

● 按教育部新大纲新教材同步编写

难点

主编
撰文

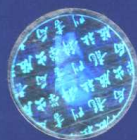
马超
范永利
郭平宽
刘忠新



初三数学



你的难点
我来解决



龍門書局



纸上互动平台

难点互动

初三数学

主 编：马 超
撰 文：范永利
郭平宽
刘忠新

龍 門 書 局

2002

● 版权所有 翻印必究 ●

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，凡无此标志者均为非法出版物。【举报电话：010-64033640, 13501151303(打假办)】

难点互动

初三数学

主 编：马 超

撰 文：范永利 郭平宽 刘忠新

责任编辑：吴浩源 田 旭

出 版 者：龙 门 书 局

发 行 者：科学出版社总发行 各地书店经销

(北京东黄城根北街16号 邮政编码：100717)

印 刷：中国科学院印刷厂

版 次：2002年6月第一版

印 次：2002年6月第一次印刷

开 本：890 × 1240 A5

印 张：16 5/8

字 数：450 000

印 数：1—60 000

定 价：25.00元

ISBN 7-80160-446-6/G·436

(如有印装质量问题，我社负责调换)

难点



动

编委会

总策划：龙门书局

主编：马超

执行编委：吴浩源 田旭

编委：王昭 王璞 王建仁

刘翠华 冯树三 李里

李文杰 张其志 宋君贤

邱继勇 范永利 杨翠芝

郑学遐 郑令中 陈继蟾

赵曙年 姜树华 顾中行

梁捷 阎达伟 樊福

策划创意：马超 吴浩源

前言

翻开这本书，你会发现它别具一格，那就是我们为你的学习精心构筑了一个“纸上互动平台”——《难点互动》。在这套书中，课堂上学生与老师的沟通跃然纸上，这正是你每天学习中所见、所问、所听、所记并渴望所得的。

对你来说，“难点”与“互动”既熟悉又陌生。

❓ 生：什么是难点？

☞ 师：难点就是问题不容易解决的地方，是大多数同学失分的主要原因。每一节课的知识点都有其重点和难点，而在重点知识点上，存在的难点比较多。因此，在理解、掌握和运用重点知识点上，如何突破难点是影响掌握基础知识和提高成绩的关键。

难点具体可以分为三类：一是学生在认知过程中的难点，二是学生在掌握知识过程中的难点，三是学生在运用知识过程中的难点。对于不同的学生来说，他们在学习过程中碰到的难点可能会有所不同，但上述三类难点是具有普遍性的。

❓ 生：我懂了。但如何去突破难点呢？

☞ 师：通过课堂的教学行为是解决难点的主要途径。一位老师的教学语言由板书语言、口头语言和形体语言三部分组成。因此，除板书的书面语言外，教师的个性化教学口语和由形体表达出来的情感互融也极为重要。一位优秀的老师，在课堂上可以很好地将学生如何掌握知识重点和难点通过各种提示、点拨、互融式的问答或语气变化深入浅出、活灵活现地表达

出来，使学生与教师达到认知上互通、情感上互融和行为上互促，从而达到掌握重点、突破难点的目的。

然而，45 分钟的时间毕竟是有限的，而且很多学生不会、不敢、也没有机会提问；不同水平的老师在提出问题和回答问题的技巧和水平也各不相同；优秀教师在课堂上的互动式教学的精彩场景更不可能定格在每个学生的笔记本上。我们设想，如果有一种能让互动式教学的精彩场景再现、学生在学习每一课中所想问的关键问题都能得到精彩回答的平台，而且这种平台可以很方便地让学生反复看、反复想、反复练，那么，突破难点就会在自主学习中解决了。

这样的平台就是我们最新推出的“纸上互动平台”——《难点互动》。

❶ 生：通过上面的讲解，我明白了什么是难点、如何突破难点，也明白了互动就是课堂上师生间的沟通。所以，《难点互动》这套书就是运用互动的学习模式使我们能够突破难点、掌握难点。这样理解对吗？

☞ 师：对。通过沟通，我们可以看到《难点互动》这套书具有三大特色：一是突出难点，因为在重点知识点上存在的难点比较多，所以难点一经突破，一切问题迎刃而解；二是纸上互动平台，以师生之间沟通的方式，尽揽学生想问的所有关键问题并给予精彩的解答；三是双色版式，问答、点拨一目了然。

同学们，愿《难点互动》这套书能够帮助你解开学习中不容易解开的“结”——难点，愿师生互动的学习模式使你的自主学习兴趣盎然。让我们互动起来，突破难点，争取更好成绩！

《难点互动》丛书编委会
2002 年 6 月于北京

MAAE24/10

编者的话

本书以最新颁布的初中数学教学大纲为纲,以 2002 年出版的全国统编教材初三数学为依据,并结合全国各省市中考情况和中考改革趋向的信息,按**节**点击难点同步编写。

❓生:《难点互动》初三数学每节都设置了哪些栏目?

👉师:有“点击难点”、“突破难点”、“突破难点综合能力训练”、“思路提示与详解”等栏目。全书后还设有“联系与综合”,并附 2003 年中考模拟题。

❓生:每一个栏目包括哪些内容?

👉师:“**点击难点**”:列出每节的知识结构并点击出其中难点所在。

“**突破难点**”:要突破难点,必先理解、掌握难点,然后把它运用到解题实践中。所以,这一栏目下又分为:

A. 难点掌握:针对已点击出来的难点,采用师生互动式的学习模式,把学生在掌握难点中产生的关键问题分层次地提了出来,老师逐一进行解答,以达到理解和掌握难点的目的。

B. 难点运用:在掌握难点的基础上,分层次地精心甄选例题进行讲解。每一道题都有很强的针对性和典型性。在讲解过程中插入提示、点拨和互动学习模式,以达到熟练运用、自主解题的目的。

“**突破难点综合能力训练**”:精心设计 A、B 组针对难点的题目,强化训练,使所学知识得以巩固和提高。

“**思路提示与详解**”:对“突破难点综合能力训练”题进行分析与详解。

“**联系与综合**”:结合中考题的发展趋向,精心设计若干综合题、开放题进行讲解与练习,以训练、巩固对知识难点的综合运用。

正因为如此,本书具有以下特点:

1. 紧紧抓住如何突破难点这一学习的关键,以突破难点为中心,以学生实际需要为出发点,设置了上述各栏目。

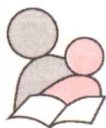
2. 用师生之间沟通的互动学习模式来解决学生学习中的所有难点,提高学生解决问题的综合能力。

3. 采用双色印刷,加上随时随地的提示点拨,大大地提高学生的学习兴趣和学习效率。

祝同学们在**互动学习**中取得好成绩!

编者

2002 年 6 月于北京



目录

代数部分

第 12 章	一元二次方程	1
12.1	用公式解一元二次方程	1
	点击难点(1)	
	突破难点(2)	
	突破难点综合能力训练(13)	
12.2	用因式分解法解一元二次方程	16
	点击难点(16)	
	突破难点(16)	
	突破难点综合能力训练(21)	
	思路提示与详解(22)	
12.3	一元二次方程的根的判别式	27
	点击难点(27)	
	突破难点(27)	
	突破难点综合能力训练(35)	
	思路提示与详解(36)	
12.4	一元二次方程的根与系数的关系	40
	点击难点(40)	
	突破难点(41)	
	突破难点综合能力训练(50)	
	思路提示与详解(53)	
12.5	二次三项式的因式分解(用公式法)	68
	点击难点(68)	
	突破难点(68)	
	突破难点综合能力训练(74)	
	思路提示与详解(75)	
12.6	一元二次方程的应用	84
	点击难点(84)	
	突破难点(85)	
	突破难点综合能力训练(93)	
	思路提示与详解(96)	
12.7	可化为一元二次方程的分式方程	104
	点击难点(104)	
	突破难点(106)	
	突破难点综合能力训练(120)	
	思路提示与详解(122)	

12.8 由一个二元一次方程和一个二元二次方程
组成的方程组 131

点击难点(131) 突破难点(131)
突破难点综合能力训练(138) 思路提示与详解(140)

12.9 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个
二元一次方程的方程组成的方程组 145

点击难点(145) 突破难点(145)
突破难点综合能力训练(153) 思路提示与详解(155)

第 13 章

函数及其图象 163

13.1 平面直角坐标系 163

点击难点(163) 突破难点(164)
突破难点综合能力训练(168) 思路提示与详解(169)

13.2 函数 173

点击难点(173) 突破难点(173)
突破难点综合能力训练(177) 思路提示与详解(179)

13.3 函数的图象 182

点击难点(182) 突破难点(182)
突破难点综合能力训练(188) 思路提示与详解(192)

13.4 一次函数 199

点击难点(199) 突破难点(199)
突破难点综合能力训练(202) 思路提示与详解(204)

13.5 一次函数的图象和性质 207

点击难点(207) 突破难点(207)
突破难点综合能力训练(220) 思路提示与详解(223)

13.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图象 231

点击难点(231) 突破难点(231)
突破难点综合能力训练(235) 思路提示与详解(236)

13.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象 240

点击难点(240) 突破难点(240)
突破难点综合能力训练(247) 思路提示与详解(249)

13.8 反比例函数及其图象

257

点击难点(257)

突破难点(257)

突破难点综合能力训练(261)

思路提示与详解(263)

第14章 统计初步

268

点击难点(268)

突破难点(269)

突破难点综合能力训练(273)

思路提示与详解(274)

几何部分

第6章 解直角三角形

277

6.1 正弦和余弦

277

点击难点(277)

突破难点(278)

突破难点综合能力训练(282)

思路提示与详解(283)

6.2 正切和余切

285

点击难点(285)

突破难点(286)

突破难点综合能力训练(290)

思路提示与详解(292)

6.3 用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角函数值求锐角

295

点击难点(295)

突破难点(295)

突破难点综合能力训练(297)

思路提示与详解(298)

6.4 解直角三角形

299

点击难点(299)

突破难点(300)

突破难点综合能力训练(305)

思路提示与详解(306)

6.5 应用举例

309

点击难点(309)

突破难点(309)

突破难点综合能力训练(312)

思路提示与详解(314)

第7章 圆

317

7.1 圆 318

点击难点(318)

突破难点(319)

突破难点综合能力训练(326)

思路提示与详解(327)

7.2 过三点的圆 329

点击难点(329)

突破难点(329)

突破难点综合能力训练(331)

思路提示与详解(332)

7.3 垂直于弦的直径 334

点击难点(334)

突破难点(334)

突破难点综合能力训练(338)

思路提示与详解(339)

7.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系 343

点击难点(343)

突破难点(343)

突破难点综合能力训练(347)

思路提示与详解(348)

7.5 圆周角 351

点击难点(351)

突破难点(351)

突破难点综合能力训练(359)

思路提示与详解(360)

7.6 圆的内接四边形 363

点击难点(363)

突破难点(363)

突破难点综合能力训练(366)

思路提示与详解(367)

7.7 直线和圆的位置关系 369

点击难点(369)

突破难点(370)

突破难点综合能力训练(373)

思路提示与详解(374)

7.8 切线的判定和性质 376

点击难点(376)

突破难点(376)

突破难点综合能力训练(379)

思路提示与详解(380)

7.9 三角形的内切圆 382

点击难点(382)

突破难点(382)

突破难点综合能力训练(385)

思路提示与详解(385)

7.10 切线长定理 388

点击难点(388)

突破难点(388)

突破难点综合能力训练(393)

思路提示与详解(394)

7.11 弦切角	396
点击难点(396)	突破难点(396)
突破难点综合能力训练(402)	思路提示与详解(403)
7.12 和圆有关的比例线段	405
点击难点(405)	突破难点(405)
突破难点综合能力训练(413)	思路提示与详解(416)
7.13 圆和圆的位置关系	420
点击难点(420)	突破难点(420)
突破难点综合能力训练(429)	思路提示与详解(430)
7.14 两圆的公切线	432
点击难点(432)	突破难点(433)
突破难点综合能力训练(435)	思路提示与详解(436)
7.15 相切在作图中的应用(略)	
7.16 正多边形和圆	439
点击难点(439)	突破难点(439)
突破难点综合能力训练(440)	思路提示与详解(441)
7.17 正多边形的有关计算	442
点击难点(442)	突破难点(442)
突破难点综合能力训练(444)	思路提示与详解(445)
7.18 画正多边形	447
点击难点(447)	突破难点(448)
突破难点综合能力训练(449)	思路提示与详解(449)
7.19 探究性活动(略)	
7.20 圆周长、弧长	451
点击难点(451)	突破难点(451)
突破难点综合能力训练(454)	思路提示与详解(454)
7.21 圆、扇形、弓形的面积	456
点击难点(456)	突破难点(456)
突破难点综合能力训练(462)	思路提示与详解(463)
7.22 圆柱和圆锥的侧面展开图	465
点击难点(465)	突破难点(466)
突破难点综合能力训练(468)	思路提示与详解(468)

联系与综合

471

突破难点(471)

突破难点综合能力训练(487)

思路提示与详解(490)

2003 年中考模拟题(一)

499

思路提示与详解(502)

2003 年中考模拟题(二)

510

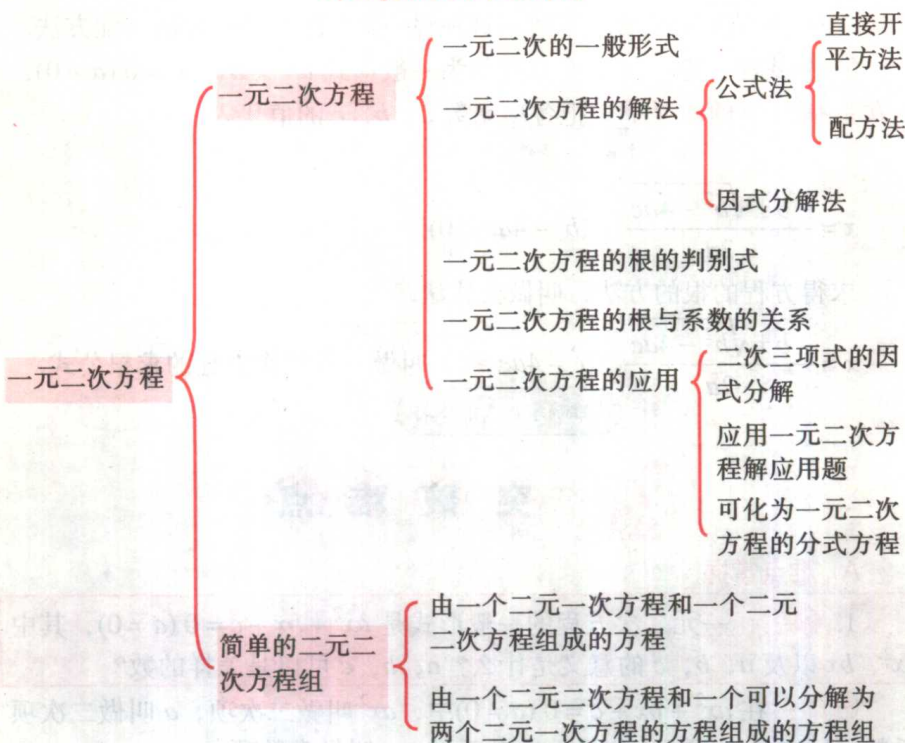
思路提示与详解(514)

代数部分

第 12 章

一元二次方程

本章知识结构



12.1 用公式解一元二次方程

点击难点

1. 一元二次方程的意义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程，叫做一元二次方程。

2. 一元二次方程的一般形式：任何一个一元二次方程，经过整理，都可以化为下面的形式：

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \quad \text{注意一般将 } a \text{ 化为正数}$$

这种形式叫做一元二次方程的一般形式。

3. 直接开平方法：对于 $(x-a)^2 = b \ (b \geq 0)$ 的方程，可以运用求 b 的平方根的方法，得到 $x-a = \sqrt{b}$ 或 $x-a = -\sqrt{b}$ ，再求出 x 的值，这种解一元二次方程的方法叫直接开平方法。

4. 配方法：把一个一元二次方程经过配方，得到 $(x-a)^2 = b \ (b \geq 0)$ 的形式，再运用直接开平方法求解。这种解一元二次方程的方法叫配方法。

5. 公式法：把一元二次方程化为一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ ，在 $b^2 - 4ac \geq 0$ 的前提下，把各项系数 a, b, c 的值代入

注意这个条件

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geq 0)$$

求得方程的根的方法，叫做公式法。

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geq 0) \quad \text{叫做一元二次方程的求根公式。}$$

要准确掌握求根公式



突破难点

A. 难点掌握

1. ②生：一元二次方程的一般形式是 $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ ，其中 ax^2 、 bx 以及 a, b, c 的意义是什么？ a, b, c 可以是怎样的数？

②师：在 $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ 中， ax^2 叫做二次项， a 叫做二次项系数； bx 叫一次项， b 叫做一次项系数； c 叫做常数项。

其中 a 是不等于 0 的实数， b, c 是任意实数。

如果 $a = 0$ ，那么 $ax^2 + bx + c = 0$ 就没有二次项了， $ax^2 + bx + c = 0$ 就不是一元二次方程了。

当一元二次方程的二次项系数是字母系数时，要注意其中隐含有二次项系数不等于 0 的条件。

2. ②生：关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 和关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的意义相同吗？为什么？

⊙师：不同. 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 可以是一元二次方程，也可以是一元一次方程. 也就是在这里 a 可以是任意实数. 当 $a \neq 0$ 时， b, c 可以是任意实数，此时 $ax^2 + bx + c = 0$ 是关于 x 的一元二次方程；当 $a = 0$ 时， $b \neq 0, c$ 是任意实数，此时是关于 x 的一元一次方程.

关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ，其中必有 $a \neq 0$ 的条件， b, c 可以是任意实数.

注意这两种提法的不同点，这在今后的解题中会经常遇到，也是易于出现错误的地方.

3. ⑦生：解方程 $x^2 - 16 = 0$ ，得方程的根是 $x = 4$ ，对不对，为什么？

⊙师：不对.

由 $x^2 - 16 = 0$ ，移项，得

$$x^2 = 16.$$

解 $x^2 - 16 = 0$ 实际上就是求 16 的平方根. 一个正数的平方根有两个，它们互为相反数.

因此 $x = \pm\sqrt{16}$ ，即 $x_1 = 4, x_2 = -4$.

运用直接开平方解一元二次方程时，一个正数开平方时一定得两个互为相反的数的平方根.

4. ⑦生：举例说明怎样将一个一元二次方程进行配方？它的根据是什么？

⊙师：例如 $4x^2 - 8x + 3 = 0$.

我们首先可以根据等式的基本性质，在方程两边同除以二次项的系数 4，得

$$x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$$

移项，得 $x^2 - 2x = -\frac{3}{4}$.

根据完全平方公式，等式的左边缺常数项，因此要在方程的两边都加上一次项系数一半的平方，得

$$x^2 - 2x + 1^2 = 1^2 - \frac{3}{4}$$

即 $(x - 1)^2 = \frac{1}{4}$ ，从而完成了配方的过程.

配方的过程可以简称为：一两边同除以 a ，二移项，三两边同加一

次项一半的平方，四完成配方.

对于一元二次方程的一般形式： $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 进行配方.

变形步骤	变形结果	注意事项
一、同除以 a	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$	各项遍除 a
二、移项	$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$	移项要变号
三、配方：同加 $(\frac{b}{2a})^2$	$x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = (\frac{b}{2a})^2 - \frac{c}{a}$	左右同加 $(\frac{b}{2a})^2$
四、整理	$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	左式变为完全平方形式，右式要通分

5. ⑦生：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求根公式是什么？

⑤师：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求根公式是：

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geq 0)$$

其中 $b^2 - 4ac \geq 0$ 是求根公式的重要条件. 如果 $b^2 - 4ac < 0$, 就不能写成公式的形式, 因为负数没有平方根. 因此在使用求根公式时, 要注意 $b^2 - 4ac \geq 0$ 的条件.

6. ⑦生：使用公式法解一元二次方程时, 应该注意什么？

⑤师：使用公式法解一元二次方程时, 应注意以下几个问题：

(1) 首先要将方程整理为一元二次方程的一般形式： $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ；
注意一般把 a 化为正数

(2) 确定 a, b, c 的值, 要注意符号；

(3) 计算 $b^2 - 4ac$ 的值；

(4) 解方程：

当 $b^2 - 4ac \geq 0$ 时, 把 a, b, c 代入公式求根：

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

当 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程无实数根.

注意在 $b^2 - 4ac < 0$ 时, 方程无实数根, 不能运用公式.

7. ⑦生：还有其它方法推导求根公式吗？

⑤师：有. 因为推导求根公式的关键是先通过配方, 再运用直接开