逻辑语言写作论丛

第三辑

中国逻辑与语言函授大学科研处编

北京大学出版社

逻辑语言写作论丛

第 三 辑

中国逻辑与语言函授大学科研处编

北 京 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书收逻辑学、汉语，写作等方面的论文24篇。一部分文章探讨传统的逻辑理论、逻辑学史方面的问题，另一部分文章提出逻辑学或汉语研究中的新问题，还有一些文章注重逻辑与语言的结合，或从逻辑角度研究语言问题，或从语言角度研究逻辑问题，有较强的实用性。

逻辑语言写作论丛

第 三 辑

中国逻辑与语言函授大学科研处编

*

北 京 大 学 出 版 社 出 版

（北京大学校内）

山 西 省 七 二 五 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行

*

850×1168毫米 32开本 8.25印张 192千字

1988年3月第一版 1988年3月第一次印刷

印数：00001—5500册

ISBN 7-301-00281-5/H-028 定价：1.70元

目　录

瞿麦生

模态与时间

一、历史概观

现代模态逻辑学规定与时间无关，因而模态概念多少有些不明确。

超时间研究模态，是由亚里士多德开始的。他的模态三段论中所举的必然命题的事例是“人——动物”、“雪——白”等，是叙述事物的超时间本质，而可能命题的事例则是“上衣——白”、“人——健康”等。前者由于上衣有白的，也有红的，所以是在特称意义上说“上衣可能是白的”，而不是说它在时间上一会儿白，一会儿红。后者也不是在时间意义上说某人一会儿健康，一会儿病，而是在某人是健康的之外有人病了的特称命题的意义上说，“某人可能健康”。

对此，第奥多鲁的看法不同，他把模态和时间联系在一起。按他的看法，现在已经是现实的，要变为将来的现实，还只是一种可能性。“我在科林顿是可能的。”意思是说，现在在科林顿，将来某个时候在科林顿。当现在和将来一次都不在科林顿的时候，我在科林顿就是不可能的。

现代模态逻辑学也还是超时间的。路易斯创始的模态命题符号◇p，就完全不包含时间变项。现代逻辑学本来是在数学基础这一目标下开始研究的，因而，作为命题的具体事例就只被看作是“2＋2＝4”这样的超时间必然命题，而“明天将下雨”这

样的时间可能命题就没有放到公理化系统中去。在这种传统下，路易斯模态逻辑学仍然是超时间的。

把模态和时间联系在一起来进行定义，在近代是由布赖尔首先开始的，这可以说具有其先驱意义。然而，他的所谓Q系统，是象下面那样由把时间作为变项的限量命题来定义模态。

$$\Box p = D_f (\forall_t) p(t)$$

$$\Diamond p = D_f (\exists_t) p(t)$$

这个定义中的时间，是约束变项，即表面上的变项，不是自由变项。因此，必然命题总是必然的，可能命题总是可能的。在这种意义上仍然是超时间的。

与这种决定论系统相反，他又提出一个非决定论系统。这是用将来时态F来定义模态。

$$Lp = D_f F(t、p)$$

$$Mp = D_f \sim F(t、\sim p)$$

这时的时间t是关于现象p的自由变项，模态自身的时间作为变项而不包含在内。

二、时间自由变项

为了在和时间的联系中分析模态概念，在命题中引入作为自由变项的现象时间t和模态时间s。把“在时间t发生现象p的可能性（能力）在时刻s”表示为：$\Diamond(s)p(t)$。同样，必然性的情况可以表示为：$\Box(s)p(t)$。

如果用≤表示时间的前后关系，那么现象时间t和模态时间s之间就具有如下关系：

$$s \leq t \qquad (2 \cdot 1)$$

当说“这孩子有成为大人的可能性”的时候，成为大人是指十几年以后，有可能性是指现在。即s≤t。当现在看见开汽车的人而说“他有开汽车的能力”的时候，开是指现在，能力也是指

现在，$s=t$。

可是，对于过去的现象，不能说在现在时点是可能的或是必然的。“昨天下雨了，在今天是可能的”这一命题是没有意义的。用日常语言说“昨天出席是可能的”，或“过去战争可以避免”的时候，对于出席或避免这一过去现象时刻t，其可能的时刻s，和t同是过去而且是在t之前的过去，仍然是$s\leqslant t$。

尽管如此，在日常语言的表示中，还是常看到有叙述关于过去现象在现在的可能性的情况。例如，“李白有可能不是生于陇西，而是生于碎叶城。”这时，其可能性是现在。但是这种可能性是关于现象的说话者主观推测的可能性，而不是现象本身的客观模态。唐朝的李白不是生于陇西，而是生于碎叶城，有这种能力的过去时点的模态，和李白也许生于碎叶城的现在时点的这种推测，是两回事。

模态和推测的混同，关于现在现象也能引起。例如，现在我在北京推测“今天罗马一定下雨”。这和在罗马当地目击下雨而说“今天的雨是必然要下的”是有区别的。前者是在北京的推测，后者是罗马的模态。

对于将来现象，就更难区别模态和推测了。“这孩子有成为伟大学者的可能性”，这时，它是孩子的能力，还是推测，是难于区分的。由于将来现象尚未发生，究竟是能力还是判断，到了将来的那个时候，也不能验证，因此，怎么也区分不清推测和模态的这种微妙差异。

区别模态和推测，事实上是困难的，而表现形式倒是可以明显地区别为“它有能力”和“能推测它”。现在，把“能推测”这一谓语表示为M，那么，在时刻r能推测时刻t发生现象p就可以表示为$M(r)p(t)$。这样，$\Diamond(s)p(t)$和$M(r)p(t)$在形式上的区别是明显的，并且推测时刻r是现象时刻t的前后都

行，还有，由于模态和推测是有区别的，因而对于模态也可以推测。例如“现在推测当时义经有逃往北海道的能力”就可表示为M(r)◇(s)p(t)。

三、元语言

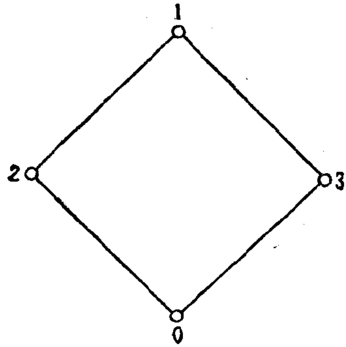
逻辑式本身是用对象语言来书写的，对于逻辑式进行论述的式子是元语言，还有论述该元语言式子的式子是元元语言。这三种语言符号必须分别用不同的东西表示，以避免混同。可是，在二值逻辑中，关于蕴涵，对象语言用⊃来表示，元语言用⊢来表示，只有这种区别，否定、联言、选言等没有如上符号上的区别，这是因为二者实质是同一意义，没有必要加以区别。

然而模态逻辑学的情况不同，其对象语言是多值逻辑，与此相反，其元语言和元元语言是通常的二值逻辑，因而元语言和元元语言只须区别蕴涵符号就足够了。但是对于对象语言和元语言，除了蕴涵外，还必须区别否定、联言、选言。由于在模态逻辑学迄今为止的研究中元语言和元元语言还没有符号化，本文暂时规定以下符号，来和对象语言作对比。

	否定	联言	选言	蕴涵	全称	存在（特称）
对象语言	～	∧	∨	⊃	∀	∃
元语言	NOT	&	OR	⊢	Π	Σ
元元语言				⊩		

当以A表示对象语言的任意式子时，“式A为真”这一元语言的命题便表示为T“A”。它和元真值函项共用时，省略T，简单地记为NOT“A”或“A”⊢“B”。还有，如果熟悉了这种符号规则，在不引起误解的情况下，省略引号。本文从下节起即省略引号。

为了说明对象语言和元语言的意义的不同，我们用如第一图所示的四元组，4个真值中的1为真值，其补元0为假值，2和



第1图

3为中间值。

这时NOT"A"和"～A"是不同的。前者是说式A的值不是真的，即是2，3，0中的任一个，后者是说式～A为真，就是说式A的值为假，即A值为0。

"A" OR"B"和"A∨B"也不同。前者意味着式A的值为真或式B的值为真，后者意味着式A∨B的值为真。上述4元结构中，当A值为2，B值为3时，A和B不是真的，A∨B的值为1，是真的。

可是"A" &"B"和"A∧B"是相同的。式A和B同真与式A∧B为真是等值的。但显然，"A" &NOT"B"和"A∧～B"是不同的。

"A" ⊢ "B"和"A⊃B"也不同。前者意味着式A真时式B也真，后者意味着A⊃B为真。这种区别在二值逻辑中可以说是众所周知的。因此，NOT［'A' ⊢ 'B'］和"～(A⊃B)"不同，前者变为"A" & NOT"B"，后者变为"A∧～B"。

关于对象语言的蕴涵，成立如下对偶规则（元语言）。

'A⊃B' ⊢ '～B⊃～A'

与此相应，元语言成立的元对偶规则（元元语言）如下：

$'A' \vdash 'B' \quad \Vdash \text{NOT } 'B' \vdash \text{NOT } 'A'$

但是如下的元规则不成立。

$'A' \vdash 'B' \quad \Vdash '\sim B' \vdash '\sim A'$

关于全称和存在的对象语言和元语言的不同，对象符号的情况是：

$(\exists A)A =_{Df} \sim(\forall A)\sim A$

与此相应，元符号为

$(\Sigma A)A =_{Df} \text{NOT}(\Pi A)\text{NOT} A$

$=_{Df}$是作为定义意义的元符号或元元符号。

四、第奥多鲁系统D

作为对于$\Diamond(s)p(t)$加以说明的例句，可以看作为“时刻t，天下雨的能力在时间s”。不言而喻，根据(2·1)$s \leqslant t$。

如第一节所述，根据第奥多鲁的看法，时刻t天下雨的能力在时刻s，就是时间t实际下雨的情况。以符号表示，如下：

$(\pi s)(\pi t)(\pi p)\ [p(t) \vdash s \leqslant t \supset \Diamond(s)p(t)]$ (D1)

根据他的看法，实际下雨的时候，不下是不可能的，即为下式：

$(\pi s)(\pi t)(\pi p)\ [p(t) \vdash s \leqq t \supset \sim\Diamond(s)\sim p(t)]$ (D2)

如把D2的模态改为必然的，则为：

$(\pi s)(\pi t)(\pi p)\ [p(t) \vdash s \leqslant t \supset \Box(s)p(t)]$ (D3)

如把(D2)的$p(t)$置换为否定式，则为：

$(\pi s)(\pi t)(\pi p)\ [\sim p(t) \vdash s \leqq t \supset \sim\Diamond(s)p(t)]$ (D4)

由于D2、D3、D4是互相等值的，用哪个作代表都行。这里以D3作代表。

如果使第奥多鲁的看法更为透彻，那么在时刻t下雨的能力在时刻s，则时刻t实际在下雨。这是因为如果实际不下雨，就没有下雨的能力。符号表示如下：

$(\pi s)(\pi t)(\pi p)\ [s\leqslant t\wedge\Diamond(s)p(t)\vdash p(t)]$　　(D5)

乍一看，好象(D5)和(D4)是对偶的，但正如前节所要注意的一样，由于“A”⊢“B”的对偶是NOT“B”⊢NOT“A”，而不是“~B”⊢“~A”，因而(D5)不是从(D4)推导出来的。就是说，(D5)是独立的公理。

概言之，第奥多鲁系统是在普通模态逻辑学的公理系统S0·9中加了(D1)、(D3)、(D5)。

S0·9系统由如下公理和规则组成：

公理　$\Box A\supset A$　　(4·01)

$\Box(A\supset B)\supset(\Box A\supset\Box B)$　　(4·02)

规则　当式A是公理时，

$A\vdash\Box A$　　(4·03)

$A\leftrightarrow B\vdash\Box A\leftrightarrow\Box B$　　(4·04)

但是↔是严格等值。

这些公理和规则都没用时间变项来书写，要把它写为时间模态，就是把A，B改写成p(t)·q(t)，把□改写成□(s)，加上≤t这一条件，与公理、规则同时给其冠头词加上全称符号就行。

与此相反，要把D1、D3、D5改写为一般符号规则，只要把p(t)改为A，把◇(s)和□(s)改为◇和□，省略全称符号和条件s≤t就行。这时(D1)、(D3)、(D5)就变为以下各种规则：

$A\vdash\Diamond A$　　(4·1)

$A\vdash\Box A$　　(4·2)

$\Diamond A\vdash A$　　(4·3)

由于(4·1)是模态逻辑学的普通系统S0·9成立的推理规则，从第奥多鲁系统的特有规则中除掉就行。如所周知，和(4·1)对偶的如下推理规则也是在S0·9系统中成立的。

$\Box A \vdash A$ (4·4)

(4·2)是模态逻辑学T系统的特殊规则，所以第奥多鲁系统是T系统的一种。

乍一看(4·3)和(4·2)好象是对偶的，是从(4·2)所推导出来的。但如前所述，并不是那样。因此，除(4·2)以外；又把(4·3)成立的系统定义为第奥多鲁系统，以D表示。

T系统和D系统，从认为这个世界存在着偶然现象的亚里士多德的角度来看，是难于承认的系统。可是退一步说，当假定偶然现象在现实中不存在时，在现实中存在的都是必然的，模态不就会从事实上退落而消灭吗？这点，需要稍微分析一下。

如果把(4·2)和(4·4)组合，把(4·3)和(4·1)组合，就得到以下规则。

$A \dashv\vdash \Box A$ (4·5)

$\Diamond A \dashv\vdash A$ (4·6)

因此在T系统中，$\Box A$和A的是值，非是值是一致的，在D系统中，$\Box A$·A·$\Diamond A$三者的是值，非是值一致。于是，似乎看到模态退落，但现实并不是这样。

下面试以具体模型说明这一点。第一表的4值模型是已作为T系统的模型由路易斯所用的古典模型。在这个模型中，把1和2作为真值(是值)，3和0作为假值，并且把1读为必然值，2读作偶然真。这时，当p＝2时，$\Box$p＝0，因而(4·2)不成立；当p＝3时，$\Diamond$p＝1，因而(4·3)不成立。所以，该模型似乎不是T系统和D系统。

尽管如此，该模型仍然能作为T系统和D系统的模型使用。试根据此模型计算模态逻辑学的公理和定理的值。其所有值都成为1即必然真，而不存在成为2即偶然真的东西。可以说，偶然真是空头支票，在现实中没有相当的东西。可是，概念上偶然真

俨然存在，模态并没有退落。比如，由于现实中没有白色玻璃，所以说“一切玻璃都是黑的”这一命题为真，概念上可以区别白玻璃和黑玻璃。

p	□p	◇p
1	1	1
2	0	1
3	0	1
0	0	0

五、准第奥多鲁斯系统D′

在第奥多鲁斯系统中，（4·2）和（4·3）都成立。但如后面所述，亚里士多德对这两个规则都加以否定。因此，在论述亚里士多德系统前，作为两者的中间系统，可以认为只有（4·2）成立，而（4·3）不成立。

（4·3）的否定是下式。正如第三节所述，式中的NOTA与～A不同。

$$(\Sigma A)[\Diamond A \,\&\, NOTA] \qquad (5\cdot1)$$

把（5·1）成立的T系统叫做准第奥多鲁斯系统，以D′表示。在该系统中，当在现实中下雨时，它是必然的，不下是不可能的。相反，即使是下雨的能力，也不只限于现实中下雨。

该系统的模型，仍用前节的第1表。但是真值为1，假值为0，2和3为中间值。在该模型中（4·2）和（5·1）成立，并且是当然的，但（4·3）不成立。

六、亚里士多德系统R

由于亚里士多德是超时间地研究模态，关于时间模态命题，他是怎么想的，我们并不能直接知道，但是他批评第奥多鲁说，

建筑师即使现在没有盖房也具有盖房的能力，甚至说，如果现在站着的人没有坐的能力，那么该人就会永久持续不断地站着。

亚里士多德对第奥多鲁的批评的后半部分，明显是曲解。第奥多鲁的观点是，现在站着的人在现在时点没有坐的能力，在将来时刻坐的能力在现在可能会有。但是亚里士多德认为，人在时刻s具有在时刻t坐的能力和时刻t不坐这样两种能力。对此，第奥多鲁认为只具有其中的一种能力。就是说，亚里士多德的可能是两方面的能力。

但是亚里士多德也承认必然现象的存在。如果下雨是必然现象，那么不下是不可能的。所以，他的两种能力的主张不是全称命题，而是如下特称命题。

$$(\exists s)(\exists t)(\exists p)[p(t)\wedge s\leqslant t\wedge\Diamond(s)p(t)\wedge\Diamond(s)\sim p(t)] \qquad (R1)$$

由于两种能力中肯定能力是当然的，我们暂时把它放在一边，只从（R1）中取出否定的能力，那么就是：

$$(\exists s)(\exists t)(\exists p)[p(t)\wedge s\leqslant t\wedge\Diamond(s)\sim p(t)] \qquad (R2)$$

如把此式改为必然，则为：

$$(\exists s)(\exists t)(\exists p)[p(t)\wedge s\leqslant t\wedge\sim\Box(s)p(t)] \qquad (R3)$$

另外把（R2）的p（t）改为否定式，则为：

$$(\exists s)(\exists t)(\exists p)[\sim p(t)\wedge s\leqslant t\wedge\Diamond(s)p(t)] \qquad (R4)$$

由于（R2)、(R3）、（R4）是互相等值的，以其中的任何一个作代表都行。这里以（R3）作代表。

如第四节所述，由于第奥多鲁系统的D1即（4·1）在模态逻辑学的一般系统S0·9中是成立的，所以（D1）在亚里士多德系统中也被认为是存在的。从这里的（D1）和（R2）

很容易推出（R1），因而（R1）丧失了作为公理的独立性。

亚里士多德的（R3）和第奥多鲁的（D3）为反对关系，而不是严格意义上的否定（矛盾）关系。因为如前面所述，'A' ⊢ 'B' 的否定是 'A' &NOT'B'，而不是'A∧～B'。因此，在（D3）和（R3）的中间，有不是它们二者的另外的式子，这样就有既不是T系统，也不是亚里士多德系统的中间系统。我们暂且把它叫做准亚里士多德系统，以R′表示。R′系统很繁杂，在此不详述了。

在亚里士多德系统中，第奥多鲁的（D5）也被否定了。关于下雨有两种能力，不只限于现实下雨的情况，有时也有不下雨的情况，即下式是成立的。

$$(\exists s)(\exists t)(\exists p)\,[\Diamond(s)p(t)\wedge s\leqslant t\wedge\sim p(t)] \qquad (R5)$$

第奥多鲁系统中的（D4）和（D5）不是等价的，而亚里士多德系统中（R4）和（R5）是相同的。所以（R5）没有作为公理的独立性。

（R1）和（R5）不是独立的公理，因而亚里士多德系统独具特征的公理就是（R3）一个。如果将这个（R3）按模态逻辑学的普通符号规则改写，以A表示p（t）。以□表示□s，省略s和t的存在符号及s⩽t，就为下式：

$$(\exists A)(A\wedge\sim\Box A) \qquad (6\cdot1)$$

（6·1）成立的S0·9系统就叫亚里士多德系统，以R表示。（6·1）和（4·2）是不能并存的，R系统和T系统也是不能并存的。

七、哈尔德系统H

下式存在的系统叫哈尔德系统。以H表示。

$$(\forall A)\Diamond\Diamond A \qquad (7\cdot1)$$

A表示任意的式，如果把它改为否定式，即：

$(\forall A)\quad \Diamond\Diamond\sim A$

把该式的模态改为必然，即为：

$(\forall A)\sim\Box\Box A$ （７・２）

当把模态逻辑学的任意公理规定为p_0时，根据（７・２），可得到如下公式：$\sim\Box\Box p_0$ （７・３）

根据S０・９的规则（４・０３），由公理p_0推出

$\Box p_0$ （７・４）

根据（７・３）和（７・４），推出

$\Box p_0\wedge\sim\Box\Box p_0$ （７・５）

为了把它改为特称，把$\Box p_0$定为A，就为：

$(\exists A)(A\wedge\sim\Box A)$

这就是说，（６・１）成立，所以哈尔德系统是亚里士多德系统的一种。

八、带等词的亚里士多德系统A

无论是第奥多鲁，还是亚里士多德，对重迭模态都没什么叙述，所谓等词规则在这两系统中是否得到承认，是不明确的。等词规则如下式所示。（↔是严格等值）

$\Box\Box p\leftrightarrow\Box p$ （８・１）

$\Diamond\Diamond\leftrightarrow\Diamond p$ （８・２）

如所周知，在S０・９系统中加入等词规则，就变为S４系统。由于S４系统属于T系统，因而在作为同一个T系统的系统——D系统和D′系统允许等词规则也不会发生矛盾。可是，如果在和T系统具有不能同时并存关系的R系统（包括H系统）加上等词规则，即变为S４系统即T系统），而产生矛盾。所以，在亚里士多德系统R中是不允许等词规则的。

可是等词规则（８・１）（８・２）和亚里士多德的特殊公