

第 51 篇 长 度 测 量 技 术

(试用本)

机械工程手册 编辑委员会
电机工程手册



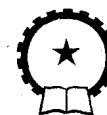
机 械 工 业 出 版 社

机械工程手册

第 51 篇 长度测量技术

(试用本)

机械工程手册 编辑委员会
电机工程手册



机械工业出版社

本篇包括测量基本概念及测量数据处理，通用量具量仪简介，量块及线纹尺检定，长度、角度、螺纹、齿轮、形状和位置误差、表面光洁度的测量等九章。内容以仪器测量原理和测量方法为主，着重介绍使用通用仪器的测量方法，对于必要的专用仪器设备也作了简要介绍。

机械工程手册
第51篇 长度测量技术

(试用本)

天津大学主编

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本787×1092^{1/16}·印张6·字数163千字

1979年5月北京第一版·1979年5月北京第一次印刷

印数 00,001—63,000·定价 0.48元

*

统一书号：15033·4614

编 辑 说 明

(一) 我国自建国以来，机械工业在毛主席的革命路线指引下，贯彻“独立自主、自力更生”和“洋为中用”的方针，取得了巨大的成就。为了总结广大群众在生产和科学方面的经验，同时采用国外先进技术，加强机械工业科学技术的基础建设，适应实现“四个现代化”的需要，我们组织编写了《机械工程手册》和《电机工程手册》。

(二) 这两部手册主要供广大机电工人、工程技术人员和干部在设计、制造和技术革新中查阅使用，也可供教学及其他有关人员参考。

(三) 这两部手册是综合性技术工具书，着重介绍各专业的基础理论，常用计算公式，数据、资料，关键问题以及发展趋向。在编写中，力求做到立足全局，勾划概貌，反映共性，突出重点。在内容和表达方式上，力求做到深入浅出，简明扼要，直观易懂，归类便查。读者在综合研究和处理技术问题时，《手册》可起备查、提示和启发的作用。它与各类专业技术手册相辅相成，构成一套比较完整的技术工具书。《机械工程手册》包括基础理论、机械工程材料、机械设计、机械制造工艺、机械制造过程的机械化与自动化、机械产品六个部分，共七十九篇；《电机工程手册》包括基础理论、电工材料、电力系统与电源、电机、输变电设备、工业电气设备、仪器仪表与自动化七个部分，共五十篇。

(四) 参加这两部手册编写工作的，有全国许多地区和部门的工厂、科研单位、大专院校等五百多个单位、两千多人。提供资料和参加审定稿件的单位和人员，更为广泛。许多地区

的科技交流部门，为审定稿件做了大量的工作。各篇在编写、协调、审查、定稿各个环节中，广泛征求意见，发挥了广大群众的智慧和力量。

(五) 为了使手册早日与读者见面，广泛征求意见，先分篇出版试用本。由于我们缺乏编辑出版综合性技术工具书的经验，试用本在内容和形式方面，一定会存在不少遗漏、缺点和错误。我们热忱希望读者在试用中进一步审查、验证，提出批评和建议，以便今后出版合订本时加以修订。

(六) 本篇是《机械工程手册》第51篇，由天津大学主编，参加编写的有中国计量科学研究院、合肥工业大学、上海交通大学、上海市计量局、哈尔滨量具刃具厂、青海第二机床厂、长春光学精密机械研究所等单位。许多有关单位对编审工作给予大力支持和帮助，在此一并致谢。

机械工程手册 编辑委员会编辑组
电机工程手册

目 录

编辑说明

第 1 章 概 述

1 测量的概念及方法	51-1
2 测量误差	51-2
2·1 测量误差的定义	51-2
2·2 测量误差的分类	51-2
3 测量过程及数据处理	51-4
3·1 直接测量的数据处理	51-4
3·2 间接测量的数据处理	51-4
3·3 组合测量的数据处理	51-5

第 2 章 通用量具量仪简介

1 关于量具量仪的一般知识	51-6
2 常用量具量仪的主要指标	51-6

第 3 章 量块及线纹尺的检定

1 量块的检定	51-17
1·1 量块的用途及其尺寸的定义	51-17
1·2 量块等级的含义、划分及研合性要求	51-17
1·3 量块中心长度的检定	51-19
2 线纹尺的检定	51-20
2·1 线纹尺的用途及其技术要求	51-20
2·2 线纹尺的检定方法	51-21
2·3 比长仪的测量原理及测量结果的修正	51-22
2·4 检定结果的精度计算	51-23

第 4 章 长度测量

1 光滑量规	51-23
2 轴径与孔径的测量	51-25
2·1 轴径的测量	51-25
2·2 孔径的测量	51-25
2·3 深孔直径的测量	51-30
3 大尺寸测量	51-31
3·1 大尺寸直接测量法	51-31

3·2 大尺寸间接测量法	51-32
3·3 大尺寸测量误差及减少误差的途径	51-33
4 花键的检验	51-33
4·1 矩形花键的检验	51-33
4·2 渐开线花键的检验	51-35

第 5 章 角度测量

1 锥体量规	51-36
2 角度和锥度的测量	51-36
2·1 直接测量	51-36
2·2 间接测量	51-37
2·3 小角度测量	51-38
3 多面棱体的检定	51-39
3·1 直接检定	51-40
3·2 组合法检定	51-40
4 度盘的检定	51-41
4·1 常角法检定	51-41
4·2 比较法检定	51-42

第 6 章 螺纹测量

1 螺纹量规	51-43
1·1 螺纹量规的分类	51-43
1·2 螺纹量规的使用规则	51-43
2 外螺纹几何参数的测量	51-44
2·1 牙形半角的测量	51-44
2·2 螺距的测量	51-44
2·3 中径的测量	51-44
2·4 外径和内径的测量	51-46
3 内螺纹几何参数的测量	51-47
3·1 螺距和牙形角的测量	51-47
3·2 中径的测量	51-47
4 圆锥螺纹的测量	51-48
4·1 中径的测量	51-48
4·2 螺距的测量	51-49
5 大螺旋角螺纹中径的测量	51-49
6 锯齿形螺纹中径的测量	51-50

51-VI 目 录

7 精密丝杠的测量	51-50
7·1 静态测量	51-50
7·2 动态测量	51-51
第 7 章 齿轮测量	
1 圆柱齿轮测量	51-52
1·1 圆柱齿轮的综合测量	51-52
1·2 圆柱齿轮的单项测量	51-55
2 蜗轮蜗杆测量	51-66
2·1 蜗杆测量	51-66
2·2 蜗轮测量	51-68
3 齿轮刀具测量	51-68
3·1 齿轮滚刀测量	51-68
3·2 蜗轮滚刀测量	51-72
3·3 插齿刀测量	51-73
第 8 章 表面形状和位置误差的测量	
1 表面形状误差的测量	51-75
1·1 不直度的测量	51-75
1·2 不平度的测量	51-76
1·3 不圆度的测量	51-78
1·4 不柱度的测量	51-79
2 位置误差的测量	51-79
2·1 不平行度的测量	51-79
2·2 不垂直度的测量	51-80
2·3 不同轴度的测量	51-80
2·4 不对称度的测量	51-81
2·5 径向跳动的测量	51-81
2·6 端面跳动的测量	51-81
2·7 位移度的测量	51-81
第 9 章 表面光洁度的测量	
1 评定表面光洁度的基本原则	51-85
2 表面光洁度的测量方法	51-86
2·1 与表面光洁度工艺样板作比较	51-86
2·2 在选定的截面内测量表面光洁度参数的 数值	51-86
2·3 用印模法测量表面光洁度	51-87
2·4 间接评定表面光洁度	51-88
2·5 测量特殊表面的光洁度	51-88
参考文献	51-88

第1章 概述

1 测量的概念及方法

测量是把一个被测量值与单位量值进行比较的过程。即

$$Q = qu$$

式中 Q —— 被测量值

u —— 单位量值

q —— 测得数值

测量按寻求的目的与测得量值之间的关系可分为直接测量、间接测量及组合测量三类。

a. 直接测量 测得的量值 L 就是寻求的目的 x 。即

$$x = L$$

b. 间接测量 寻求的目的 x 与直接测得的量值 L_1, L_2, L_3, \dots 之间有一定的函数关系，按照已知的函数关系由 L_1, L_2, L_3, \dots 等求出 x 的量值。即

$$x = f(L_1, L_2, L_3, \dots)$$

例如，测图51·1-1中所示工件的圆弧直径，可先测出弦长 S 和弓高 H ，再求直径 D 。

$$D = \frac{S^2}{4H} + H$$

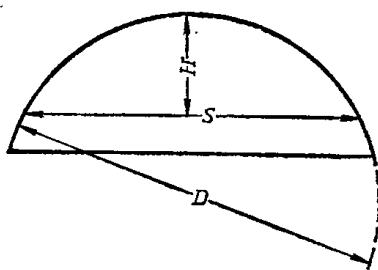


图51·1-1 测圆弧直径示意图

c. 组合测量 若有几个未知量 x_1, x_2, x_3, \dots ，把这些未知量用不同方式组合起来进行测量，并把测得的量值 L_1, L_2, L_3, \dots 与未知量之间的关系列成方程组：

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, L_1, L_2, L_3, \dots) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, L_1, L_2, L_3, \dots) = 0 \\ \dots \\ f_n(x_1, x_2, x_3, \dots, L_1, L_2, L_3, \dots) = 0 \end{array} \right\} \quad (51 \cdot 1 - 1)$$

方程的数目应比未知量的个数多。然后用最小二乘法求出未知量的数值。

进行测量时要根据被测量的性质、所需的精确度、测量设备的条件、测量操作的难易和速度等选择以下适当的测量方法。

a. 绝对测量法与相对测量法 绝对测量法亦称直接评定法。是由量具或量仪的示值直接表示被测长度，例如用测长仪测量工件的长度。相对测量法亦称差示法。仪器的示值只表示被测长度与标准长度之间的差值。例如，用光学计测量时，须先用一个标准量调零，然后把光学计的示值加上标准量的量值才得出被测长度。

b. 接触测量与非接触测量 接触测量，量具或量仪接触被测件表面，因而有损坏量具、量仪或被测件表面的可能，同时易受测量力的影响而引起测量误差。非接触测量可以避免测量力的影响，但其测量误差不一定比接触测量小。例如，在光学仪器中对轮廓投影的瞄准误差，一般比测量力引起的误差大。

c. 单项测量与综合测量 一些几何形状复杂的工件如螺纹、齿轮、花键等，需要对几个参数进行测量。对这些参数逐一分别测量，就叫单项测量。测出几种参数的综合作用时，就叫综合测量。从评定合格性的要求来看，综合测量即简单又明显。但从分析误差原因以便改进工艺的要求来看，往往需要进行单项测量。

d. 实验室测量与工程测量 实验室测量一般指精密测量，在测量工作中需要分析和计算测量结果的准确度。工程测量只保证测量误差不超出允许误差，不必计算准确度。在生产中一般只进行工程测量。

2 测量误差

2.1 测量误差的定义

一切测量都不可避免有些误差，首先由于使用的量具、量仪都不可避免有些误差，其次是测量方法、环境、条件、测量人员甚至被测物件本身都可能引起测量误差。

测量误差的定义可用下式表示：

$$\delta = L_c - L_s$$

式中 δ —— 真差

L_c —— 测得的量值

L_s —— 被测量的真值

在工作中，一般用多次测量值的算术平均值 L_p 代替真值。

$$L_p = \frac{L_{c1} + L_{c2} + \dots + L_{cn}}{n} \quad (51 \cdot 1 \cdot 2)$$

用 L_p 代替真值 L_s 后的误差称为残余误差 v 。

$$v_i = L_{ci} - L_p \quad (51 \cdot 1 \cdot 3)$$

式中 i —— 表示 $1, 2, 3, \dots, n$

从(51·1·2)式中可以得出：

$$\sum v_i = 0$$

2.2 测量误差的分类

测量误差可分为偶然误差、系统误差和粗大误差三类。

在多次重复测量中，偶然误差每次出现的情况是没有规律的，在单次测量值中无法消除偶然误差。偶然误差的大小决定测量值的精度，它反映相同条件下各次测量值相互接近的程度。

系统误差是固定的或按一定规律变化的误差，它可以设法消除或减小，系统误差的大小决定测量值的正确度，它反映测量值接近真值的程度。

在带有系统误差的测量值中，一般也有偶然误差。这两种误差综合影响的大小决定测量值的准确度。

2.2.1 偶然误差

偶然误差每次出现的情况虽无规律，但在相同条件下的大量重复测量中具有下列特性：1) 正负误差出现的概率相等；2) 绝对值小的误差出现的概率比大的误差要多；3) 绝对值相同的正负误差

出现的概率相等；4) 最大的偶然误差不会超出一定的极限值。由于上述特性，故由多次测量得出的平均值可以减小偶然误差的影响。

偶然误差的分布是符合正态分布的，正态分布的密度函数为：

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}$$

式中 y —— 偶然误差出现的概率密度

δ —— 真差

σ —— 测量列的标准误差，其定义为：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_n^2}{n}}$$

按真差 δ 的定义， n 应趋向无穷大，但在实际工作中测量次数不可能无穷大，所以真差一般是得不到的，在足够大的测量次数中，可以用残余误差 v 代替真差 δ 而采用白塞尔公式：

$$\sigma = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n-1}} \quad (51 \cdot 1 \cdot 4)$$

按照概率理论

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta = 1$$

若用 $x = \frac{\delta}{\sigma}$ 代入上式，则

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$$

正态分布的密度曲线如图51·1·2，图中阴影线部分的面积 $\Phi(x)$ 为：

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$\Phi(x)$ 数值可从第2篇附录 $\Phi(u)$ 表中查出，把查得 $\Phi(u)$ 值减去 0.5，即 $\Phi(x)$ 值。

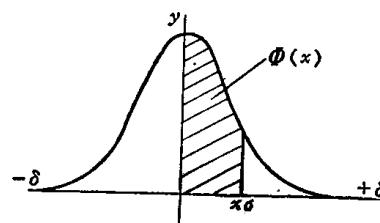


图51·1·2 正态分布的密度曲线

标准误差 σ 常被用作一批测量值所组成的测量列的精度参数。除 σ 外也可用偶然误差 ρ 或极限误差 δ_x 作为测量列的精度参数，它们与标准误差 σ 之间的关系如下：

$$\rho = 0.6745 \sigma$$

$$\delta_x = 3 \sigma$$

这几种精度参数的置信概率（即偶然误差落在给定的置信区间内的概率）不同。若以 $\pm \rho$ 为置信区间，则偶然误差出现的概率为 0.5；若以 $\pm \sigma$ 为置信区间，则出现的概率为 0.6826；若以 $\pm \delta_x$ 为置信区间，则出现的概率为 0.9973，即约在 370 次测量中有一次的偶然误差会超出 $\pm \delta_x$ 的范围。

2·2·2 粗大误差

粗大误差一般是由疏忽引起的，例如读数时看错或记录时写错等。测量值中如果发现粗大误差，则这个测量值应该剔除。但一般很难发现由于疏忽所引起的误差，故只能剔除较为突出的大误差。究竟大到什么程度应认为粗大误差呢？通常采用肖文准则来判断。肖文准则是假定在 n 次测量中只允许有半次超出置信区间，即

$$1 - 2\Phi(x) = \frac{1}{2^n}$$

因而 $\Phi(x) = \frac{2^n - 1}{4^n}$

判断时先从次数 n 算出 $\Phi(x)$ 的数值后，加 0.5 再从 $\Phi(u)$ 的数值表中查出 u 的数值。然后算出 $v_c = u\sigma$ 。在一批测量值中，如其残余误差 v_i 的绝对值有等于或大于 v_c 者为粗大误差，应先剔除其最大的一个，然后重新计算 L_F 、 v_i 、 σ 、 $\Phi(x)$ 、 x 和 v_c ，再剔除其粗大误差的最大的一个。如此继续检查，直至剔除所有粗大误差，剩余的测量列才是有效的测量列。

在工程测量中，往往只进行一次测量，为了避免粗大误差，最好读两次数。

2·2·3 系统误差

系统误差的来源主要有下列几种：

a. **工具误差** 由于量具或量仪的结构不完善或加工不正确引起的误差。如线纹尺刻度不正确，量块的实际尺寸与名义尺寸不符。仪器转动零件偏心等。

b. **安置误差** 如在工具显微镜上测量螺纹时，如果螺纹轴线安置得与移动方向不平行就会引起误差。

c. **方法误差** 某些测量方法本身含有误差。如在间接测量中采用近似公式。这种误差是可以计算的，在精密测量中可以算出后加以修正。

d. **人身误差** 由于测量人员的生理特点引起的误差，如在读数显微镜中双刻线对线的不对称性。这项误差一般可忽略不计。

e. **由测量力引起的误差** 由于测量力使测量头和被测件变形，而产生误差。但测量力一般被控制在一定范围内，因而这项误差不大，往往可以忽略不计。

f. **由温度引起的误差** 测量时被测件和标准件或仪器的温度不等于标准温度而引起的误差。如果已测出它们的温度，则这项误差可按下式予以修正。

$$\Delta L = L [(\alpha_2 - \alpha_1)(t_2 - t_0) + \alpha_1(t_2 - t_1)]$$

式中 L —— 被测长度

ΔL —— 温度误差

t_0 —— 标准温度 (20°C)

t_1 和 α_1 —— 标准件或仪器的温度和膨胀系数

t_2 和 α_2 —— 被测件的温度和膨胀系数

系统误差与偶然误差的区别在于误差出现的情况而不是产生的原因。所以上述各种系统误差的来源中，有些也可同时引起偶然误差。如工具误差中也有偶然误差。测量时温度的随机变化也能产生偶然误差。

系统误差可再细分为固定的和变化的系统误差，而后者又可分为累积误差、周期误差和按复杂规律变化的误差。量块实际尺寸与名义值不符所引起的误差是固定的系统误差。在测量过程中温度均匀上升或均匀下降所测得的测量列含有累积误差。度盘中心对旋转轴有偏心时会产生周期误差。线纹尺刻度的不正确可认为按复杂规律变化的误差。

系统误差是可以掌握的，可设法消除或减小。主要办法在于消除产生误差的根源。如在恒温室中测量可消除或减小由于温度引起的误差。把被测件安置在正确的位置上，可减小安置误差。校验量具或仪器的示值误差以给出修正值，可在测量值中消除这项误差。此外还可采用下列方法消除某些系统误差。

1) 补偿法(或称抵消法): 在工具显微镜上测量螺纹中径或螺距时, 若在螺纹角的两侧各测一次中径或螺距而取其平均值, 就能抵消由于螺纹轴线方向与移动方向不平行而引起的系统误差。又如使用读数显微镜时, 若在测微螺丝前进和后退方向中各取一次读数而求其平均值, 即可抵消测微螺丝死程可能引起的误差。

2) 对称观察法: 在测量过程中由于照明和人体热量使被测件和仪器的温度缓缓上升。而引起累积误差。若采用对称观察法如图51·1-3中的示意, 每隔相等的时间 t 读取一次测量值 L 。然后取对称的两个值求其平均值。如取: $\frac{L_1 + L_6}{2}$, $\frac{L_2 + L_5}{2}$,

$\frac{L_3 + L_4}{2}$ 这些平均值可以消除累积误差。

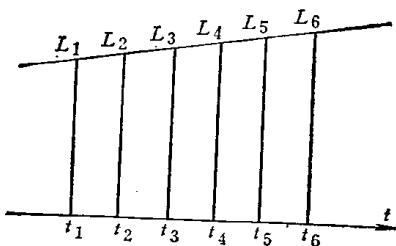


图51·1-3 对称观察法示意图

3) 半周期偶数观测法: 对周期误差, 如度盘偏心引起的误差, 若相隔半个周期(即 180°)各取一次读数, 求其平均值, 即能消除这项误差。

4) 对按复杂规律变化的误差, 如线纹尺的刻度误差, 一般按校验时给出的修正值表修正以消除这项误差。如果没有修正值表, 则可在不同的刻度段上对被测件进行多次测量而取其平均值。这样就可把系统误差转化为偶然误差而减小其影响。

3 测量过程及数据处理

在选择测量方法时, 应首先考虑哪些方法经济地达到所需要的精确度。事先估计和分析各种测量方法的测量误差。考虑如安置、方法以及由测量力和温度所引起的误差等其它因素, 从而估计测量的总误差。

选择量具量仪时, 应首先考虑它的精度指标和适用范围, 然后考虑其经济性。一般要求测量总误差约占被测件公差的 $10\sim20\%$, 对高精度的工件允

许占公差的 $30\sim50\%$ 。在第二章中对某些量具量仪给出了测量误差的数值或计算公式, 可供参考。未给出测量误差者可参考其示值误差和示值变化以估计仪器的误差, 再考虑测量中其它误差因素来估计测量的总误差。

在实验室测量中, 不仅要得出测量数据和测量结果, 并且要计算出测量结果的准确度。一般说来, 从量具或量仪上读出的数据不一定就是测量结果。如在间接测量或组合测量中, 须从测得的数据中通过计算才能得出测量结果。即使在直接测量中得出的数据, 有时也需要经过处理才能获得测量结果。

3·1 直接测量的数据处理

在直接测量中, 如果对一个被测值在同样的条件下进行了 n 次测量得出 n 个测量值, 则应从这 n 个值中求出测量结果。在这些测量值中如果有已知的系统误差则应先预修正后再按式(51·1-2~4)求出 L_p , v_i , σ 。然后用肖文准则判断并剔除粗大误差。并用平均值的精度参数来评定测量结果的精确度。

平均值的标准误差

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

平均值的或然误差

$$R = \frac{\rho}{\sqrt{n}} = \frac{0.6745 \sigma}{\sqrt{n}} = 0.6745 S$$

平均值的极限误差

$$\lambda_x = \frac{\delta_x}{\sqrt{n}} = \frac{3 \sigma}{\sqrt{n}} = 3 S$$

3·2 间接测量的数据处理

在间接测量中, 为了求得被测量的结果 X , 必须把直接测得的量值 L_1 , L_2 ……代入已知函数进行计算。如果 L_1 , L_2 ……中含有已知系统误差 ΔL_1 , ΔL_2 ……等, 可先预修正后代入函数计算。也可不预先修正而用泰勒定理计算由各个系统误差所组成的综合系统误差 ΔX 。即

$$X + \Delta X = f(L_1, L_2, \dots, L_m) \\ + \frac{\partial f}{\partial L_1} \Delta L_1 + \frac{\partial f}{\partial L_2} \Delta L_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial L_m} \Delta L_m$$

亦即

$$\Delta X = \frac{\partial f}{\partial L_1} \Delta L_1 + \frac{\partial f}{\partial L_2} \Delta L_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial L_m} \Delta L_m$$

如果已知 L_i 的精度参数各为 σ_i 。则 X 的精度参数 σ_x 为：

$$\sigma_x = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial L_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial L_m}\right)^2 \sigma_m^2}$$

如果 L_i 的精度参数采用其他形式，上式的形式仍适用。例如用 δ_{xi} ，则 X 的精度参数 δ_{xx} 应为：

$$\delta_{xx} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial L_1}\right)^2 \delta_{x1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L_2}\right)^2 \delta_{x2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial L_m}\right)^2 \delta_{xm}^2}$$

3.3 组合测量的数据处理

在式 (51·1-1) 的方程组中，把测得的量值 L_1, L_2, \dots, L_m 等代入后可整理成下列形式的条件方程组：

$$\left. \begin{array}{l} f_1(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m) = 0 \\ f_2(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m) = 0 \\ \dots \\ f_n(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m) = 0 \end{array} \right\} \quad (51 \cdot 1 - 5)$$

在这组方程中，由于 L_1, L_2, \dots, L_m 中有测量误差，并由于 $n > m$ ，所以求不出一套 X_1, X_2, \dots, X_m 的数值可以同时满足全部方程组。也就是说由于 L_i 中有误差。所以 X_i 的真值是求不到的。我们假设 y_i 为 X_i 最合适的近似值，把它们代入 (51·1-5) 后，可得出如下形式的误差方程组：

$$\left. \begin{array}{l} f_1(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m) + v_1 = 0 \\ f_2(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m) + v_2 = 0 \\ \dots \\ f_n(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m) + v_n = 0 \end{array} \right\} \quad (51 \cdot 1 - 6)$$

根据最小二乘法的原理，要使 y_1, y_2, \dots, y_m 之值最为合适应满足下列条件，即

$$\sum v^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_n^2 = \text{最小}$$

在式 (51·1-6) 中，各个 v 都可写成一个函数，要使 $\sum v^2$ 最小，必须使

$$\begin{aligned} d \sum v^2 &= \frac{\partial \sum v^2}{\partial y_1} + \frac{\partial \sum v^2}{\partial y_2} \\ &\quad + \dots + \frac{\partial \sum v^2}{\partial y_m} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{亦即 } \frac{\partial \sum v^2}{\partial y_1} = 0, \quad \frac{\partial \sum v^2}{\partial y_2} = 0,$$

$$\dots \frac{\partial \sum v^2}{\partial y_m} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y_1} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y_1} + \dots + v_n \frac{\partial v_n}{\partial y_1} = 0 \\ v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y_2} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y_2} + \dots + v_n \frac{\partial v_n}{\partial y_2} = 0 \\ \dots \\ v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y_m} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y_m} + \dots + v_n \frac{\partial v_n}{\partial y_m} = 0 \end{array} \right\}$$

这个方程组称为法方程式，这里方程式的数目等于未知量的个数。解此方程组即可求得各个未知量的最合适值。建立法方程式的过程相当繁琐，现在一般采用表格的方式来简化计算过程（见第 5 章多面棱体的检定）。

用解得的 y_1, y_2, \dots, y_m 代入 (51·1-6) 可得出 v_1, v_2, \dots, v_n ，由此可求出

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-m}}$$

这个 σ 是组合测量的精度参数，它还不能直接反映未知量 y_1, y_2, \dots, y_m 的精度。要得出未知量的精度参数还必须计算各个未知量的权数 $P_{y1}, P_{y2}, \dots, P_{ym}$ ，然后按下式求出各个未知量的精度参数：

$$\begin{aligned} S_{y1} &= \frac{\sigma}{\sqrt{P_{y1}}}; \quad S_{y2} = \frac{\sigma}{\sqrt{P_{y2}}}; \\ \dots \quad S_{ym} &= \frac{\sigma}{\sqrt{P_{ym}}} \end{aligned}$$

有关权数的计算以及法方程式的组成和解算，“最小二乘法”见第 2 篇工程数学第 7 章 8 节。

第2章 通用量具量仪简介

1 关于量具量仪的一般知识

在测量工作中必须有已知的单位量值，这个单位量值体现在量具或量仪中。现在的长度基准是氪₈₆橙黄谱线在真空中的波长：

$$\lambda_{kr} = 0.60578021 \mu$$

即 $1 \text{ m} = 1650763.73 \lambda_{kr}$

由这种波长传递到基准量块和基准线纹尺，再逐步传递到量具和量仪上。近年来由于激光技术的发展，激光的频率稳定性已超过氪光的频率稳定性，因此将来极有可能用激光波长作为长度基准。

量具、量仪上经常使用下列术语：

(1) 分度值 指量仪标尺上最小分度所代表的尺寸。

(2) 刻度间隔 指标尺上相邻两刻线间的距离。为了能估读出 $\frac{1}{10}$ 分度值，刻度间隔一般大于 0.8 mm 。

(3) 示值范围 指标尺上全部刻度所代表的被测量值。

(4) 测量范围 指所能测出被测量的最大与最小值。

(5) 灵敏度 量仪指针的直线位移或角位移与引起该位移的被测量数值的变化之比，即仪器的传动比或放大比。

(6) 灵敏阈 引起量仪示值最小变动的被测量数值的最小变化。

(7) 测量力 指量具或量仪的测量表面与被

测件接触时所产生的力。在接触式测量中需要适当的测量力以保证可靠的接触。但测量力太大则可能引起变形甚至损坏被测件的表面。有些量具量仪的技术指标给出测量力的大小。

(8) 回程误差 对同一被测量进行正反向测量时，仪器指示值的变化范围。

(9) 示值变化 在外界条件不变的情况下，对同一被测量进行多次测量时，指示值的最大变化范围。在检定规程上一般给出示值变化的允许范围。量仪的灵敏度和分度值应与示值变化相适应。如果示值变化大，则过小的分度值是没有意义的。示值变化是测量值中偶然误差的一部分，可用多次测量的平均值来减小这项误差的影响。

(10) 示值误差 指量具或量仪的指示值与被测量的实际值之差。在检定规程上一般规定用哪一等量块检定示值误差，并给出最大允许误差值。示值误差是测量值中系统误差的一部分，可用准确度更高的标准量具或量仪来测定，从而给出修正量。一般量具量仪往往仅检验其合格与否而不给出修正量，只保证其示值误差不会超过检定规程的最大允许误差，而不知道其实际数值。这种示值误差是未被掌握的系统误差，只能作为偶然误差来处理。

2 常用量具量仪的主要指标

(1) 游标量具、千分尺、百分表 其主要指标见表51·2-1~15。

表51·2-1 游标量具的游标读数值和测量范围

mm

游 标 读 数 值	测 量 范 围		
	游 标 卡 尺 (GB 1214-75, JB 1564-75)	高 度 游 标 卡 尺 (JB 1565-75)	深 度 游 标 卡 尺 (GB 1215-75)
0.02, 0.05	0~125, 0~200, 0~300	0~200, 0~300	0~200, 0~300, 0~500
0.02, 0.05, 0.10	0~500, 300~1000	0~500, 0~1000	
0.05, 0.10	500~1500, 1000~2000		

表51·2-2 游标量具的示值误差

mm

尺寸范围	游 标 读 数 值		
	0.02	0.05	0.10
	示 值 误 差		
0~300	±0.02	±0.05	±0.10
300~500	±0.04	±0.07	±0.10
500~1000	±0.06	±0.10	±0.15
1000~1500		±0.15	±0.20
1500~2000		±0.20	±0.25

表51·2-3 游标量具的测量误差

mm

游 标 读 数 值	尺 寸 范 围							
	1~10	10~50	50~80	80~120	120~180	180~260	260~360	360~500
	测 量 极 限 误 差 ± μ							
以游标卡尺测量外尺寸								
0.02	40	40	45	45	45	50	60	70
0.05	80	80	90	100	100	100	110	110
0.10	150	150	160	170	190	200	210	230
以游标卡尺测量内尺寸								
0.02		50	60	60	65	70	80	90
0.05		100	130	130	150	150	150	150
0.10		200	230	260	280	300	300	300
以深度游标卡尺测量深度								
0.02	60	60	60	60	60	60	60	
0.05	100	100	150	150	150	150	150	150
0.10	200	250	300	300	300	300	300	300

表51·2-4 千分尺的测量范围和示值误差

(GB 1216-75, JB 1566-75)

mm

测 量 范 围	示 值 误 差		测 量 范 围	示 值 误 差	
	0 级	1 级		1 级	1 级
0~25, 25~50	±0.002	±0.004	800~900	±0.018	
50~75, 75~100			900~1000	±0.020	
100~125, 125~150		±0.005	1000~1200	±0.024	
150~175, 175~200		±0.006	1200~1400	±0.028	
200~225, 225~250		±0.007	1400~1600	±0.032	
250~275, 275~300			1600~1800	±0.036	
300~400		±0.008	1800~2000	±0.040	
400~500		±0.010	1000~1500	±0.030	
500~600		±0.012	1500~2000	±0.040	
600~700		±0.014			
700~800		±0.016			

注：1. 测微螺杆的分度值为0.01mm。

2. 使用中及修理后的1级千分尺，其示值误差如已超出表中允许范围，但尚未超出两倍时，可作为2级精度使用。

51-8 第51篇 长度测量技术

表51·2-5 内径千分尺的测量范围和测微头的分度值

测 量 范 围	分 度 值
50~250, 50~600, 150~1400, 150~2000, 1000~3000, 1000~4000, 1000~5000	0.01

表51·2-6 内径千分尺的示值误差 (JB 1567-75)

尺 寸 范 围	示 值 误 差	尺 寸 范 围	示 值 误 差
由50~125	± 0.006	1250~1600	± 0.030
125~200	± 0.009	1600~2000	± 0.035
200~325	± 0.012	2000~2500	± 0.040
325~500	± 0.015	2500~3150	± 0.050
500~800	± 0.020	3150~4000	± 0.060
800~1250	± 0.025	4000~5000	± 0.070

表51·2-7 深度千分尺测量范围和示值误差

测 量 范 围	示 值 误 差
0~100 0~150	± 0.005

表51·2-8 各种千分尺的测量极限误差

量 具 名 称	尺 寸 范 围 mm							
	1~10	10~50	50~80	80~120	120~180	180~260	260~360	360~500
0 级千分尺	4.5	5.5	6	7	8	10	12	15
1 级千分尺	7	8	9	10	12	15	20	25
2 级千分尺	12	13	14	15	18	20	25	35
深度千分尺	14	16	18	22				
内径千分尺			18	20	22	25	30	35

表51·2-9 杠杆千分尺的测量范围和示值误差 (JB 1087-75)

测 量 范 围 mm	表 盘 分 度 值 μ	表 盘 示 值 误 差 μ	总 误 差 μ	杠 杆 机 构 的 示 值 变 化 μ
0~25, 25~50	1	± 10 格 内 ± 0.5 ± 10 格 外 ± 1.0	± 2	0.3
	2	± 10 格 内 ± 1.0 ± 10 格 外 ± 2.0	± 3	0.5

表51·2-10 杠杆卡规的测量范围和示值误差 (GL 27-62)

测 量 范 围	分 度 值	示 值 误 差
0~25, 25~50 50~75, 75~100	0.002	± 10 格 内 ± 0.001 ± 10 格 外 ± 0.002
100~125, 125~150	0.005	± 10 格 内 ± 0.0025 ± 10 格 外 ± 0.005

注：检验时先用量块调整到需要的尺寸，然后与工件尺寸相比较。

表51·2-11 百分表的测量范围和允许误差 (GB 1219-75)

测量范围 mm	精度 等级	示值误差 μ			任意1mm示值误差 μ	回程误差 μ	示值变化 μ	分度值 mm
		0~3mm	0~5mm	0~10mm				
0~3, 0~5, 0~10	0	9	11	14	6	4	3	0.01
	1	14	17	21	10	6	3	

表51·2-12 内径百分表的测孔深度和工作行程

规 格	10~18	18~35	35~50	50~100	100~160	160~250	250~450
活动测头工作行程	0.8	1.0	1.2	1.6	1.6	1.6	1.6
测孔深度Ⅰ型	≤70	≤80	≤90	≤100	≤150	≤200	≤250
测孔深度Ⅱ型	>130	>135	>150	>200	>300	>400	>500

表51·2-13 内径百分表的允许误差 (JB 1081-75)

 μ

尺寸范围 mm	示值误差	相邻误差①	定中心误差	示值变化
10~18	12	6		
18~35	15	6		
35~50	15	6	3	
>50	20	6		3

①指相邻 0.1mm 两点的误差之代数差。

表51·2-14 杠杆百分表的测量范围和允许误差 (JB 1568-75)

mm

测量范围	示 值 误 差		示值变化	分度值
	在任意0.1mm范围内	在整个测量范围内		
0~0.8	0.006	0.012	0.003	0.01

表51·2-15 千分表的测量范围和允许误差

(JB 1079-75)

测量范围 mm	精 度 等 级	分 度 值 mm	示 值 误 差			回程误差 μ	示值变化 μ
			全 长 内 μ	任 意 0.2mm 范 围 内 μ	任 意 0.5mm 范 围 内 μ		
0~1, 0~2	0	0.001	4	3		2	0.3
	1	0.001	6	4		2.5	0.5
		0.005	9		5	3	2

(2) 测微计 主要用于以相对法测量制件尺寸，也可将测微计头用作其它测量装置的指示仪表。它是一种杠杆式仪表，其结构示意图如图51·2-1所示。

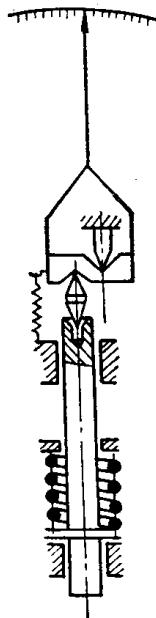


图51·2-1 杠杆式测微计结构示意图

表51·2-16 测微计的分度值和允许误差

(JJG 40-75) mm

分度值	0.01	0.005	0.002	0.001
示值范围	±0.3	±0.15	±0.06	±0.03
示值误差	±0.0025	±0.002	±0.001	±0.0005
示值变化	$\leq \frac{1}{4}$ 分度		$\leq \frac{1}{3}$ 分度	

(3) 杠杆齿轮比较仪 由杠杆齿轮传动机构把测量杆的直线位移变为指针角位移的量具。

表51·2-17 杠杆齿轮比较仪的示值范围和允许误差 (JB 1570-75)

示值范围 mm	级 别	示值误差 μ		示值变化 μ	回程误差 μ
		±30格内	±30格外		
大型 $\geq \pm 0.1$	0	±0.5	±0.1	0.3	0.5
小型 $\geq \pm 0.05$	1	±0.5	±0.1	0.5	1.0

表51·2-19 光学计的测量范围和允许误差

分度值 mm	示值范围 mm	示值误差 μ	最大测量范围 mm	
			立 式	卧式(平行导轨式)
0.001	±0.1	在 ±0.06mm 范围内为 ±0.2 在 ±0.06mm 范围外为 ±0.3	不装投影筒时 0~180 装投影筒时 0~120	外尺寸 0~450 内尺寸 13.5~300

注：光学管固定在支臂上时，示值变化不大于 0.1μ 。

(4) 扭簧比较仪 以特制的扭带作为感受元件的仪表。图51·2-2为其结构示意图。指针固定在扭带1的中央。当测量杆3上下移动时，扭带因受到伸缩而产生扭转，从而使指针回转。

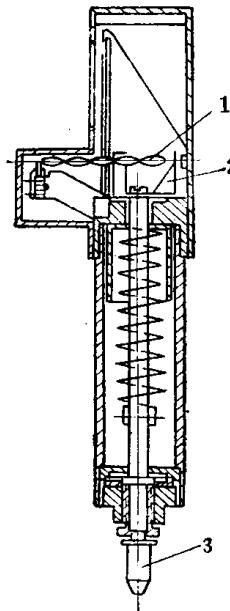


图51·2-2 扭簧比较仪结构示意图

表51·2-18 扭簧比较仪的技术指标

(JB 1571-75) mm

分度值	示值范围 ≥	示值误差	示值变化
0.001	±0.03	±0.0005	
0.0005	±0.015	±0.0003	
0.0002	±0.006	±0.0002	1/3刻度
0.0001	±0.003	±0.0001	

(5) 光学计 有立式与卧式两种。卧式光学计的工作台可沿纵向、横向及垂直方向移动，也可绕其垂直轴线和水平转线转动，以便把工件调整到需要位置。为了测量内外尺寸，可在光学管和顶针套上装两个专门弓形支架。