



TS方案

同步学典

一年级 初中数学 上学期

期中期末考试、重点初高中招生考试、高考、各类竞赛、语言表达与习作等是教学过程的重要标靶。我们历时六年调研所形成的媒体标靶教学方案——“TS方案”，正是为了帮助学生们在短时间内最准最好地点击这些标靶。

新疆青少年出版社



TS 方案

TONG BU XUE DIAN

同步学典

初中数学
一年级上学期

学科主编: 沈 俊
本册主编: 朱宝莲
本册编写: 王文伟

陈彩云 严正香

新疆青少年出版社



图书在版编目(CIP)数据

同步学典系列,初中一年级语文、数学、英语/孟凡洲主编

乌鲁木齐:新疆青少年出版社,2002.5

(TS方案)

ISBN 7-5371-4173-8/G·1950

I. 同…… II. 孟…… III. 课程—初中—教学参考资料

IV. G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 033803 号

书 名:TS 方案—同步学典

初中数学一年级·上学期

总 策 划:野象工作室

总 主 编:孟凡洲

责任编辑:张红宇 郭逢辉

责任校对:刘 辉 常忠山

本册主编:朱宝莲

出 版:新疆青少年出版社

(乌鲁木齐市胜利路 100 号 邮编:830001)

经 销:重庆新华书店(集团)图书批发分公司

(电话:023-68416128、68422209)

印 刷:武汉市新华印刷有限责任公司

开 本:880×1230 1/32 开本 **印张:**9.5

印 数:1-10000 册 **字数:**355 千字

版 次:2002 年 6 月第 1 版 **印次:**2002 年 6 月第 1 次印刷

初中一年级(上、下)总定价:58.80 元 本册定价:9.80 元

如有印装质量问题,请直接与印刷厂联系调换

版权所有 翻印必究

本书封面均采用特殊布纹铜版纸印制

何为“TS”方案

“TS”中文代表着提升，英文意思是天才的学校、三步、教学的标靶、考试。

为什么各类培优班如火如荼，名师作文班门庭若市；为什么假期备考班令行禁不止；为什么很多学校违规分重点班非重点班……我们在调研这些现象时得出一个与一线教师同样的结论：标靶教学是广大师生所欢迎的。

所谓标靶教学，是指在教学的短期、中期或长期过程中，确定各阶段、各过程的明确教学目标，然后通过一系列教与学方法的实施与过程控制，使受教主体达到目标的过程。比如：识字、心算、写作、考试、竞赛、提高素质等等，是教学过程中各类层次的标靶，围绕这些标靶，就有了课堂识字教育，课堂综合教育，还有课堂教育满足不了的作文班、竞赛班，备考重点学校的重点班等等。所以既要提高素质，又要考出好成绩，仅靠常规教育还不够，名校的经验是必须实施标靶教育。标靶教育有以下三大特性：一是明确的针对性；二是严格的规范性；三是即时的功能性。因此，素质教育与应试教育的矛盾，被很多名校依据标靶教育化解了。

“TS”方案，是以提升学生素质为目的，以标靶教育为手段，以实现教学的各项功能为标志的教学方案。我们历时五年努力总结上百所全国名校的成功教学经验，以标靶教育理论统帅湖北武汉、黄冈、天门，湖南长沙，江苏启东，北京海淀等地的120余位特高级教师，针对教、学、练、考、写、赛等教学功能的需要，编写成集标靶教育精髓之大成的《TS方案》，我们希望《TS方案》能够帮助全国师生共享标靶教育的资源，很好地将常规教育与标靶教育结合起来，既坚持素质教育的改革，又能在各类考试、竞赛中获得最好的成绩。

《TS方案——同步学典》集学习方法与训练方法于一体，把教科书涉及到的知识点与实际应用相联系，真正做到了学生在学、练、考、写、赛等诸多环节中步步跟进，各个突破。

出版者附记

一、《TS 方案——同步学典》编委会(初中部分)

总策划:野象工作室

总主编:孟凡洲

主 编:钱吉林

编 委:(排名不分先后)

戴之龙	王 颖	王东云	周刻奎	侯绍斌	李芙蓉
张爱娥	陆旭莉	张珍芝	万 钧	戴荆兰	彭开云
刘 丹	刘少雷	郑秀莲	周德旗	郭金凤	叶艳平
邝培祥	刘 毅	李 峰	熊 英	雷 静	韩书田
杜中汴	熊 伟	吴荣荣	侯亚红	余 方	方大荣
江巧珍	陈 红	陶家胜	朱宝莲	王文伟	陈彩云
严正香	胡瑞雯	蔡万荣	高文昭	沈 俊	喻先墨
严冬兵	钟颖刚	黄 旋	徐绪森	刘鹤林	肖 静
韩宝翠	李继平	张晓文	徐敬富	陈元银	阮建红
李启红	刘全文	童望明	黄传秀	张善林	陈三军
高茜莉	丁美玲	黄琦丽	宁彩云	钱吉林	

二、本丛书虽经编委会认真组织,严格编校,但肯定有疏漏之处。

欢迎读者提出宝贵意见与建议,以便我们把丛书编写得更好。

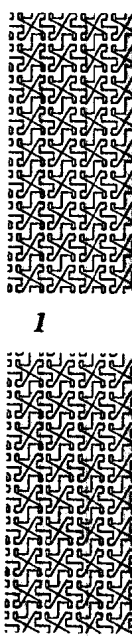
三、邮购预订须知:请读者到当地新华书店订购本套书。如有急需,也可邮购,联系地址:武汉市 74880078 号邮政信箱 邮编:430000 电话:027-87882292 邮购 50 册以内,请按图书总定价加 15% 的邮挂费汇款。超过 50 册,可享受不同程度的折扣优惠。

四、本书封面均采用布纹铜版纸印刷,欢迎读者向我们提供打击盗版的信息,一经查实,我们将给举报者以重奖。

新疆青少年出版社

目 录

第一章 代数初步知识	(1)
1.1 代数式	(1)
1.2 列代数式	(11)
1.3 代数式的值	(19)
1.4 公式	(24)
1.5 简易方程	(32)
单元综合	(43)
第二章 有理数	(53)
一 有理数的意义	(53)
2.1 正数与负数	(53)
2.2 数轴	(63)
2.3 相反数	(73)
2.4 绝对值	(77)
二 有理数的运算	(84)
2.5 有理数的加法	(84)
2.6 有理数的减法	(91)
2.7 有理数的加减混合运算	(97)
2.8 有理数的乘法	(103)
2.9 有理数的除法	(110)
2.10 有理数的乘方	(115)
2.11 有理数的混合运算	(121)
2.12 近似数与有效数字	(127)
2.13 用计算器进行数的简单计算	(132)



单元综合	(137)
第三章 整式的加减	(145)
3.1 整式	(145)
3.2 同类项	(153)
3.3 去括号与添括号	(161)
3.4 整式的加减	(169)
单元综合	(177)
第四章 一元一次方程	(186)
一 等式和方程	(186)
4.1 等式和它的性质	(186)
4.2 方程和它的解	(193)
二 一元一次方程的解法和应用	(202)
4.3 一元一次方程和它的解法	(202)
4.4 一元一次方程的应用	(215)
单元综合	(241)
期末考试卷	(251)
附录一 课本难题解析	(256)
附录二 本书习题答案	(265)

第一章 代数初步知识

教学目标

1. 理解字母可以表示我们学过的任何数,并初步了解用字母表示数的优越性.
2. 初步认识代数式,会列代数式表示简单的数量关系,会求代数式的值.
3. 学会运用公式解比较简单的实际问题,并对简单公式的导出方法有一个初步的认识.
4. 学会用代数常规方法解简易方程,并能利用简易方程解简单的应用题.
5. 通过本章围绕用字母表示数所讲述的代数式、公式、简易方程等有关知识,初步了解抽象概括的思维方法和特殊与一般的辩证关系.

实践链接

1. 会用代数式表达生活中的经济问题,比如利息、打折、增长率等问题.
2. 会用简单公式计算生产中的土地面积、工件的面积和体积等.
3. 会计算生活中简单的运输问题、分工问题、行程问题、工程问题等.

科目链接

1. 物理、化学、生物、经济学、农业、人口学等都要用公式,只要有公式的科目,都会用到本章的知识.
2. 物理中比如 $s = vt$ 、 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 等都会用到求值、解简易方程等.
3. 化学中的浓度计算、配比等问题与本章知识密切相关.

1.1 代数式

☆☆☆学与练☆☆☆

学习目标

1. 重点:理解字母可以表示任何数,掌握代数式的读法和书写格式.
2. 难点:用代数式表示简单的数量关系.
3. 关键点:式变句,即会说出代数式的意义.

知识点题解

→1. 代数式的识别

解析 (1)代数式是指用基本运算符号(如加、减、乘、除等)把数和表示数的字母连接而成的式子. 单独一个字母或一个数也看做一个代数式.

(2)出现了等号、不等号的式子不是代数式.

例 1 下列各小题中是代数式的有().

- (1) $a+b=b+a$; (2)0.01; (3) $25+4$; (4) $\frac{y+1}{x}$; (5) $3x=x-1$;
(6) a 的3倍; (7) $3<5$; (8)0; (9) $C=2\pi R$; (10) $x-(y-1)$

A. 4个 B. 5个 C. 6个 D. 7个

分析: 先排除4个包括了等号与不等号的式子, 它们是(1)、(5)、(7)、(9), (6)是用话叙述的, 也不是代数式, 其它五个都是代数式.

解: 选 B.

说明: 单独一个数0是代数式; $25+4$ 也是代数式, 它是用运算符号连接的

2 数与数.

→2. 代数式的书写原则

解析 代数式的书写格式要注意以下几点:

(1) 数与字母相乘时, 可省略乘号, 且数字要写在字母的前面, 比如 $4 \times a$ 或 $a \times 4$, 都一律写成 $4a$, 再比如 $2 \times (a-b)$ 或 $(a-b) \times 2$ 都写成 $2(a-b)$.

(2) 字母与字母相乘时, 省略乘号, 比如 $v \times t$ 写成 vt .

(3) 在代数式中出现除法时, 用分数线代替除号, 比如 $x \div (y-2)$ 写成 $\frac{x}{y-2}$.

(4) 带分数与字母相乘时, 把带分数化成假分数, 比如 a 的 $2\frac{1}{3}$ 倍, 写成 $\frac{7}{3}a$, 不写成 $2\frac{1}{3}a$.

(5) 一些涉及单位的实际问题, 如果运算结果是积或商时, 可直接写单位, 比如 $2n$ 米或 $\frac{3}{n}$ 米等. 如果运算结果是加或减时, 要先加括号, 再写单位, 比如 $(a+5)$ 米, 不能写成 $a+5$ 米或 a 米 $+5$ 米.

例 2 下面变形错误的个数是().

$$(1) (x+y) \times 2 = 2(x+y); \quad (2) a+y \div b = \frac{a+y}{b};$$

$$(3) x \div y = \frac{y}{x}; \quad (4) (a-b) \div 3 = \frac{1}{3}(a-b);$$

$$(5) a \times 8 \frac{2}{3} = 8 \frac{2}{3} a; \quad (6) a \div b - c \times 4 = 4(\frac{a}{b} - c)$$

A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

分析: (1)对. (2)错. $a+y \div b = a + \frac{y}{b}$. (3)错. $x \div y = \frac{x}{y}$. (4)对. (5)错. $a \times 8 \frac{2}{3} = \frac{26}{3}a$. (6)错. $a \div b - c \times 4 = \frac{a}{b} - 4c$.

解: 选 C.

例 3 (1) 父亲今年是 n 岁, 儿子的年龄比父亲年龄的一半大 1 岁, 5 年后, 父亲的年龄是 _____, 儿子的年龄是 _____;

(2) 某厂第一个月生产 a 件产品, 第二个月增产 10%, 那么第二个月生产 _____, 两个月共生产 _____;

(3) 某车送学生出去春游, 前两小时, 每小时走 a 千米, 后来车速每小时增加了 1 千米, 共花三个半小时到达目的地 A, 那么从学校到 A 地的距离是 _____.

分析: (1) 先算父亲五年后年龄为 $(n+5)$ 岁, 再看儿子年龄, 应当先把儿子今年多少岁算出来, 用代数式表示为 $\frac{n}{2} + 1$, 5 年后为 $(\frac{n}{2} + 6)$ 岁.

(2) 第二月产量 = 第一月产量 $\times (1 + \text{增产率})$. 求出第二月产量就可求两个月的总产量了.

(3) 前两小时, 车速为 a 千米/时, 后一个半小时车速为 $(a+1)$ 千米/时, 然后再用 $s=vt$ 算出距离.

解: (1) $(n+5)$ 岁, $\frac{n}{2} + 6$ 岁.

(2) $a(1+10\%)$ 件, $[a+a(1+10\%)]$ 件.

(3) $3.5a + 1.5$ 千米.

► 3. 叙述代数式的意义

解析 (1) 给一个代数式, 把它正确地读出来, 就是叙述代数式的意义, 简称为“式变句”.

(2) “式变句”要注意以下几点:

① 加、减、乘、除运算按运算顺序读, 比如 $2a+3$ 读成 $2a$ 加 3, $2a-8$ 读成 $2a$ 减去 8, $\frac{x}{y}$ 读成 x 除以 y , ab 读成 a 乘 b .

② 不含括号的代数式从左到右按运算顺序读,比如 $a + b^2 - c$ 读成 a 加 b 的平方再减去 c .

③ 含括号的应该把括号里的代数式看成一个整体,按运算结果来读,比如 $c(a + b)$ 读成 c 乘以 a 加 b 的和,也可把括号读出来,读成 c 乘以括号 a 加 b .

④ 含分数线的代数式,读时应当把分子与分母看成一个整体,比如 $\frac{a+b}{2c}$ 读成 a 加 b 的和除以 $2c$.

⑤ 加、减、乘、除运算的结果,有时也可叙述为谁与谁的和、差、积、商,比如 $a + b$ 可说成 a 与 b 之和, $\frac{2b}{3a}$ 说成 $2b$ 与 $3a$ 之商等等. 特别 $\frac{1}{x}$ 可以说成 1 与 x 的商,也可说成 x 的倒数.

⑥ 要弄清含平方的代数式的几种区别: $a^2 + b^2$ 读成 a 、 b 的平方和; $(a + b)^2$ 读成 a 、 b 的和平方的平方; $a^2 - b^2$ 读成 a 、 b 的平方差; $(a - b)^2$ 读成 a 、 b 的差的平方.

⑦ 同一个代数式可以有多种正确的叙述法,比如 $5a + 3b$, 可以读成 $5a$ 加 $3b$, 也可读成 $5a$ 与 $3b$ 的和, 也可读成 a 的 5 倍与 b 的 3 倍的和等.

例 4 用线连接代数式与其相应表示的意义

(1) $3x - y$

(A) b 减去 1 再除以 a

(2) $\frac{1}{2}x^2 + y^2$

(B) b 除以 a 的商与 1 的差

(3) $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$

(C) b 除以 a 的商与 a 除以 b 的商的和

(4) $\frac{a+b}{x-1}$

(D) x 与 y 差的一半的平方

(5) $(2x + y)^2$

(E) x 与 y 的平方差的一半

(6) $(2x)^2 + y^2$

(F) a 与 b 的和除以 x 与 1 的差的商

(7) $\frac{b}{a} - 1$

(G) x 的两倍的平方与 y 的平方和

(8) $\frac{b-1}{a}$

(H) $3x$ 减去 y

(9) $\left(\frac{x-y}{2}\right)^2$

(I) x 的平方的一半与 y 的平方的和

(10) $\frac{1}{2}(x^2 - y^2)$

(J) x 的 2 倍与 y 的和平方的平方

分析:分步找,先找(1),由于是 $3x - y$,因此没有 x, y 的叙述句都不看,顺次下来,发现(H)是对的,就连线,依次看下去即可.

解:(1)一(H), (2)一(I), (3)一(C), (4)一(F), (5)一(J), (6)一(G), (7)一(B), (8)一(A), (9)一(D), (10)一(E).

综合方法题解

→1. 引入字母的优越性

解析 (1) 在古希腊丢番图(Diophantus)的手记中就有了希腊字母加上标来表示未知数,古代中国是用“位置模式”来表示一个或多个未知数,但目前惯用表示法应当归功于法国数学家笛卡儿(R. Descartes 1596年~1650年),他在1637年的几何书中介绍了用前面的字母 a, b, c 等表示已知数,用后面的字母 x, y, z 等表示未知数.

(2) 引入字母可简化计算(见例5).

(3) 引入字母可使人们从特殊到一般,得到许多定理、公式.

例5 计算 $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$.

(少年数学邀请赛试题)

分析:式中有4处出现 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$,有2处出现 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$,若把它们分别用字母代替,可使问题简化,从而较快地得到结果.

解:令 $a = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$,那么 $a - b = 1$,所以

$$\begin{aligned} \text{原式} &= a\left(b + \frac{1}{5}\right) - \left(a + \frac{1}{5}\right)b \\ &= ab + \frac{1}{5}a - ab - \frac{1}{5}b \quad (\text{分配律}) \\ &= \frac{1}{5}a - \frac{1}{5}b \quad (\text{交换律}) \\ &= \frac{1}{5}(a - b) \quad (\text{结合律}) \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

说明:如果不用字母,一步一步通分相加,计算积,再求差,就要麻烦得多,本題用字母代替数,计算简便多了,这就是字母表示数的优越性.

例6 某商店买进一种商品,出售时要在进价基础上加一个利润,销售量 x 与售价的关系如下表:

第一章 代数初步知识

销售数量 x (千克)	价格 C (元)
1	$10.5 + 1.5$
2	$21 + 3$
3	$31.5 + 4.5$
.....	

问:(1) 购买 15 千克, 售价为多少元? 利润为多少元?

(2) 购买 x 千克, 售价 C 为多少? 利润为多少?

分析: 从表看出 1 千克商品, 进价为 10.5 元, 利润为 1.5 元, 销售单价是 12 元/千克, 再利用公式: 售价 = 单价 $\times$ 销售量

解:(1) 购买 15 千克, 售价 = $12 \times 15 = 180$ (元).

利润 = $1.5 \times 15 = 22.5$ (元)

(2) $C = 12x$ (元) ① 设 P 为利润, 则 $P = 1.5x$ (元) ②

答:(1) 购买 15 千克商品的售价为 180 元, 其中利润为 22.5 元.

(2) 购买 x 千克商品的售价为 $12x$ 元, 其中利润为 $1.5x$ 元.

说明:(1) 用字母可以表达售价与销售量 x 之间的关系如①式, 这样买卖双方使用都方便, 商品的利润由公式②表述, 使店主便于经营管理, 这就是字母的又一优越性.

(2) 用字母还可表述数学计算的运算律, 比如加法交换律: $a + b = b + a$, 分配律 $a(b + c) = ab + ac$ 等等.

►2. 已知条件为字母的简单应用问题

解析 解这类问题的步骤是:(1) 把已知字母看成常数;(2) 根据问题本身的规律公式, 用代数式表述其它要求的量.

例 7 一个两位数, 个位上的数字是 a , 十位上的数字比个位上的数字的 $\frac{3}{4}$ 倍小 1, 试用代数式表示十位数字和这个两位数.

分析: 先利用已知关系写出十位数字, 再由 $10 \times (\text{十位数字}) + (\text{个位数字}) = \text{此两位数}$, 可得.

解: 设十位数字是 b , 那么 $b = \frac{3}{4}a - 1$.

此两位数为: $10(\frac{3}{4}a - 1) + a = \frac{15}{2}a - 10 + a = \frac{17}{2}a - 10$.

典型考例

例 8 用语言叙述代数式 $a^2 - b^2$, 正确的语言是()

- A. a, b 两数的平方差 B. a 与 b 的差的平方
C. a 与 b 的平方的差 D. b, a 两数的平方差

(山西省中考题)

分析:选项 B 表示 $(a-b)^2$, 选项 C 表示 $a-b^2$, 选项 D 表示 b^2-a^2 , 都错.

解:选 A.

例 9 每支钢笔原价 a 元,降低 20% 后的价格是_____元.

(上海市中考题)

分析:打折后的价格 = 原价 $\times (1-20\%) = (1-20\%)a = (1-0.2)a = 0.8a$ (元)

解: $0.8a$.

第一课时

达标作业

1. 下列各式中,代数式有()个

- (1) $2x-y$; (2) 0 ; (3) $x < a$; (4) $S = \frac{1}{2}ab$; (5) $\frac{3}{7}$; (6) $s = vt$;
(7) $z(x-y+1)$.

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

2*. 将下列各代数式的意义填在后面的横线上.

- (1) $(2x+y)^2$ _____;
(2) $2x+y^2$ _____;
(3) $\left(\frac{2x}{y}\right)^2$ _____;
(4) $ab - \frac{b}{a}$ _____;
(5) $(3a)^2 - 3a^2$ _____;
(6) $(a+b)^2 - (a-b)^2$ _____.

3. 长方形的长为 a 米,宽为 b 米,求它的周长和面积.

4. 毛笔每支 n 元,小林共买 m 支,他付出 20 元,应找回多少钱?

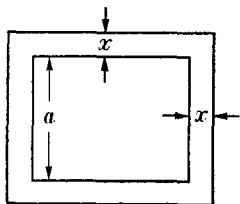
5*. 设甲数为 x ,乙数为 y ,则甲数的 2 倍与乙数的 $\frac{1}{3}$ 的和用代数式表示为

(宜昌市中考题)

6*. 甲、乙两车分别用 v_1 千米/时, v_2 千米/时的速度, 从相距 s 千米的 A、B 两地同时出发, 相向而行, 问几小时后他们相遇?

提升作业

7*. 宽为 a 米, 周长为 40m 的长方形花坛, 在它的外侧修宽度为 x 米的路 (如图). 求小路的总面积. [方法提示: 考虑两个长方形的面积关系].



8

8*. 一辆小汽车以 60 千米/时的速度从 A 地开往 B 地, 它又以 40 千米/时的速度从 B 地返回 A 地, 则汽车行驶的平均速度为 (). (山东省竞赛题) [方法提示: 平均速度 = 总距离 ÷ 总时间]

- A. 48 千米/时 B. 49 千米/时 C. 50 千米/时 D. 51 千米/时

第二课时

达标作业

1. 下列代数式中符合代数式书写要求的是 (). (西安市中考题)

- A. xy^4 B. $2\frac{1}{3}cb^2a$ C. $a \times b \div c$ D. $\frac{a^2b}{2}$

2. 用代数式表示 x 的 2 倍加上 3 _____. (长沙市中考题)

3. 甲、乙两地相距 10 千米, 汽车从甲地到乙地每小时行 v 千米, 用代数式表示汽车从甲地到乙地所需的时间为 () 小时. (杭州市中考题)

- A. $10v$ B. $10 \div v$ C. $\frac{v}{10}$ D. $\frac{10}{v}$

4. 下列各题中错误的是 (). (衡阳市中考题)

A. 代数式 $x^2 + y^2$ 的意义是 x 、 y 的平方和

B. 代数式 $5(x+y)$ 的意义是 5 与 $x+y$ 的积

C. x 的 5 倍与 y 的和的一半, 用代数式表示是 $5x + \frac{y}{2}$

D. x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的 $\frac{1}{3}$ 的差,用代数式表示是 $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y$

5*. 一个两位数,十位数字为 a ,个位数字为 8,这两位数用代数式表示为 (). (邵阳市中考题)

A. $a8$ B. $8a$ C. $10a + 8$ D. $\overline{a8}$

6**. 某音像社对外出租光盘的收费方法是:每张光盘在租出后的头两天每天收 0.8 元,以后每天收 0.5 元,那么一张光盘在租出的第 n 天(n 是大于 2 的自然数)应收租金_____元. (安徽省中考题) [方法提示:前两天的租金与后($n-2$)天的租金分别计算,再求和]

提升作业

7*. 某商品价格为 a 元,降价 10% 后,又降价 10%,销售额猛增,商店决定再提价 20%,提价后这种商品的价格为(). (山东省中考题) [方法提示:降价后售价=原价(1-降价率),提价后售价=原价(1+提升率).]

A. a 元 B. $1.08a$ 元 C. $0.972a$ 元 D. $0.96a$ 元

8**. 某商品的标价为 165 元,若以 9 折出售,仍可获利 10% (相对于进价),则该商品进货价为_____元. (黄冈市中考题) [方法提示:实际售价=进价+获利]

☆☆☆思与拓☆☆☆

思维题解

→1. 代数式的意义

解析 (1)代数式的意义包含“句变式”和“式变句”两类;(2)“句变式”应该逐句变,然后综合成式.

例 1 x 的 8 倍与 $\frac{19}{97}$ 的和是(). (“希望杯”全国数学邀请赛试题).

A. $8x + \frac{19}{97}x$ B. $8x + \frac{19}{97}$ C. $8(x + \frac{19}{97})$ D. $x^8 + \frac{19}{97}$

解:B.

→2. 整除问题

解析 要判断 a 是否能整除 b ,关键要找出整数 c ,使 $b = ac$ 成立.

例 2 某商场向顾客发放 9999 张购物券,每张购物券上印有一个四位数字的号码,从 0001 到 9999 号,如果号码的前面两位数字之和等于后两位数字之和,则称这张购物券为“幸运号”,试说明,这个商场所发的购物券中,所有“幸运券”的号码之和能被 101 整除. (“祖冲之杯”邀请赛试题)

第一章 代数初步知识

分析:先取一张“幸运券”考虑,比如 4536,那么 $9999 - 4536 = 5463$,也是一张“幸运券”,即“幸运券”两两成对,且它们和为 9999,而 $9999 = 99 \times 101$.

解:除 9999 是单独一张“幸运券”外,若 m 是一张“幸运券”,那么 $9999 - m = n$ 也是一张“幸运券”,且 $n + m = 9999$,即这些“幸运券”两两配对(除 9999 号外).

可设“幸运券”的总张数为 $2k + 1$,再设这些“幸运券”号码和为 M . 由于 $9999 = 101 \times 99$,

$\therefore M = (k + 1)9999 = 101[99(k + 1)]$,即证 M 可被 101 整除.

►3. 平面图形的面积

解析 求阴影部分的面积,要善于把所给图形的面积划分为若干个已知图形(或可求出图形面积)的面积代数之和.

例 3 如右图 a,两个半径为 1 的 $\frac{1}{4}$ 圆扇形工件 $A'O'B'$ 与 AOB 叠放的图形是正方形,则整个阴影图形的面积是_____ (“希望杯”数学邀请赛)

分析:从图可看出工件图形的面积 = 两扇形面积之和 - 正方形的面积.

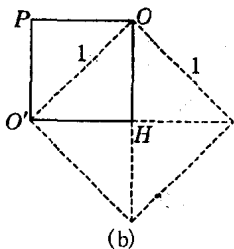
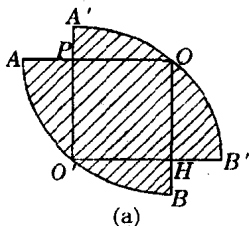
解:扇形半径为 1, $\frac{1}{4}$ 圆扇形面积 = $\frac{1}{4} \times \pi \times 1^2 =$

$$\frac{\pi}{4}.$$

$\therefore$ 两扇形面积之和为 $\frac{\pi}{2}$.

由(b)图知,正方形 $POHO'$ 的面积 = $\frac{1}{2}$.

设工件面积为 S ,那么 $S = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$.



拓展训练

1. 设甲数为 a ,乙数为 b ,甲、乙两数的平方和与甲、乙两数积的商的代数式是(). (广州、武汉、重庆、福州、洛阳数学联赛试题)

A. $(a + b)^2 \cdot ab$

B. $\frac{a^2 + b^2}{ab}$

C. $(a^2 + b^2) \cdot \frac{b}{a}$

D. $\frac{(a + b)^2}{ab}$

2. a 与 b 是相邻的两个自然数,则 a 、 b 的最大公约数与最小公倍数的和是多少? (“希望杯”全国数学邀请赛试题) [方法提示:相邻两自然数一定是互