

现代心理学普及丛书

# 智力发展与 数学学习

林崇德 编著



科

# 智力发展与数学学习

林崇德 编著

人民教育出版社

1982

## 内 容 简 介

智力是什么？怎样开发学生的智力？智力发展与数学学习有什么关系？这些是心理科学、教育科学工作者渴望探索的奥秘。也是人们普遍感兴趣的问题。

本书作者具有近二十年大、中、小学的教学经验，他研究了大量国内外有关心理学资料和数学教学经验，并且作了提高数学能力和智力的实验，撰写了此书。

本书内容比较系统地介绍了智力的理论、组成、层次以及培养方法；阐述了数学运算过程中思维能力、智力品质和能力结构问题；分析了幼儿、中、小学生运算思维能力发展的年龄特征；探讨了提高数学教学质量的途径。可供中、小学教师、高等和中等师范院校的学生及从事教育科学研究者阅读、参考。

## 智力发展与数学学习

林崇德 编著

责任编辑 谢 诚

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

朝阳六六七厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1982年12月第一版 开本：787×1092 毫

1982年12月第一次印刷 印张：5 1/2

印数：1—45,000 字数：114,000

统一书号：13031·1968

本社书号：2674·13—11

定价：0.66 元

## 《现代心理学普及丛书》编委会名单

主 编：潘 菽

副主编：刘 范 伍棠棣 王 甦

编 委：万云英 车文博 任仁眉 孙应康

吴凤岗 李国榕 李燕贻 陆士杰

武连江 张世臣 张厚粲 张增杰

封根泉

# 目 录

第一章 智力的奥秘 .....	1
一 从心理现象谈起 .....	1
二 智力是什么 .....	3
三 智力与知识、技能的关系 .....	9
四 智力的测量 .....	10
第二章 智力发展的内外因素与数学学习 .....	14
一 制约智力发展的条件 .....	14
二 智力发展的动力与数学教学 .....	18
三 自觉能动性的发挥与智力发展 .....	21
四 数学是人类思维的体操 .....	25
第三章 思维能力在运算中发展 .....	28
一 数学学习与概括能力的发展 .....	28
二 数学学习与空间想象能力的发展 .....	33
三 数学学习与命题能力的发展 .....	38
四 数学学习与逻辑推理能力的发展 .....	43
第四章 运算中智力品质的差异及其培养 .....	53
一 运算中的敏捷性 .....	54
二 运算中的灵活性 .....	57
三 运算中的深刻性 .....	62
四 运算中的独创性 .....	67
第五章 运算思维的完整结构 .....	71
一 思维是一个整体结构 .....	71
二 数学整体性的修养 .....	76

三	思维的整体结构与理解力 .....	84
四	数学教学应从思维的整体性出发 .....	90
第六章	学龄前儿童运算思维能力与数学的早期教学 .....	94
一	0—7岁儿童数概念与运算能力的发展概况 .....	94
二	0—7岁儿童掌握数概念中思维活动水平的发展 .....	99
三	数学的早期教学 .....	102
四	早期数学教学的几点建议 .....	107
第七章	小学生数学学习与智力发展 .....	111
一	小学生的智力发展 .....	111
二	提高小学生解答应用题的能力 .....	118
三	“虫食算”的思维训练题 .....	124
四	小学数学教学应注意的几点 .....	131
第八章	中学生数学学习与智力发展 .....	135
一	中学生的智力发展 .....	135
二	重视智力成熟前的培养 .....	139
三	引进一些现代数学有助于中学生抽象思维的发展 .....	143
四	培养中学生数学自学能力 .....	147

后 记

# 第一章 智力的奥秘

随着科学技术和生产的发展，开发智力已成为越来越多的人所关心的课题。人们不难看到，人类所创造的一切财富，不管是物质的还是精神的，都是人类在实践中智慧活动的结晶。智力已经成为人类创造发明的主观能源和内在基础。因此人们越来越渴望探索它的奥秘。

其实，智力对大家说来并不陌生。日常话题里“聪明”与“笨”的说法，就是对一个人智力的评价。

智力问题，主要是心理学问题，同时也和一些别的学科（如认识论、遗传学、生理学、教育学、逻辑学等）有密切联系。因此，心理学家应当首先联系有关学科从理论上和实践上对这个问题进行探讨。探索智力的奥秘，必须要去揭露心理实质。

## 一 从心理现象谈起

智力是一种心理现象。要搞清智力问题，就必须首先弄明白什么是心理现象。其实，在日常生活中，我们对心理现象也十分熟悉。我们经常接触周围的事物，注意或记住某件事情，思考各种问题，想象未来的情景等等。这里的注意、记忆、思维、想象等都是心理现象，它们是人认识客观世界的心理活动，这叫做认识过程；我们在认识客观事物的同时，还会引起各种情绪体验，如喜、怒、哀、乐等等，这就是情感过程；我们在认识客观事物时，出于某种需要而

提出目标，制定计划，克服困难，直至完成任务，在这一行动过程中也就包含着意志过程。人的这些认识过程、情感过程和意志过程，都有一个产生、发展和完成的过程，统称为心理过程。

一个人在社会生活条件和教育的影响下，会形成心理活动上的某些比较固定的特征。例如，有的人活泼热情，有的人安静沉默；有的人爱好文学，有的人感兴趣于数、理、化；有的人坚强勇敢，有的人怯懦畏缩；这些是气质、倾向、性格、能力的特征，通常叫做个性的心理特征。

人在实践活动中，不仅有各种心理过程，而且还表现出各人不同的特征。心理过程和个性心理特征是不可分割地统一在人的活动之中的。个性心理特征通过心理过程而形成，并在心理过程中得到表现，而它又制约着心理过程。人的整个心理现象，就是指人的心理过程和个性的心理特征而言。

虽然心理现象人们都很熟悉，但要正确解释它，却不是一件很容易的事。只有在马克思主义哲学的指导下，人们才能够科学地理解心理现象。辩证唯物主义认为，心理现象是脑的机能，是对客观现实的反映。所谓心理是脑的机能，就是说，人脑是心理活动的器官，没有脑，就没有心理活动，脑受了损伤，心理活动就受到了严重的破坏，即使有完好的耳目，也可以变成全聋和全瞎的人。心理是客观现实的反映，就是说，客观现实是心理的源泉。如果没有客观世界，就没有客观现实的印象，也就没有人的心理。心理来源于客观现实，反映客观现实，但是人的心理的反映是一种能动的反映。人的反映活动是人在社会实践中，在人的言语参与下进行的，因此人的心理、意识具有社会性和自觉能动性。心理、意识一旦形成之后，就能在人的活动中起调节、定向作用。人们根据对于客观现实的认识，通过自己的实践



活动去改造客观现实。因此，可以说，人的心理在实践中产生，同时又反作用于实践。

总之，人的心理活动，就其产生方式来说，是客观事物作用于人大脑活动，高级神经活动；就其内容来说，是作用于人的客观现实的反映。

智力活动，就是心理活动的一种。

## 二 智力是什么

所谓智力，简单地说，就是一个人的各种心理能力或认识能力的总和，即智慧力量的总和。人的智力是千差万别的，从这个意义上说，智力又是人的个性心理特征。但它和气质、性格这些特征不一样，智力是偏于认识方面的个性心理特征。智力之所以引人注目，正是因为它是顺利地、成功地完成某些活动的心理前提。

### (一) 智力的组成

智力的构成是一个完整的结构。它是由哪些成分组成的呢？一般说来，它包括：感知能力、记忆能力、想象能力和逻辑思惟能力。

感知能力。我们平时眼睛看到的红、黄、蓝、白、黑等颜色，耳朵听到的高低、强弱不同的声音，身体接触到的冷、热、痛、痒的感受，舌头尝到的甜、酸、苦、辣等味道，鼻子嗅到的香、臭、霉、腥等气味，这些都是人脑对事物的某些个别属性的反映，叫做感觉。我们纵观自然，或万里晴空，或乌云密布；或波涛起伏，或风平浪静；或风景如画，或一叶孤舟，这每一种情况，都是人脑产生的对这些事

物的整体的反映，这便是知觉。感觉、知觉有个能力问题，如视觉能力、听觉能力、运动觉能力等等，特别是观察力，即一种有意识的、有计划的、持久的知觉活动能力，它是智力的一部分。感知能力因人而异。人们同样看一块布，有着不同辨认色变的能力；同样听一次音乐，反映着不同的听觉能力。在这些感觉和知觉的过程中，显示出不同人的“聪明”与“笨”来。

记忆能力。什么是记忆？记忆是我们对过去感知过或经验中发生过的事物的重新认知或者再现。记忆的内容很广，归纳一下不外乎四种：游览过颐和园之后，可以回想起万寿山的形象，这是表象的记忆；阅读一本书后，对于抽象的概念、公式和内容的记忆，这是语词概念的记忆；回忆某个激动的情景感到兴奋和鼓舞，这是情绪的记忆；今年学会了游泳，明年下水时仍十分熟练，这是运动记忆。记忆能力的个别差异也是很大的，例如识记方法不一样，再认能力与回忆能力也不一样，记性有好有坏，象记忆的快慢，记忆的持久与牢固，记忆的正确程度都因人而异。甲、乙两个人初次见面后，隔数月重逢，可能甲一眼就认出了乙，乙却想不起甲是谁了；同看一部小说，有人可以头头是道地给别人讲述故事情节，有人可能连主人翁的名字都忘了。这里，记忆能力的好坏，显示出因人而异的“聪明”与“笨”来。

想象能力。我们不但能够回忆起过去感知过的事物的形象，而且具有过去从未感知过的事物的形象。这就是在客观事物的影响下，在语言的调节下，人脑中已有的形象经过改造和结合而产生新形象的心理过程，这个过程就是想象过程。例如，少年儿童都爱听《西游记》的故事，都喜欢孙悟空。孙悟空就是“想象”中的人物。想象能力对人的实践活动起着重要作用，如果没有想象，人就不可能有所创新，

不可能有任何的预见。人与人之间想象力也存在着差异，创造性的程度不一样，空间想象力不一样，现实性与预见程度也不一样。比如说搞技术革新吧，有人善于利用原有机器设备，经过改造和革新而产生出新的机器来；有人则按部就班，不动脑筋，自然就不可能有什么革新与创造。这里就有不同的想象能力，显示出在革新中的“聪明”与“笨”来。

**逻辑思惟能力。**思惟是人脑对事物本质和事物间规律性关系的反映，它以感知、记忆为基础，以已有知识为中介，借助于言语而实现。思惟属于理性认识，是智力的核心部分。平时我们说一个人的智力好坏，主要是指思惟能力的高低。诸如分析能力、综合能力、命题判断能力、逻辑推理能力等等都是逻辑思惟能力的表现。人类认识客观事物、学习基本知识、掌握基本规律、进行创造发明，都离不开思惟能力；通过教学如何使下一代在短时间内接受前人的认识成果，避免重复历史的认识过程的漫长道路，也离不开逻辑思惟能力。各人的思惟能力是不一样的，如在学校里，同一个班的学生，同做几道数学习题，有的概念明确、判断正确、推理清晰；有的概念含混，判断错误、推理模糊。不同的思惟能力，显示出不同学生的“聪明”与“笨”来。

综上所述，感知能力、记忆能力、想象能力和逻辑思惟能力，组成了人的认识能力，各种认识能力的整体结构，就是智力。

智力整体结构的各个成分的发展，是有一个过程的。婴儿出生之后，经过乳、婴儿期、幼儿期……直到青年初期（高中）。他们的智力水平经历了从无意识到有意识，从外部动作到内部的思惟活动的变化。这在心理学叫做“内化”过程。儿童最初的思惟是依靠直观与外部的动作，逐步地发展到依靠具体形象、表象加以思考；然后，具体形象、表象成

分一点点减少，逻辑抽象成分一点点增加，逐步地发展到运用语词概念、判断、推理的抽象逻辑思维。思惟的发展，使感知、记忆和想象的有意性不断地提高，观察力、有意记忆与理解记忆力、创造想象力也随之提高。智力的发展，既存在着年龄特征，又因人而异表现出个体差别。做父母的都希望自己的孩子智慧出众，当教师的也希望通过自己的劳动，培养出聪明能干的学生；整个社会更要求人才辈出，创新向前，那么就让我们从组成智力的诸因素方面下功夫，发展、提高各种能力和才能吧！

## （二） 智力的层次

智力不但由多方面的因素组成，而且也有不同的层次。

智力在全人口中表现为从低到高的趋势，两头小，中间大。在北京、上海等地调查中发现，智力发育很差的，所谓低常的儿童约占千分之三左右，这是一个不小的数字，是有关国家建设，特别是人口素质上一个值得注意的问题。智力发育超常的（即所谓天才），也是少数。所谓超常或天才，“无非是聪明一点”，即组成智力的几个方面的能力，或才能的高度综合发展，或在某个因素上表现异常突出。它是在一定物质和精神条件下形成的，古今中外都有这样一些人物。这并不神秘。除去低常与超常的两个层次之外，大多数则是正常的层次。用统计学上的术语说，叫做“常态分配”，就是一个两头小，中间大的曲线。

如何确定一个人的智力是正常还是超常或是低常的呢？这主要由智力品质来确定。智力品质是智力活动中，特别是思惟活动中智力特点在个体身上的表现。它有不少分类的办法，一般地说，智力品质包括敏捷性、灵活性、深刻性和独

创性等四个方面。

敏捷性是指智力活动的速度，它反映了智慧能力敏锐程度。超常智力的人，在思考问题时敏捷，反应速度快；低常智力的人，往往迟钝，反应缓慢；正常智力的人则处于一般的速度。

灵活性是指智力活动的灵活程度，它反映了智慧能力的“迁移”，如我们平时说的“应用自如”。灵活性强的人，智力方向灵活，善于从不同的角度与方面起步思考问题，从分析到综合，从综合到分析，灵活地作“综合性的分析”，即较全面的分析、思考问题，解决问题。

深刻性是指智力活动的逻辑性，以及智力活动的广度、深度和难度，它表现为在智力活动中深入思考问题，善于概括归类，逻辑抽象性强；善于抓住事物的本质和规律，开展系统的理性活动；善于预见事物的发展进程。超常智力的人概括或抽象能力高，低常智力的人往往只是停留在直观水平上。

独创性是指智力活动的创造精神。在实践中，除善于发现问题，思考问题外，更重要的是要创造性地解决问题。人类在发展，科学在发展，科学成就的获得靠什么，爱迪生一生中完成数以千计的发明，当初既无设备，又无资料，却作出辉煌的成就。成就的获得，要靠他独创地解决问题的智力品质。这是一个比较高级的智力品质，古往今来的发明家、科学家，都具有这种智力品质。培养青少年具有独创性的智力品质是极其重要的。

智力品质的四个方面正是判断智力层次，确定一个人智力是正常、超常或是低常的主要指标。

### (三) 一般智力与特殊智力的关系

智力可分为一般智力和特殊智力两种。

上述感知能力、记忆能力、想象能力、思维能力都是属于一般智力。这些能力是人完成一切活动都需要的，同时，在各个不同的年龄阶段表现出不同的智力的特点。国内外的心理学家通过实验证明：0—2岁以直觉行动思维为主要形式；2—7岁以具体形象思维为主要形式；小学时期从具体形象思维占优势逐步过渡到以抽象逻辑思维占优势；初中（少年）期是经验型的抽象思维，即以抽象思维为主，但需要具体经验作支柱；高中（青年初期）阶段是理论型的抽象思维，即基本成熟和定型。

特殊智力是通过对其某一方面的能力加以训练后达到高度发展的能力。例如画家的色彩鉴别能力，音乐家的曲调感能力、听觉表象能力和节奏感能力，文学家在其作品创作活动中也有专门的能力等等。这些能力乃是在完成某种特殊活动中才需要。

一般智力和特殊智力是一种辩证的关系，两者相辅相成，互相促进。智力作为人的各种能力的总和，带有普遍性，感知观察力、记忆力、想象力和思维力等都是人们普遍存在的一般智力；但是，智力又作为偏向于认识方面的个性特征，它必然存在着明显的个性差异，表现出因人而异的特殊能力，例如音乐家的音乐听觉能力，有经验的厨师对食物的味觉、嗅觉能力高度发展，熟练的染色工人能辨别一般人不能辨别的某些颜色的色度。某一方面的智力发展的确与某一方面的特殊训练有关，但任何特殊训练的成功又都离不开一般的智力及其品质。要顺利地从事某种实践活动，必须既具有比较一般的智力，又具有比较特殊的智力。无怪科技领域常常出现一行精通，几行皆通的科学家与技术革新能手。这里，既有知识的内在联系问题，又有智力之间的互相迁移问题，一般智力与特殊智力之间的互相关联问题。因此无论是培养一

般的智力，还是特殊的智力，都具有同样重要的意义。

### 三 智力与知识、技能的关系

中、小学各科教学，十分强调培养学生的基本知识和基本技能，并把这“双基”作为学校教学的重要任务。

什么是知识与技能呢？从心理学的观点来说，知识是人类社会历史经验的总结，它以思想内容的形式为人所掌握；技能是操作技术，它以行动方式的形式为人所掌握，不管是动作的技能，如写字、体操等，也不管是智慧活动的技能，如作文、计算等，都是操作技术。技能达到完善的阶段，其中活动的基本成分已经自动化，这叫做技巧，如掌握了游泳、骑自行车等技巧。

知识、技能与智力有着密切的关系。知识、技能不是智力，不是一种个性的心理特征，知识、技能的高低，并不意味着一个人智力的高低。例如，学生参加某种测验，同样获得100分，有的花费了很多时间，有的可能花费很少时间；有的凭死记硬背，有的可能是凭“小聪明”。因此，对智力的鉴定决不能单纯地局限于对知识的检查上。但知识、技能与智力是相辅相成的。智力的发展是在掌握和运用知识、技能的过程中完成的，离开学习与训练，什么事情都不做，什么实践活动都不参加的人，他的智力是得不到发展的；同时，智力在一定程度上又决定着知识、技能可能取得的成就。例如，在经常练习写作的过程中，经常运用思维能力，于是思维能力得到了发展，脑越用越灵活，分析、综合、判断、推理等能力越来越强了；思维能力的增强，又有利于更快地掌握写作的技能。

中、小学的教学（也包括幼儿园的“教学”），要在不

断提高基本知识、基本技能的基础上,发展学生的智力,同时又在发展他们智力的条件下,进一步促使“双基”的提高。提高“双基”是发展智力的基础,发展智力是提高“双基”的目的。“双基”和智力是统一在完整的教学过程中的。

我国著名的心理学家朱智贤教授谈到少年儿童心理发展规律时认为:“从教育措施到儿童心理发展,这里面是以儿童对教育内容的领会或掌握为中间环节的,是要经过一定量变质变过程的”。可见,通过教学,向学生传授知识是重要的,但这只是使学生思维能力、智力发展的量变过程,它是一个中间环节,不是最终的目的;重要的是思维能力、智力本身的发展,这是质变过程,才是真正的终结。

发展学生的智力,不是高不可攀的,但也不能一蹴而就,需要在课堂教学、作业指导、预习、复习、考试、实验,以及课外活动等整个教学过程中,有目的、有计划地加以培养与训练。为了说明知识、技能与智力的关系,不妨在此举个简单的例子。一名初一学生问老师:“ $\frac{2}{3}$ 的 $\frac{1}{3}$ 等于多少?”老师没有正面回答,而是反问学生:“3的 $\frac{1}{3}$ 是多少?”答:“是1”,又问:“怎么得来的?”学生说:“3乘 $\frac{1}{3}$ 。”老师递次问:“6的 $\frac{1}{3}$ , 9的 $\frac{1}{3}$ , x的 $\frac{1}{3}$ 是多少?”学生一一作了回答。“那么 $\frac{2}{3}$ 的 $\frac{1}{3}$ 是多少?”学生一拍脑袋,“噢,明白了。”这个小小的例子可以粗略地说明在教学中传授知识与培养智力之间的关系。

#### 四 智力的测量

关于如何鉴别一个人的智力,也是大家所关心的。下面先来介绍一下智力测验。



法国有两位心理学家，一位叫比纳 (A. Binet)，一位叫西蒙 (T. Simon)，他俩于1905年第一次设计了一套智力测验，用来测量儿童的智力水平，称谓比纳-西蒙量表。比纳-西蒙测验引起了广泛的研究，其中最重要的是美国斯坦福大学的特曼 (L. M. Terman)，特曼于1916年把比纳-西蒙测验结合美国的实际加以修订，称谓斯坦福-比纳量表。这个量表在大量美国人口的研究中，已作为智力测验的标准。按照标准化程序编制的要求，每一个条目都可以列入作为某一年龄的测验，成为这一年龄的指标。当测量一个儿童时，他所得的分数是以他通过的条目为依据的，因此他的分数可以用年龄来表示。例如，按斯坦福-比纳量表的测验，从7岁至13岁，每个年龄都有6个条目，每个条目代表2个月的智力。如果一个10岁的儿童通过了10岁以前的全部条目，还通过11岁的两个条目（代表4个月），12岁的一个条目（代表2个月），他的智力就达到10岁6个月，也就是说，10岁6个月是他的智力年龄。智力年龄则标示了同龄儿童之间存在的智力差异的事实。为了说明儿童智力年龄 (MA) 与实际年龄 (CA) 之间的关系，采用了智力商数 (IQ) 的计算方法。公式为：

$$IQ = \frac{MA}{CA} \times 100$$

上述例子的儿童实际年龄10岁，智力年龄10岁6个月 (10.5岁)，智商  $IQ = \frac{10.5}{10} \times 100 = 105$ 。

我国心理学家陆志韦、吴天敏曾对比纳-西蒙量表加以修订，提出按智力比例对人进行分类的标准，智商在90—110者为智力水平适中的人，智商在140以上者，为才智出众的人，智商在70以下者为低能的人。

继比纳-西蒙测验之后，应用最广的智力测验之一是美国