

高等学校教学用书

电路解析

(下)

冶金工业出版社

高等学校教学用书
电路解析
(下)

〔日〕大下真二郎 著
于凤鸣 李珍 等译

冶金工业出版社出版
(北京北河沿大街嵩祝院北巷39号)
新华书店北京发行所发行
冶金工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张 22 1/2 字数 541 千字

1985年6月第一版 1985年6月第一次印刷

印数00,001~5,800册

统一书号: 15062·4273 定价4.25元

译者序

本书是根据[日]工学博士大下真二郎著的《电气回路演习》(下)翻译的。原书是作为大学的参考书编写的,其目的是通过大量的习题演算来掌握电路的理论知识。原书共分七章,主要内容包括二端电路、四端电路、滤波器、过渡过程、拉普拉斯变换及其应用、分布参数电路的稳定状态、分布参数电路的过渡过程等。在每章开始,首先简要地讲述基本理论,然后通过习题的演算来反复运用这些理论,某些公式的推导和原理的论证也是通过习题的演算来完成,这对加深理解和牢固掌握电路的基本理论以及培养分析问题和解决问题的能力都是有帮助的。

本书很适于自学使用。目前,社会上有很多奋力自学的青年,对这些自学者也是一本良好的参考书。

电路是电工类各专业的重要基础理论,只有牢固地掌握这些理论,才能顺利地进行专业课程的学习。经验证明,通过大量的习题练习,是掌握理论的一种有效方法。本书共收集了近三百个习题,如能灵活运用理论独立地解答这些问题,就能够把电路的理论知识真正学到手。

为适应高等工科院校学生学习电路课程的需要,我们将此书翻译出版,以供广大读者参考或自学使用。

本书由冶金工业部于凤鸣和北京钢铁学院李珍等翻译,全书由于凤鸣统一整理和校阅。

本书可作为高等学校、函授大学、电视大学学生的参考书,亦可供有关专业人员自学使用。

由于译者水平所限,译文难免有错误和疏漏之处,恳请读者批评指正。

译者

一九八四年六月

前 言

本书是为大学与电工学有关的各学科以及需要电路知识的理工学科的学生编写的参考书。

现代科学技术的发展日新月异,特别是电子工学和通讯工学,可以说是科学技术发展的核心。这些惊人的进步和发展的成果,不仅限于与电气有关的领域,而深深渗透到从机械、精密、建筑、化学开始的各工程领域以及理、医、农、经济学等科学领域和现实社会,可以预料,今后还将日益扩大并受到人们的注视。

电路是包含电子工学、通讯工学、电力工学、情报工学在内的广义的电工学的基础,是极端重要的。但是,其内容比较抽象,仅仅学习其原理和定律很难全面理解,必须通过大量的习题练习,才能真正学到手。本书的目的是以习题解答为中心,来彻底掌握电路的基本理论。

首先,列举基本要点,将电路的原理和定律加以综合整理并简要讲述其主要内容。接着,为理解这些原理和定律而由浅入深地收集大量适当的习题加以详细解说,我想这对培养读者解决实际问题的能力会是十分有用的。

另外,本书还收集很多电气主任技术者、无线通信士、无线技术士的上级考试题目,对于这些参加国家考试的人,也是一本好的参考书。再从有关企业的录用考试的倾向来看,电路是必考内容,而且占有相当大的比重。因此,从国家机关职员考试到就职考试也是必不可少的参考书。

按照本书作习题时,请在充分理解基本内容的基础上,首先自己独立地解答问题,然后再参考书中的解答。本书因限于篇幅,只提示了比较简单的解法,但一个问题往往有各种各样的解法,希望读者通过与自己解法的比较,来进一步加深对问题的理解。

编写本书时,参考了很多国内外的教科书、参考书和文献等,本书没有一一列举书名,在这里谨向各位著者表示感谢。在出版时,又得到共立出版公司以中村康弘和斋藤英明先生为首的很多先生的大力协助,在此深表敬意!

由于笔者的疏忽和误解,书中难免有错误之处,恳请读者给予指正,以便将来修改。

著 者

一九八〇年三月

目 录

第一章 二端电路	1
内容提要	1
1. 概说	1
2. 阻抗函数	1
3. 正实函数	1
4. 电抗函数	2
5. 电抗函数的综合	2
6. RL 二端电路	4
7. RC 二端电路	5
8. 倒置网络	6
9. 恒定电阻网络	6
问 题	7
第二章 四端电路	52
内容提要	52
1. 概说	52
2. 阻抗矩阵 (Z 矩阵)	52
3. 导纳矩阵 (Y 矩阵)	52
4. 混合矩阵 (H 矩阵)	53
5. 传输矩阵 (F 矩阵)	53
6. 四端电路的联接	57
7. 图象参数	58
8. 累接参数	60
9. 理想变量器	61
10. 理想回转器	61
11. 二等分定理	61
12. 转移导抗	61
问 题	62
第三章 滤波器	114
内容提要	114
1. 概说	114
2. 定 K 型滤波器	115
3. 定 K 型低通滤波器	116
4. 定 K 型高通滤波器	117
5. 定 K 型带通滤波器	118
6. 定 K 型带阻滤波器	119
7. M 导出型滤波器	121
8. 电阻衰减器	123
问 题	124

第四章 过渡过程	150
内容提要	150
1. 概说	150
2. 通解、稳态解、暂态解	150
3. 初始条件	151
4. 过渡过程的解法	151
5. 单储能电路与双储能电路	153
问 题	153
第五章 拉普拉斯变换及其应用	233
内容提要	233
1. 定义	233
2. 拉普拉斯变换的各种性质	233
3. 部分分数展开	234
问 题	237
第六章 分布参数电路的稳定状态	271
内容提要	271
1. 概说	271
2. 基础方程式及其解	271
3. 无限长线路, 无损耗线路, 无畸变线路	272
4. 有限长线路与边界条件	272
5. 有限长线路的四端电路参数	273
6. 位角	274
7. 反射、透射与驻波比	274
8. 线路的谐振	275
9. 史密斯圆图	275
问 题	277
第七章 分布参数电路的过渡过程	309
内容提要	309
1. 基础方程式及其解	309
2. 无限长线路的过渡过程	310
3. 有限长线路	312
问 题	313
附 录 数学公式	341

上 册 内 容

- 第一章 直流电路
- 第二章 正弦波交流电路
- 第三章 向量符号法
- 第四章 交流电路
- 第五章 网络分析与几个基本定理
- 第六章 多相交流
- 第七章 傅里叶变换与波形分析

第一章 二端电路

内 容 提 要

1. 概说 计算某一电路的特性称为电路的分析,反之,已知某一特性时,作成满足此特性的电路则称为电路的综合。实际上都是为了某种目的而作成电路,此时则需要综合的知识。电路的综合是将所需要的特性表现为数学的形式,再作出满足此特性的电路,但并不是任何函数都能够作出电路,只有该函数满足某种条件时,才能实现与其相对应的电路。本章是研究二端无源线性电路的策动点阻抗和导纳的数学性质和电路的综合。这种网络称为二端电路或单口电路。

2. 阻抗函数 在用 $j\omega$ 表现的策动点阻抗 $Z(j\omega)$ 的式中,将 $j\omega$ 代之以复角频率

$$s(=\delta+j\omega)$$

所得到的复变函数 $Z(s)$ 称为阻抗函数。反之,此复变函数 $Z(s)$ 的 s 代之以 $j\omega$ 时,则成为原来的复阻抗 $Z(j\omega)$ 。 $Z(s)$ 为复数 s 的函数,并且是 s 平面上的复变函数,但 s 的虚轴上的值 $Z(j\omega)$ 一般表示复阻抗。

现在,电阻 R ,电感 L ,电容 C 各阻抗的 $j\omega$ 用 s 置换时,则

$$Z_R=R, \quad Z_L=sL, \quad Z_C=\frac{1}{sC} \quad (1-1)$$

因线性网络的任意二端间的阻抗为这些元件的串联或并联,所以阻抗函数为下列的有理函数*。

$$Z(s)=\frac{a_0+a_1s+\dots+a_ns^n}{b_0+b_1s+\dots+b_ms^m}=\frac{f(s)}{g(s)} \quad (1-2)$$

在这里,系数 a 和 b 皆为正实数或0,分母、分子的次数 m 和 n 皆为正整数,其差 $|m-n|$ 为0或1。这种情况不仅限于策动点阻抗,策动点导纳也可以同样考虑。阻抗、导纳的总称叫做导抗。

如为线性电路,则一定有一个与此对应的阻抗函数存在,但即使已经给出 s 的有理函数 $Z(s)$,有时可能没有与此对应的电路,有时也可能有两个以上。对应二端电路存在的条件是,阻抗函数 $Z(s)$ 必须是用下列条件定义的正实函数,这可由勃隆法求出。

3. 正实函数 [定义]满足下列条件的 s 的函数 $Z(s)$ 称为正实函数。

- (1) $Z(s)$ 为 s 的实有理函数。
- (2) 在 $\text{Re}s \geq 0$ 的范围, $\text{Re}Z(s) \geq 0$ 。

[定理] $Z(s)$ 为正实函数的必要充分条件可表示如下。

- (1) $Z(s)$ 在右半平面为正则。
- (2) 在虚轴上 $\text{Re}Z(s) \geq 0$ 。

*在式(1-2)中, $f(s)$ 和 $g(s)$ 称为有理整函数,以有理整函数之比定义的函数称为有理函数。

(3) 在虚轴上只有单阶零点*, 而且其微系数为正。或

(3') 在虚轴上只有单阶极点*, 而且其留数为正实数。

4. 电抗函数 只由电感和电容构成而无电阻的电路称为电抗电路, 其策动点阻抗称为电抗函数。电抗函数为正实函数, 并有下列性质。

(1) 电抗函数为奇函数的正实函数。因此, 分母、分子一方为偶函数时, 则另一方为奇函数, 并且其次数之差为1以下。

(2) 电抗函数只有单阶零点和极点, 并在 s 平面的虚轴上交互排列。

(3) 在虚轴上的一次微系数为正。

(4) 原点和无限远点必须是零点或极点。

(5) 可展开为部分分数或连分数。

5. 电抗函数的综合

(1) 福斯特展开 (部分分数展开) 现设策动点阻抗由电抗函数

$$Z(s) = H \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2) \cdots (s^2 + \omega_{2n+1}^2)}{s(s^2 + \omega_2^2) \cdots (s^2 + \omega_{2n}^2)} \quad (1-3)$$

给出时, 则可展开为下列的部分分数。

$$Z(s) = \frac{h_0}{s} + \sum_{k=1}^n \frac{h_{2k}s}{s^2 + \omega_{2k}^2} + h_\infty s \quad (1-4)$$

但系数 h_0, h_{2k}, h_∞ 为由下式给出的 0 或正实数。

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= [sZ(s)]_{s=0} \geq 0 \\ h_\infty &= \left[\frac{1}{s} Z(s) \right]_{s=\infty} \geq 0 \\ h_{2k} &= \left[\frac{s^2 + \omega_{2k}^2}{s} Z(s) \right]_{s^2 = -\omega_{2k}^2} > 0 \\ &(k=1, 2, \dots, M) \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

现在, 式 (1-4) 右边的各项如能用电路的阻抗来实现, 把它们串联起来就能够实现 $Z(s)$, 故可表示与各项对应的电路。因电容 C_0 的阻抗为 $\frac{1}{sC_0}$, 故第一项在

$$\frac{h_0}{s} = \frac{1}{sC_0} \quad \therefore C_0 = \frac{1}{h_0} = \frac{1}{[sZ(s)]_{s=0}} \quad (1-6)$$

的关系成立时可用单一的电容 C_0 来实现。同样, 最后项可用电感 L_∞ 来实现。

$$h_\infty s = sL_\infty \quad \therefore L_\infty = h_\infty = \left[\frac{Z(s)}{s} \right]_{s=\infty} \quad (1-7)$$

又, 中间各项表示电感 L_{2k} 与电容 C_{2k} 的并联电路。

$$Z_{2k}(s) = \frac{h_{2k}s}{s^2 + \omega_{2k}^2} = \frac{sL_{2k} \cdot \frac{1}{sC_{2k}}}{sL_{2k} + \frac{1}{sC_{2k}}} = \frac{\frac{s}{C_{2k}}}{s^2 + \frac{1}{L_{2k}C_{2k}}} \quad (1-8)$$

* $Z(s)$ 为 0 时 s 的值称为零点, 为 ∞ 的点称为极点, 在 s 平面上一般用 0, X 表示。

$$\therefore C_{2k} = \frac{1}{h_{2k}} = \frac{1}{\left[\frac{s^2 + \omega_{2k}^2}{s} Z(s) \right]_{s^2 = -\omega_{2k}^2}}$$

$$L_{2k} = \frac{h_{2k}}{\omega_{2k}^2} = \frac{1}{\omega_{2k}^2} \left[\frac{s^2 + \omega_{2k}^2}{s} Z(s) \right]_{s^2 = -\omega_{2k}^2} \quad (1-9)$$

最后，由图1-1的 C_0 、 L_∞ 和 L_{2k} 、 C_{2k} 并联电路的串联可以实现电抗电路 $Z(s)$ 。策动点导纳 $Y(s)$ 为电抗函数时也同样，找出各项的导纳电路，并把它们并联起来就可以实现。式(1-3)为导纳函数 $Y(s)$ 时，式(1-4)右边的第一项与电感 L_0 ，最末项与 C_∞ 相对应。

$$\left. \begin{aligned} \frac{h_0}{s} = \frac{1}{sL_0} \quad \therefore L_0 = \frac{1}{h_0} = \frac{1}{[sY(s)]_{s=0}} \\ h_\infty s = sC_\infty \quad \therefore C_\infty = h_\infty = \left[\frac{Y(s)}{s} \right]_{s=\infty} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

又，中间项可由电感 L_{2k} 和电容 C_{2k} 的串联电路实现。

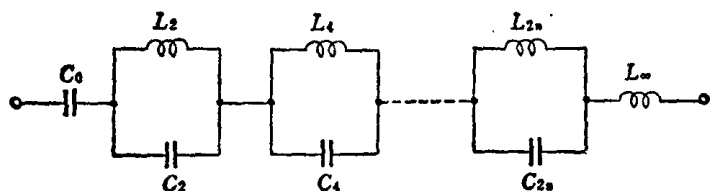


图 1-1

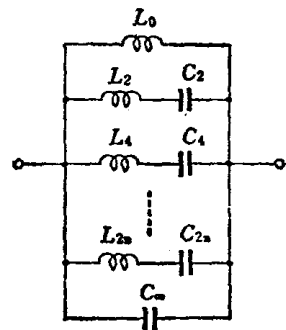


图 1-2

$$Y_{2k}(s) = \frac{h_{2k}s}{s^2 + \omega_{2k}^2} = \frac{1}{sL_{2k} + \frac{1}{sC_{2k}}} = \frac{\frac{s}{L_{2k}}}{s^2 + \frac{1}{L_{2k}C_{2k}}} \quad (1-11)$$

$$\therefore L_{2k} = \frac{1}{h_{2k}} = \left[\frac{s}{(s^2 + \omega_{2k}^2)Y(s)} \right]_{s^2 = -\omega_{2k}^2}$$

$$C_{2k} = \frac{h_{2k}}{\omega_{2k}^2} = \frac{1}{\omega_{2k}^2} \left[\frac{s^2 + \omega_{2k}^2}{s} Y(s) \right]_{s^2 = \omega_{2k}^2} \quad (1-12)$$

所以，电抗 $Y(s)$ 用导纳综合时，则为图1-2的电路。

(2) 科尔展开(连分数展开)式(1-3)的电抗函数的极点在无限远时，将电抗函数分离可写成如下。

$$Z(s) = a_0 s + Z_1(s) \quad (1-13)$$

在这里， $Z_1(s)$ 是将式(1-4)的最末项去掉，而比 $Z(s)$ 低1次，在 $s = \infty$ 时无极点的电抗函数。电抗函数在 $s = \infty$ 时，零点或极点二者必有一个，故 $Z_1(s)$ 在 $s = \infty$ 时必有零点。

$\frac{1}{Z_1(s)}$ 在 $s = \infty$ ，将极点分离时，则

$$\frac{1}{Z_1(s)} = a_1 s + Z_2(s) \quad (1-14)$$

所以，按同样的顺序反复进行时，则电抗函数可展开为如下的连分数。

$$Z(s) = a_0 s + \frac{1}{a_1 s + \frac{1}{a_2 s + \frac{1}{a_3 s + \dots}}} \quad (1-15)$$

此式一般可表示如下。

$$Z(s) = a_0 s + \left| \frac{1}{a_1 s} \right| + \left| \frac{1}{a_2 s} \right| + \left| \frac{1}{a_3 s} \right| + \dots \quad (1-16)$$

如果电抗函数表示阻抗时，则与此相当的电路如图1-3 (a)。同样，式 (1-16) 表示导纳时，则如图1-3 (b)。

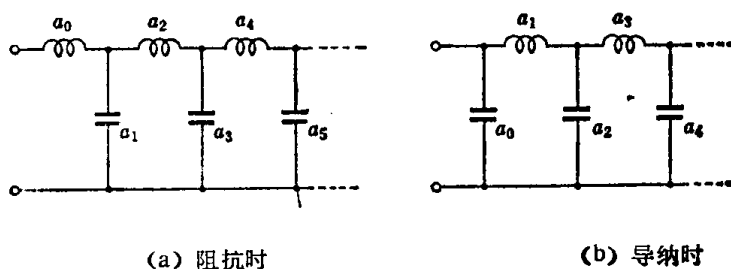


图 1-3

又，着眼于原点，将在原点的极点依次分离展开时，则

$$Z(s) = \frac{b_0}{s} + \left| \frac{1}{\frac{b_1}{s}} \right| + \left| \frac{1}{\frac{b_2}{s}} \right| + \left| \frac{1}{\frac{b_3}{s}} \right| + \dots \quad (1-17)$$

故 $Z(s)$ 表示阻抗时，则其电路如图1-4(a)，同样，式 (1-17) 为导纳时，则可综合如图1-4 (b)。而且，在电抗二端电路时，零点和极点各与谐振和反谐振相对应。

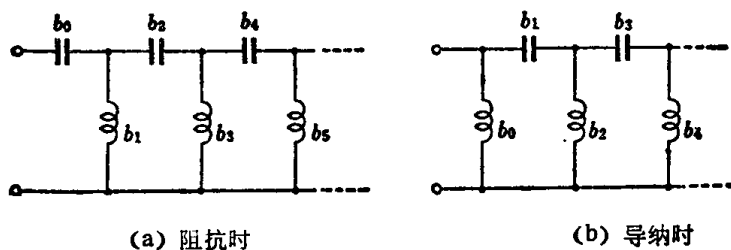


图 1-4

6. RL二端电路 电抗电路可由LC谐振电路综合，也可由电阻 R 与电感 L 构成的 RL 二端电路综合。如此只含有二种元件的电路称为二元件电路。LC串联电路及 RL 串联电路的阻抗 $Z_{LC}(s)$ ， $Z_{RL}(s)$ 为

$$Z_{LC}(s) = sL + \frac{1}{sC} = -\frac{1}{s} \left(s^2 L + \frac{1}{C} \right) \quad (1-18)$$

$$Z_{RL}(s) = R + sL \quad (1-19)$$

现将 $Z_{LC}(s)$ s 倍时，则

$$sZ_{LC}(s) = s^2 L + \frac{1}{C} \quad (1-20)$$

将 s^2 改为 s ，设 $\frac{1}{C} = R$ 时，则

$$[sZ_{LC}(s)]_{s^2=s, \frac{1}{C}=R} = Z_{RL}(s) \quad (1-21)$$

因电抗函数 $Z_{LC}(s)$ 为奇函数的正实函数，故 $sZ_{LC}(s)$ 为偶函数，并且是 s^2 的有理函数。 RL 电路也和 LC 电路同样，可展开为部分分数，并由式(1-4)进行上述的变换即可得出。

$$\begin{aligned} Z_{RL}(s) &= h_0 + \sum_{k=1}^n \frac{h_k s}{s + \omega_k} + h_\infty s \\ &= h_0 + \sum_{k=1}^n h_k - \sum_{k=1}^n \frac{\omega_k h_k}{s + \omega_k} + h_\infty s \end{aligned} \quad (1-22)$$

此式为极点只存在于负实轴上和无限远点，除无限远点外，极点的留数取负值。又 $s=0$ 可能是 $Z(s)$ 的零点，但不能成为极点。满足式(1-22)关系的电路如图1-5所示。

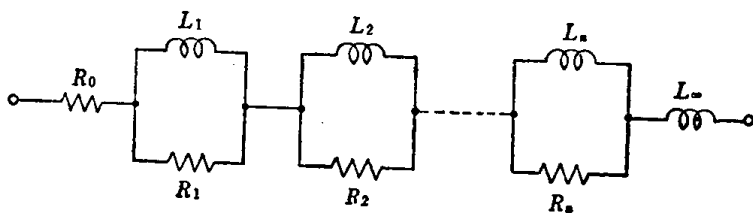


图 1-5

由式(1-22)和图1-5求 R_0 、 R_k 、 L_k 、 L_∞ 时，则

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= h_0 = [Z_{RL}(s)]_{s=0} \\ L_\infty &= \left[\frac{Z_{RL}(s)}{s} \right]_{s=\infty} \\ R_k &= h_k = \left[\frac{s + \omega_k}{s} Z_{RL}(s) \right]_{s=-\omega_k} \\ L_k &= \frac{R_k}{\omega_k} = \frac{1}{\omega_k} \left[\frac{s + \omega_k}{s} Z_{RL}(s) \right]_{s=-\omega_k} \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

$Z_{RL}(s)$ 除 RL 并联电路的串联以外，与电抗函数同样，也可由 RL 串联电路的并联和连分数展开的梯形电路综合。

7. RC二端电路 只由 R 和 C 构成的电路，也可与 RL 电路同样考虑。即 RC 串联电路的阻抗 $Z_{RC}(s)$ 为

$$Z_{RC}(s) = R + \frac{1}{sC} \quad (1-24)$$

将 LC 串联电路的阻抗 s 倍后再将式中的 s^2 换成 s ，并设 $L=R$ 时，则成为 $Z_{RC}(s)$ 。将式(1-4)如此变换时，则

$$Z_{RC}(s) = \frac{h_0}{s} + \sum_{k=1}^n \frac{h_k}{s + \omega_k} + h_\infty \quad (1-25)$$

此阻抗 $Z_{RC}(s)$ 的包含 $s=0$ 点的所有极点都存在于负的实轴上, 并且其留数为正。又, $s=\infty$ 点为零点或有限的实数值, 极点存在于负的实轴上的最右端。式(1-25)可用图1-6的电路综合, C_0, C_k, R_k, R_∞ 为

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{h_0} = \frac{1}{[sZ_{RC}(s)]_{s=0}} \\ R_\infty &= h_\infty = [Z_{RC}(s)]_{s=\infty} \\ C_k &= \frac{1}{h_k} = \frac{1}{[(s+\omega_k)Z_{RC}(s)]_{s=-\omega_k}} \\ R_k &= \frac{h_k}{\omega_k} = \frac{[(s+\omega_k)Z_{RC}(s)]_{s=-\omega_k}}{\omega_k} \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

由RC串联电路的并联和梯形电路也同样可以综合。

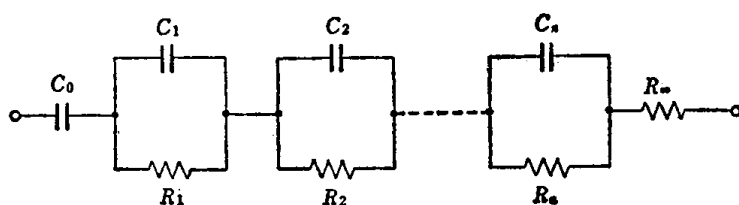


图 1-6

8. 倒置网络 设两个电路的阻抗为 Z_1, Z_2 , 其积 $Z_1 Z_2$ 为与频率无关的常数时, 即

$$Z_1 Z_2 = R^2 \quad (1-27)$$

的关系成立时, 则此二电路称为关于 R 的互为倒置网络。现设阻抗 Z_1 的电路由 n 个阻抗的串联电路构成时, 则可写成下式。

$$Z_1 = Z_{11} + Z_{12} + \dots + Z_{1n} \quad (1-28)$$

Z_1 的倒置网络 Z_2 及其导纳 Y_2 为

$$Z_2 = \frac{R^2}{Z_1} = \frac{R^2}{Z_{11} + Z_{12} + \dots + Z_{1n}} \quad (1-29)$$

$$\begin{aligned} \therefore Y_2 &= \frac{1}{Z_2} = \frac{Z_{11} + Z_{12} + \dots + Z_{1n}}{R^2} \\ &= \frac{Z_{11}}{R^2} + \frac{Z_{12}}{R^2} + \dots + \frac{Z_{1n}}{R^2} \end{aligned} \quad (1-30)$$

即 Z_1 的倒置网络 Z_2 是, 将构成 Z_1 的 n 个阻抗 $Z_{11}, Z_{12}, \dots, Z_{1n}$ 的各对应的倒置网络并联的电路, 由 n 个阻抗并联构成的电路 Z_2 的倒置网络 Z_1 是, 将各阻抗的倒置网络串联的电路。

9. 恒定电阻网络 某网络阻抗的虚部与频率无关为0, 实部也与频率无关为定值时, 此网络称为恒定电阻网络。通常策动点阻抗由式(1-2)可写成下式。

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= \frac{f(\omega)}{g(\omega)} = \frac{f_1(\omega) + jf_2(\omega)}{g_1(\omega) + jg_2(\omega)} \\ &= \frac{f_1(\omega)g_1(\omega) + f_2(\omega)g_2(\omega) + j\{f_2(\omega)g_1(\omega) - g_2(\omega)f_1(\omega)\}}{g_1^2(\omega) + g_2^2(\omega)} \end{aligned} \quad (1-31)$$

在这里, 为使虚部为0, 只要下式成立即可。

$$f_2(\omega)g_1(\omega) - g_2(\omega)f_1(\omega) = 0 \quad (1-32)$$

将此关系代入式 (1-31)，则

$$Z(\omega) = \frac{f_1(\omega)}{g_1(\omega)} = \frac{f_2(\omega)}{g_2(\omega)} \quad (1-33)$$

由式 (1-2) 得

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= \frac{a_0 - a_2\omega^2 + \dots + (-1)^n a_{2n}\omega^{2n}}{-b_2\omega^2 + b_4\omega^4 + \dots + (-1)^{n-1} b_{2n-2}\omega^{2n-2}} \\ &= \frac{a_1 - a_3\omega^2 + \dots + (-1)^{n-1} a_{2n-1}\omega^{2n-2}}{b_1 - b_3\omega^2 + \dots + (-1)^{n-1} b_{2n-1}\omega^{2n-2}} \end{aligned} \quad (1-34)$$

为使式 (1-34) 成立，必须 $a_0 = a_{2n} = 0$ 。又，与 ω 无关使上式成立时，

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_{2n-1}}{b_{2n-1}} = K \quad (1-35)$$

即可。将上式的关系代入时，则式 (1-34) 为

$$Z(\omega) = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_{2n-1}}{b_{2n-1}} = K \quad (1-36)$$

为与频率无关的定值。由此可知，通常阻抗的虚部与频率无关为0时，则实部为与频率无关的定值。

问 题

1. 试述复角频率的意义。

解 向量符号法是用复电压 $E = \sqrt{2} |E| e^{j(\omega t + \theta)}$ 的虚部来表示正弦波电压 $e = \sqrt{2} |E| \sin(\omega t + \theta)$ ，如果按照这种考虑，则 $E = \sqrt{2} |E| e^{\sigma t} e^{j(\omega t + \theta)}$ 就相当于 $e = \sqrt{2} |E| e^{\sigma t} \sin(\omega t + \theta)$ 为正弦波。如图1-7所示，这个电压的振幅对时间来说不是定值，而根据 σ 值的变化，随时间成指数函数的增加或减少，在特殊情况 $\sigma = 0$ 时，则相当于通常的正弦波。将 $j\omega$ 变换为 $s = \sigma + j\omega$ 就等于将 ω 变换为 $\omega - j\sigma$ ，故复角频率 s 可解释为实角频率 ω 在复数区域振幅按指数函数变化的正弦波。象这样，表示振幅变化的电压和电流关系的就是阻抗函数，如考虑阻抗的性质，作为 s 的函数处理时，则可由复变函数论来分析，这样不仅方便，而且可以深入理解。

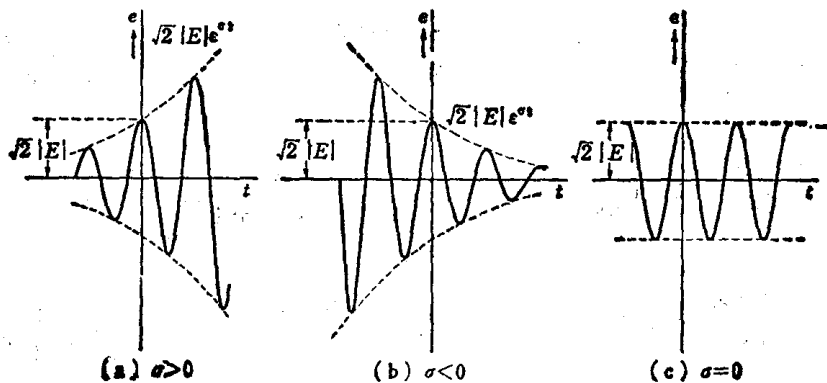


图 1-7

2. 求(1)RLC串联电路, (2)RC串联电路, (3)RLC并联电路的阻抗函数, 并证明三种情况分母与分子S的最高次数之差皆为1以下。

解 (1) RLC串联电路 复阻抗 $Z(j\omega)$ 为

$$Z(j\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

所以, 由 $j\omega = s$ 的变换得, 阻抗函数为

$$\begin{aligned} Z(s) &= R + sL + \frac{1}{sC} \\ &= \frac{s^2 LC + sRC + 1}{sC} \end{aligned} \quad (\text{a})$$

分子的最高次数比分母高1次。

(2) RC串联电路 在式(a)中设 $L=0$ 即为此电路的阻抗函数。

$$Z(s) = \frac{sRC + 1}{sC}$$

此时分母与分子的最高次数皆为1, 其差为0。

(3) RLC并联电路 复导纳 $Y(j\omega)$ 为

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$$

所以, 设 $j\omega = s$ 时, 阻抗函数为

$$\begin{aligned} Z(s) &= \frac{1}{Y(s)} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC} \\ &= \frac{sRL}{s^2 RLC + sL + R} \end{aligned}$$

此时分子比分母的最高次数低1次。

3. 求下列阻抗函数的二端电路。

$$(1) \frac{8s^2 + 1}{4s}$$

$$(2) \frac{9s + 12s^2}{3s}$$

$$(3) \frac{12s}{4s + 3}$$

$$(4) \frac{5s}{15s^2 + 1}$$

$$(5) \frac{2s^2 + 3s + 24}{6s}$$

$$(6) \frac{12s}{60s^2 + 4s + 3}$$

解

$$(1) \frac{8s^2 + 1}{4s} = 2s + \frac{1}{4s}$$

$$(4) \frac{5s}{15s^2 + 1} = \frac{1}{3s + \frac{1}{5s}}$$

$$(2) \frac{9s + 12s^2}{3s} = 3 + 4s$$

$$(5) \frac{2s^2 + 3s + 24}{6s} = \frac{1}{3}s + \frac{1}{2} + \frac{4}{s}$$

$$(3) \frac{12s}{4s + 3} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4s}}$$

$$(6) \frac{12s}{60s^2 + 4s + 3} = \frac{1}{5s + \frac{1}{3} + \frac{1}{4s}}$$

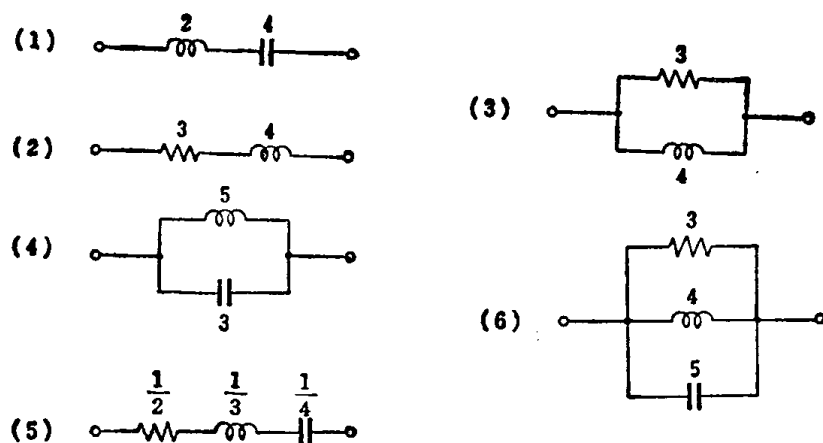


图 1-8

4. 如图1-9(1)~(10)所示的二端电路, 求其阻抗函数 $Z(s)$, 指出 s 平面上零点和极点的位置, 并证明在任何一种情况下, 右半面都不存在零点和极点。

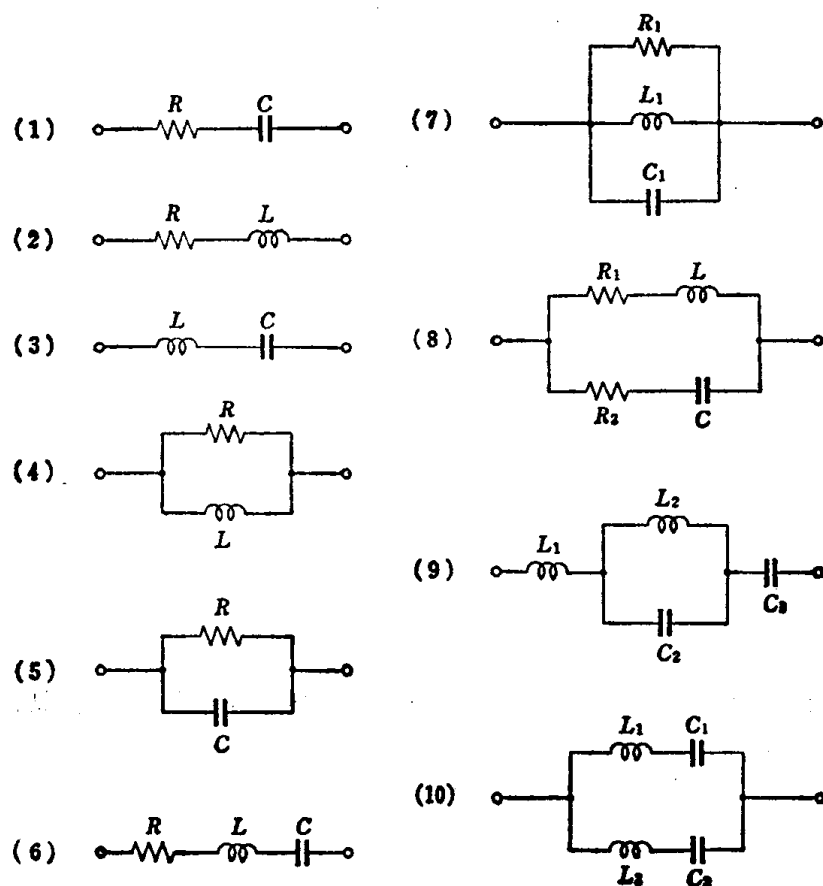


图 1-9

解

$$(1) Z(s) = R + \frac{1}{sC}$$

因 $s = -\frac{1}{RC}$ 时 $Z(s) = 0$, 故此点为零点。又因 $s = 0$ 时 $Z(s) = \infty$, 故 $s = 0$ 为极点。

$$(2) \quad Z(s) = R + sL$$

$s = -\frac{R}{L}$ 点为零点，因 $s = \infty$ 时 $Z(s) = \infty$ ，故无限远点 $s = \infty$ 为极点。

$$(3) \quad Z(s) = sL + \frac{1}{sC} = \frac{s^2 LC + 1}{sC}$$

$Z(s) = 0$ 的零点是分子为零的点 $s = \pm \frac{j}{\sqrt{LC}}$ 。又因 $s = 0$ 及 $s = \infty$ 时 $Z(s) = \infty$ ，故 $s = 0$ 和 $s = \infty$ 为极点。

$$(4) \quad Z(s) = \frac{sLR}{R + sL}$$

零点为 $s = 0$ ，极点为 $s = -\frac{R}{L}$ 。

$$(5) \quad Z(s) = \frac{1}{\frac{1}{R} + sC}$$

零点为 $s = \infty$ ，极点为 $s = -\frac{1}{RC}$ 。

$$(6) \quad Z(s) = R + sL + \frac{1}{sC}$$

$$= \frac{s^2 LC + sRC + 1}{sC}$$

$$= \frac{L \left(s^2 + \frac{sR}{L} + \frac{1}{LC} \right)}{s}$$

$$= \frac{L(s-a)(s-b)}{s}$$

但 $a, b = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$

因在 $s = 0, \infty$ 时 $Z(s) = \infty$ ，所以此二点为极点，但零点分为三种情况。

(i) $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时， $s = a, b$ 的二实根

(ii) $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时， $s = -\frac{R}{2L}$ 的实轴上负点的重根

(iii) $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时， $s = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ 的左半面上共轭的二点。

(7) 求此时的导纳 $Y(s)$ 时，则

$$Y(s) = \frac{1}{R_1} + sC_1 + \frac{1}{sL_1}$$

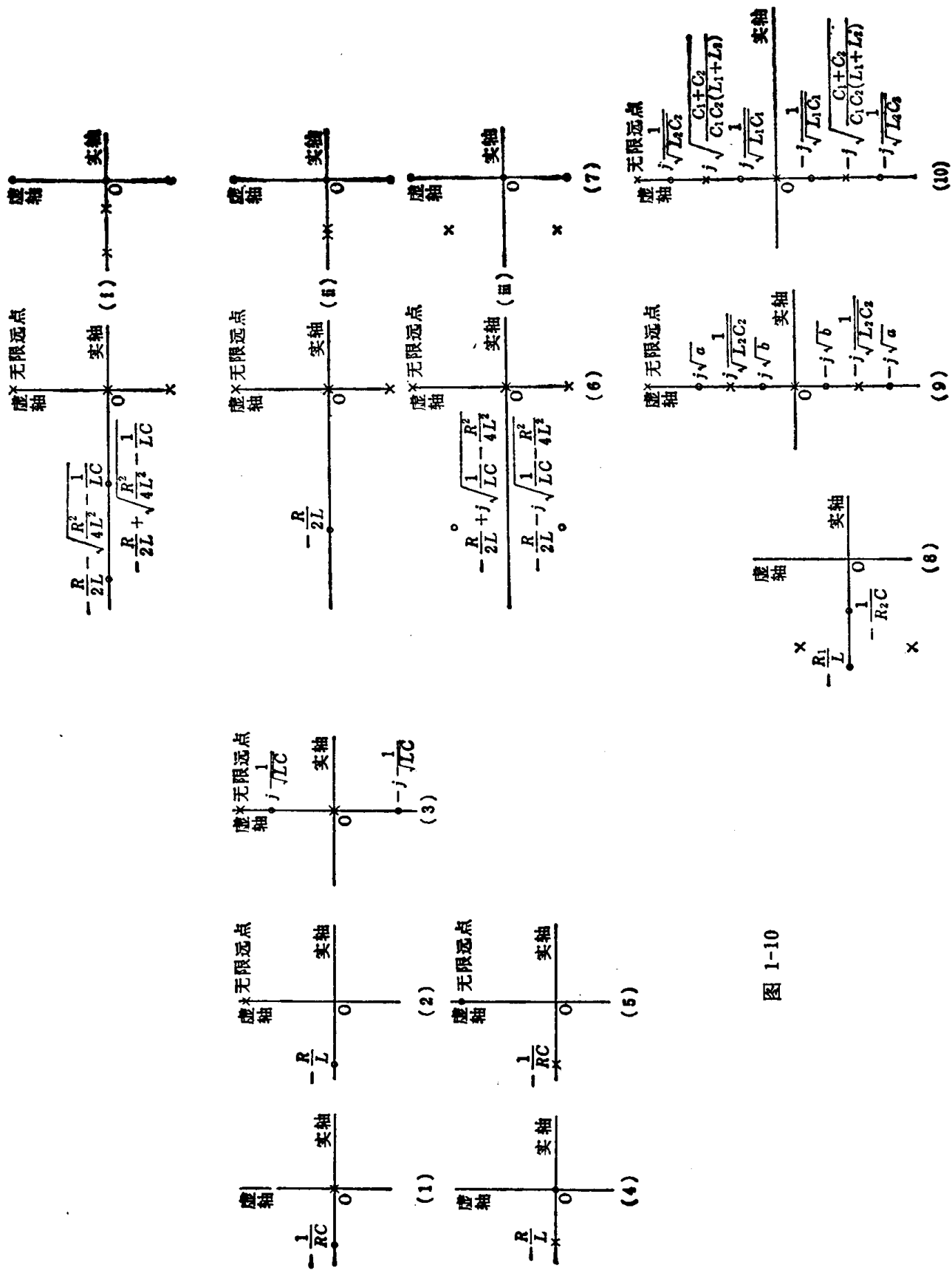


图 1-10