda_0 = a + 2b$ 的特征向量可以选为 $\{1, 1, 1\}$

$= \mathbf{X}_0$ 。若 3×3 阶的矩阵 \mathbf{S} 由特征向量构成如

$$\mathbf{S} = [\mathbf{X}_\alpha, \mathbf{X}_\beta, \mathbf{X}_0]$$

这就是大家所知道的模量变换矩阵。若进一步用 \mathbf{D} 表示特征值的对角线矩阵即

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_\beta & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_0 \end{bmatrix}$$

那么，运用方程式2-15可得：

$$\mathbf{SD} = [\lambda_\alpha \mathbf{X}_\alpha, \lambda_\beta \mathbf{X}_\beta, \lambda_0 \mathbf{X}_0]$$

$$= [\bar{\mathbf{P}}\mathbf{X}_\alpha, \bar{\mathbf{P}}\mathbf{X}_\beta, \bar{\mathbf{P}}\mathbf{X}_0] = \bar{\mathbf{P}}\mathbf{S}$$

所以

$$\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{P}}\mathbf{S} = \mathbf{D}$$

而方程式2-14化为

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{v}}_m}{dx^2} = \mathbf{D} \bar{\mathbf{v}}_m$$

或由 $\bar{\mathbf{v}}_m = \{\bar{v}_\alpha, \bar{v}_\beta, \bar{v}_0\}$

得三个标量微分方程式

$$\frac{d^2 \bar{v}_\alpha}{dx^2} = (a-b) \bar{v}_\alpha; \quad \frac{d^2 \bar{v}_\beta}{dx^2} = (a-b) \bar{v}_\beta;$$

$$\frac{d^2 \bar{v}_0}{dx^2} = (a+2b) \bar{v}_0$$

因为 $\bar{\mathbf{P}}$ 是对称的, 也即 $\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{P}}^T$, 从方程式 2-7 得到

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{i}}}{dx^2} = \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{i}},$$

因此可用同样的模量变换矩阵 \mathbf{S} , 利用 $\bar{\mathbf{i}} = \mathbf{S} \bar{\mathbf{i}}_m$

将它化为

$$\frac{d^2 \bar{\mathbf{i}}_m}{dx^2} = \mathbf{D} \bar{\mathbf{i}}_m$$

这也代表 $\bar{\mathbf{i}}_m$ 的分量 $\bar{i}_\alpha, \bar{i}_\beta, \bar{i}_0$ 的三个标量微分方程式。

重要的是注意模量变换矩阵 \mathbf{S} 与 a, b 的数值无关, 而只与它们在矩阵 $\bar{\mathbf{P}}$ 中的排列有关。 $\bar{\mathbf{Z}}, \bar{\mathbf{Y}}$ 两者各自都只含有两个不同的元素, 它们的排列与 a, b 在 $\bar{\mathbf{P}}$ 中的排列完全一样, 因此可得

$$\mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{Z}} \mathbf{S} = \mathbf{D}_1; \quad \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} \mathbf{S} = \mathbf{D}_2$$

其中 $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ 是 $\bar{\mathbf{Z}}, \bar{\mathbf{Y}}$ 的特征值的对角线矩阵, 于是方程式 2-3 的拉氏变换是

$$\frac{d \bar{\mathbf{v}}}{dx} = -\bar{\mathbf{Z}} \bar{\mathbf{i}}; \quad \frac{d \bar{\mathbf{i}}}{dx} = -\bar{\mathbf{Y}} \bar{\mathbf{v}}$$

用 $\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{S} \bar{\mathbf{v}}_m, \bar{\mathbf{i}} = \mathbf{S} \bar{\mathbf{i}}_m$ 代入, 则变成

$$\frac{d \bar{\mathbf{v}}_m}{dx} = -\mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{Z}} \mathbf{S} \bar{\mathbf{i}}_m; \quad \frac{d \bar{\mathbf{i}}_m}{dx} = -\mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{Y}} \mathbf{S} \bar{\mathbf{v}}_m$$

即化为

$$\frac{d \bar{\mathbf{v}}_m}{dx} = -\mathbf{D}_1 \bar{\mathbf{i}}_m; \quad \frac{d \bar{\mathbf{i}}_m}{dx} = -\mathbf{D}_2 \bar{\mathbf{v}}_m$$

因为 $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ 是对角线矩阵, 显而易见各个电压分量 v_α, v_β, v_0 只与相应的电流分量有关。而且, 对于各个分量, 其微分方程式就是在第 2-2 节中讨论过的单相线路微分方程的型式。

因为方程式 2-13 的拉氏反变换给出 $\mathbf{v} = \mathbf{S}\mathbf{v}_m, \mathbf{i} = \mathbf{S}\mathbf{i}_m$, 线路电流可以写成

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} i_\alpha + \begin{bmatrix} 0 \\ (\sqrt{3})/2 \\ -(\sqrt{3})/2 \end{bmatrix} i_\beta + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} i_0$$

线路电压同样也可分解。这个解可以看成是用 $\alpha, \beta, 0$ 标明的三个传播模量之和。相电流的总和 $i_1 + i_2 + i_3 = 3i_0$ 与电流 i_α, i_β 无关, 而地中电流正是 $3i_0$ 。因而 α, β 传播模量被称为空间模量。0 模量被称为地中模量。

在第 2-2 节中说明了只有当 k 是变换参数的线性函数时, 才有可能无畸变的传播。因此要使三个模量都是无畸变的传播, 则 $(a-b)^{\frac{1}{2}}$, 与 $(a+2b)^{\frac{1}{2}}$ 都必须是 p 的线性函数。对于在方程式 2-12 中给出的 a, b 数值, 这就要求

$$(M-m)G = (C+c)R$$

及 $(M+2m)G = (C-2c)R$

当 m, M, c, C 的数值不等于零时, 假定 $R=0=G$, 即线路是无损的, 上述两关系式才能同时满足。在这种情况下很容易说明空间模量 v_α, v_β 以速度 $[(M-m)(C+c)]^{-\frac{1}{2}}$ 传播, 而地中模量 v_0 以速度 $[(M+2m)(C-2c)]^{-\frac{1}{2}}$ 传播。

模量传播的概念在第四章中将进一步讨论, 在那里取消了此处所加的限制。