高等学校教材

压电铁电材料与器件

刘梅冬
许毓春

华中理工大学出版社

内 容 简 介

本书主要介绍压电、铁电材料（包括单晶和陶瓷）及有关器件的基本概念、基础理论。书中深入系统地阐述了各类典型材料的微观结构和宏观性能以及它们之间的相互联系；详细分析了几种典型器件的工作原理、运用特性和设计原则。

本书系统性强，内容丰富，是高等院校“电子材料与元器件”专业的教科书，也可供有关专业的师生和从事有关材料与元器件工作的工程技术人员参考。

压电铁电材料与器件

刘梅冬　许毓春

责任编辑　常江南

*

华中理工大学出版社出版发行

（武昌喻家山）

新华书店湖北发行所经销

武汉大学出版社印刷总厂印刷

开本：850×1168　1/32　印张：11.5　字数：283 000

1990年11月第1版　1990年11月第1次印刷

印数：1—1 000

ISBN 7—5609—0491—2/TM · 33

定价：2.30元

出 版 说 明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制定了1986～1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前　言

本教材系由高等院校《电子材料与固体器件》教材编审委员会“电子材料与元器件”编审小组评选审定，并推荐出版，为高等院校“电子材料与元器件”专业统编教材之一。

本课程的参考学时数为60学时。第一章概要地阐述了压电、热释电和铁电理论的基本内容。第二章至第六章系统深入地讲述了钙钛矿型、钨青铜型、铌酸锂型、磷酸二氢钾、罗息盐及硫酸三甘肽晶体等各类典型压电、铁电材料的微观结构和宏观性能以及它们之间的相互联系，还介绍了制作工艺特点及改性机理。第七章至第十章分别系统地阐述了电光器件、热释电红外探测器、压电陶瓷滤波器和压电声表面波器件等几种典型器件的工作原理。分析了这些器件的运用特性和设计原则。各章具有相对独立性，在使用本教材时，可根据具体情况调整其内容与学时数。

该教材由华中理工大学刘梅冬、许毓春编写。北京信息学院张福学教授主审。编审者均依据“电子材料与元器件”编审小组审定的编写大纲进行编写和审阅。

姚熹教授对书稿进行了审阅，并提出了宝贵意见，在此致以诚挚的感谢。

本书由刘梅冬编写第一章至第六章；许毓春编写第七章至第十章，并进行了互审。由于我们的水平有限，书中难免有错误之处，殷切希望使用本书的教师、同学和其他读者批评指正。

编者

目　录

第一章 压电、热释电和铁电的基本理论

§1.1 晶体的压电效应

§1.1.1 压电效应及压电晶体[1,2]

对某些电介质晶体施加机械应力，晶体内部正负电荷中心发生相对位移而产生极化，导致晶体两端表面出现符号相反的束缚电荷，其电荷密度与外力成正比。这种没有电场作用，由机械应力的作用而使电介质晶体产生极化并形成晶体表面电荷的现象称为压电效应（或正压电效应）。其数学表示式为

$$D_m = d_{mj}X_j \tag{1-1a}$$

$$D_m = e_{mj}x_j \tag{1-1b}$$

式中，D_m为电位移；X_j为应力；x_j为应变；d_{mj}为压电应变系数；e_{mj}为压电应力系数。$m=1$，2，3；$j=1$，2，3，4，5，6。足标"m"代表电学量的方向，足标"j"代表力学量的方向。1，2，3分别对应直角坐标x，y，z三个方向。正压电效应的矩阵表示式为

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} \tag{1-2a}$$

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \tag{1-2b}$$

或用矩阵符号简写成

$$\boldsymbol{D} = \mathbf{dX} \tag{1-3a}$$

$$\boldsymbol{D} = \mathbf{ex} \tag{1-3b}$$

压电系数d和e均是三阶张量，其矩阵表示式为三行六列矩阵。它反映晶体的弹性性能和介电性能的耦合关系。

与以上情况相反，将具有压电效应的电介质晶体置于电场中，电场的作用引起电介质内部正负电荷中心产生相对位移，而这一位移又导致介质晶体发生形变，晶体的这种由外加电场产生形变的现象称为逆压电效应。其数学表示式为

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{d}_{ni} E_n; \tag{1-4a}$$

$$\mathbf{X}_j = \mathbf{e}_{nj} E_n \tag{1-4b}$$

式中，$n=1，2，3$；$i,j=1，2，3，4，5，6$。其矩阵表示式为

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \tag{1-5a}$$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \\ e_{14} & e_{24} & e_{34} \\ e_{15} & e_{25} & e_{35} \\ e_{16} & e_{26} & e_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (1\text{-}5b)$$

或用矩阵符号简写成

$$\mathrm{x} = \mathrm{d}_t E \quad (1\text{-}6a)$$

$$\mathrm{X} = \mathrm{e}_t E \quad (1\text{-}6b)$$

式中d_t，e_t分别为d，e矩阵的转置矩阵。

凡具有压电效应的晶体称为压电晶体。晶体是否具有压电性，取决于晶体的结构及结构对称性。压电晶体首先必须是不导电的（至少是半导体性的），同时结构还必须有分别带正电荷和负电荷的离子或离子团，所以压电晶体一般是离子性晶体或由离子团组成的晶体。它只存在于无对称中心的晶类中。21种无对称中心的晶类中，432点群的晶体虽无对称中心，但由于它的对称性较高，所有压电系数分量为零，因此它们也没有压电效应。所以压电晶体可能存在于1；2，m；222，mm2；3，32，3m；4，422，4mm，$\bar{4}$，$\bar{4}$2m；6，622，6mm，$\bar{6}$，$\bar{6}$m2；23，$\bar{4}$3m二十种无对称中心点群的晶体中。

§1.1.2 压电晶体的热力学函数关系及压电方程[3,4]

一、压电晶体的热力学函数关系

压电晶体可以看成是一个热力学系统。作为系统的热力学参量必然与系统的力学参量和电学参量存在一定关系。也就是说，压电体的状态方程将包括熵S、温度T、应力X、应变x、电位移D（或电极化强度P）和电场强度E等六个参量。

根据热力学第一定律，内能密度的变化

$$dU = d'Q + d'W \tag{1-7}$$

式中$d'Q$是供给单位晶体的热量，而$d'W$是由于晶体极化或形变对单位晶体所作的功。在压电晶体中有

$$d'W = X_i dx_i + E_i dP_i \tag{1-8}$$

另外，根据热力学第二定律，有

$$TdS \geqslant d'Q \tag{1-9}$$

对于可逆过程（1-9）式取等号，而对于不可逆过程（1-9）式取不等号。由（1-7）式、（1-8）式和（1-9）式可得

$$dU \leqslant TdS + X_i dx_i + E_i dP_i \tag{1-10}$$

对于可逆过程

$$dU = TdS + X_i dx_i + E_i dP_i \tag{1-11}$$

由（1-11）式得到

$$\left.\begin{aligned} T &= (\partial U/\partial S)_{x,P} \\ X_i &= (\partial U/\partial x_i)_{S,P} \\ E_i &= (\partial U/\partial P_i)_{S,x} \end{aligned}\right\} \tag{1-12}$$

当应用S、x_i和P_i作独立变量来描叙系统时，其它变量可通过U的一阶导数求得。一般地讲，三对变量（T，S），（X,x）和（E，P）中的每个变量都可被选择作独立变量来描述一个系统。这种独立变量的选择有八种方式。因此，包括U在内有八个可能的热力学函数，即：

内能	U,	
亥姆霍兹自由能	$A = U - TS$	（1-13a）
焓	$H = U - X_i x_i - E_i P_i$	（1-13b）
弹性焓	$H_1 = U - X_i x_i$	（1-13c）
电焓	$H_2 = U - E_i P_i$	（1-13d）
吉布斯自由能	$G = U - TS - X_i x_i - E_i P_i$	（1-13e）
弹性吉布斯函数	$G_1 = U - TS - X_i x_i$	（1-13f）
电吉布斯函数	$G_2 = U - TS - E_i P_i$	（1-13g）

对于可逆过程，由（1-11）式和（1-13）式得到这些函数的改变量为

$$dA=-SdT+X_i dx_i+E_i dP_i \qquad (1\text{-}14a)$$

$$dH=TdS-x_i dX_i-P_i dE_i \qquad (1\text{-}14b)$$

$$dH_1=TdS-x_i dX_i+E_i dP_i \qquad (1\text{-}14c)$$

$$dH_2=TdS+X_i dx_i-P_i dE_i \qquad (1\text{-}14d)$$

$$dG=-SdT-x_i dX_i-P_i dE_i \qquad (1\text{-}14e)$$

$$dG_1=-SdT-x_i dX_i+E_i dP_i \qquad (1\text{-}14f)$$

$$dG_2=-SdT+X_i dx_j-P_i dE_i \qquad (1\text{-}14g)$$

二、压电方程

如果我们选T、$\mathbf{E}$、$\mathbf{X}$作独立变量，S、$\mathbf{D}$、$\mathbf{x}$作因变量，假设压电晶体处于绝热情况下（$dS=0$），由（1-14b）式得到

$$dH=-x_i dX_j-P_m dE_n \qquad (1\text{-}15)$$

由上式得到的方程为

$$x_i=-(\partial H/\partial X_j)_{S,E} \qquad (1\text{-}16a)$$

$$P_m=-(\partial H/\partial E_n)_{S,X} \qquad (1\text{-}16b)$$

由于x_i，P_m均为X_j，E_n的函数，将x_i，P_m写成全微分形式

$$dx_i=(\partial x_i/\partial X_j)dX_j+(\partial x_i/\partial E_n)dE_n \qquad (1\text{-}17a)$$

$$dP_m=(\partial P_m/\partial X_j)dX_j+(\partial P_m/\partial E_n)dE_n \qquad (1\text{-}17b)$$

式中，i，$j=1$，2，3，4，5，6；m，$n=1$，2，3。

将$P_m=D_m-\varepsilon_0 E_n$代入（1-17$b$）式得

$$dD_m=(\partial D_m/\partial X_j)dX_j+(\partial D_m/\partial E_n)dE_n \qquad (1\text{-}17c)$$

在（1-17a）式和（1-17c）式中令

$$\partial x_i/\partial X_j=S^E_{ij},\ \partial x_i/\partial E_n=d_{ni},\ \partial D_m/\partial X_j=d_{mj},$$

$$\partial D_m/\partial E_n=\varepsilon^X_{mn}$$

对于压电晶体中应力$\mathbf{X}_j$，电场$\mathbf{E}_n$的微小变化，则（1-17a）式、（1-17c）式可改写成

$$x_i = s_{ij}^E X_j + d_{ni} E_n \qquad (1\text{-}18a)$$

$$D_m = d_{mj} X_j + \varepsilon_{mm}^X E_n \qquad (1\text{-}18b)$$

（1-18）式就是描述压电晶体电学量与力学量之间相互作用关系的第一类压电方程的积分形式。如果注意到各张量的对称性，（1-18）式可写成：

$$x_1 = s_{11}^E X_1 + s_{12}^E X_2 + s_{13}^E X_3 + s_{14}^E X_4 + s_{15}^E X_5 + s_{16}^E X_6 + d_{11} E_1 + d_{21} E_2 + d_{31} E_3 \qquad (1\text{-}19a)$$

$$x_2 = s_{21}^E X_1 + s_{22}^E X_2 + s_{23}^E X_3 + s_{24}^E X_4 + s_{25}^E X_5 + s_{26}^E X_6 + d_{12} E_1 + d_{22} E_2 + d_{32} E_3 \qquad (1\text{-}19b)$$

$$x_3 = s_{31}^E X_1 + s_{32}^E X_2 + s_{33}^E X_3 + s_{34}^E X_4 + s_{35}^E X_5 + s_{36}^E X_6 + d_{13} E_1 + d_{23} E_2 + d_{33} E_3 \qquad (1\text{-}19c)$$

$$x_4 = s_{41}^E X_1 + s_{42}^E X_2 + s_{43}^E X_3 + s_{44}^E X_4 + s_{45}^E X_5 + s_{46}^E X_6 + d_{14} E_1 + d_{24} E_2 + d_{34} E_3 \qquad (1\text{-}19d)$$

$$x_5 = s_{51}^E X_1 + s_{52}^E X_2 + s_{53}^E X_3 + s_{54}^E X_4 + s_{55}^E X_5 + s_{56}^E X_6 + d_{15} E_1 + d_{25} E_2 + d_{35} E_3 \qquad (1\text{-}19e)$$

$$x_6 = s_{61}^E X_1 + s_{62}^E X_2 + s_{63}^E X_3 + s_{64}^E X_4 + s_{65}^E X_5 + s_{66}^E X_6 + d_{16} E_1 + d_{26} E_2 + d_{36} E_3 \qquad (1\text{-}19f)$$

$$D_1 = d_{11} X_1 + d_{12} X_2 + d_{13} X_3 + d_{14} X_4 + d_{15} X_5 + d_{16} X_6 + \varepsilon_{11}^X E_1 + \varepsilon_{12}^X E_2 + \varepsilon_{13}^X E_3 \qquad (1\text{-}19g)$$

$$D_2 = d_{21} X_1 + d_{22} X_2 + d_{23} X_3 + d_{24} X_4 + d_{25} X_5 + d_{26} X_6 + \varepsilon_{21}^X E_1 + \varepsilon_{22}^X E_2 + \varepsilon_{23}^X E_3 \qquad (1\text{-}19h)$$

$$D_3 = d_{31} X_1 + d_{32} X_2 + d_{33} X_3 + d_{34} X_4 + d_{35} X_5 + d_{36} X_6 + \varepsilon_{31}^X E_1 + \varepsilon_{32}^X E_2 + \varepsilon_{33}^X E_3 \qquad (1\text{-}19i)$$

式中，s_{ij}^E为短路弹性柔顺系数，ε_{mn}^X为自由介电系数，d_{ni}和d_{mj}为压电应变系数，方程（1-19）的矩阵表示式为

$$
\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & s_{14}^E & s_{15}^E & s_{16}^E \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & s_{24}^E & s_{25}^E & s_{26}^E \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & s_{34}^E & s_{35}^E & s_{36}^E \\ s_{41}^E & s_{42}^E & s_{43}^E & s_{44}^E & s_{45}^E & s_{46}^E \\ s_{51}^E & s_{52}^E & s_{53}^E & s_{54}^E & s_{55}^E & s_{56}^E \\ s_{61}^E & s_{62}^E & s_{63}^E & s_{64}^E & s_{65}^E & s_{66}^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (1\text{-}20a)
$$

$$
\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^X & \varepsilon_{12}^X & \varepsilon_{13}^X \\ \varepsilon_{21}^X & \varepsilon_{22}^X & \varepsilon_{23}^X \\ \varepsilon_{31}^X & \varepsilon_{32}^X & \varepsilon_{33}^X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (1\text{-}20b)
$$

或用矩阵符号简写成

$$\mathbf{x} = \mathbf{s}^E \mathbf{X} + \mathbf{d}_t E \quad (1\text{-}21a)$$

$$D = \mathbf{d}\mathbf{X} + \boldsymbol{\varepsilon}^X E \quad (1\text{-}21b)$$

式中，$\mathbf{s}^E$是恒电场下弹性柔顺系数矩阵；**d**是压电应变系数矩阵；$\boldsymbol{\varepsilon}^X$是恒应力下介电系数矩阵。它们分别为6行6列，3行6列和3行3列矩阵。$\mathbf{d}_t$是**d**的转置矩阵，为6行3列矩阵。如果分别选用E和**x**，D和**X**，D和**x**作独立变量，就可以分别得到第二类，第三类和第四类压电方程，其矩阵表示式为

$$X = c^E x - e_t E \tag{1-22a}$$

$$D = e x + \varepsilon^x E \tag{1-22b}$$

$$x = s^D X + g_t D \tag{1-23a}$$

$$E = -g X + \beta^X D \tag{1-23b}$$

$$X = c^D x - h_t D \tag{1-24a}$$

$$E = -h x + \beta^x D \tag{1-24b}$$

式中，s^D为开路弹性柔顺系数矩阵；g为压电电压系数矩阵；e为压电应力系数矩阵；h为压电劲度系数矩阵；c^E为短路弹性刚度系数矩阵，c^D为开路弹性刚度系数矩阵；β^X为自由介电隔离率矩阵，β^x为夹持介电隔离率矩阵；g_t，e_t，h_t分别为g，e，h矩阵的转置矩阵。

四类压电方程组从不同的角度描写同一压电晶体的压电性质，所以它们不是完全独立的，它们的相关性可以由各类方程组的系数间的下列关系式表示

$$d_{nj} = \varepsilon^X_{mn} g_{mj} = e_{ni} s^E_{ij} \tag{1-25a}$$

$$e_{nj} = \varepsilon^x_{mn} h_{mj} = d_{ni} c^E_{ij} \tag{1-25b}$$

$$g_{nj} = \beta^X_{mn} d_{mj} = h_{ni} s^D_{ij} \tag{1-25c}$$

$$h_{nj} = \beta^x_{mn} e_{mj} = g_{ni} c^D_{ij} \tag{1-25d}$$

$$s^+_{ij} c^+_{kj} = \delta_{ik} = \begin{cases} 1 & (i = k) \\ 0 & (i \neq k) \end{cases} \quad (+\text{代表}E\text{或}D) \tag{1-25e}$$

$$\varepsilon^*_{mn} \beta^*_{ln} = \delta_{ml} = \begin{cases} 1 & (m = l) \\ 0 & (m \neq l) \end{cases} \quad (*\text{代表}X\text{或}x) \tag{1-25f}$$

式中，m，$n = 1$，2，3；i，$j = 1$，2，3，4，5，6。（1-25）式都要求对下标求和。

§1.1.3 压电材料参数[5,6]

本节中，我们讲述表征压电材料压电性能的几个主要参数。

一、压电系数

压电系数是压电体把机械能转变为电能或把电能转变成机械能的转换系数。它反映压电材料弹性（机械）性能与介电性能之间的耦合关系。压电系数不仅与X，x有关，而且还与E，D有关。压电系数越大，表征材料弹性性能与介电性能之间的耦合越强。压电系数是联系二阶张量X，x和矢量D，E的三阶张量。由§1.1.2节四类压电方程知道，有下列压电系数

d_{ni}（d_{mj}），g_{nj}（g_{mj}），e_{nj}（e_{mi}），h_{mj}（h_{ni}），其中m，$n=1$，2，3；i，$j=1$，2，3，4，5，6。压电系数中第一个足标表示电学量（电场或电位移）的方向，第二个足标表示力学量（应力或应变）的方向。

二、机械品质因数Q_m

机械品质因数Q_m表征压电体谐振时因克服内摩擦而消耗的能量。它定义为谐振时压电振子内贮存的电能E_e与谐振时每个周期内振子消耗的机械能E_m之比，即

$$Q_m = 2\pi\,(E_e/E_m) \tag{1-26}$$

对于有损耗的压电谐振子，可推导出

$$Q_m = 2\pi f_s L_1/R_1 = 1/2\pi f_s C_1 R_1 = f_p^2/2\pi f_s |Z_m| \cdot (C_0 + C_1)(f_p^2 - f_s^2) \tag{1-27}$$

在实际应用中因为$\Delta f = f_a - f_r$很小，所以可以得到下面近似式

$$Q_m \approx 1/4\pi C_f R_1 \Delta f,\quad C_f = C_0 + C_1 \tag{1-28}$$

式中，f_r为振子谐振频率；f_a为振子反谐振频率；f_s为串联谐振频率；f_P为并联谐振频率；L_1为动态电感；R_1为动态电阻（串联谐振电阻）；$|Z_m|$为最小谐振阻抗；C_0为振子静电容（并联电容）；C_1为动态电容；C_f为测试频率远低于f_r时，压电振子测得的自由电容。

一般可用传输线路法测出Δf和R_1，用电容电桥法测得C_f，然后计算出Q_m。

三、机电耦合系数K

机电耦合系数K是表征压电体的机械能与电能相互转换能力的参数，是衡量材料压电性强弱的重要参数之一。K越大，说明机电相互转换能力越强。K是一个无量纲的物理量。K定义为

K^2＝被转换的电能（机械能）/输入的总机械能（电能） （1-29）

根据压电方程（1-18a），机械系统贮存的能量

$$U_M=\int x_i dX_i=\frac{1}{2}s_{ij}^E X_j X_i+\frac{1}{2}d_{ni}E_n X_i \quad (1\text{-}30a)$$

同样，根据压电方程（1-18b）式，电气系统贮存的能量

$$U_E=\int D_m dE_m=\frac{1}{2}d_{mj}X_j E_m+\frac{1}{2}\varepsilon_{mn}^X E_n E_m \quad (1\text{-}30b)$$

（1-30a）式的第二项和（1-30b）式的第一项是由压电效应产生的项。

该系统的总内能

$$\begin{aligned}U&=U_M+U_E\\&=\frac{1}{2}s_{ij}^E X_j X_i+\frac{1}{2}d_{ni}E_n X_i+\frac{1}{2}d_{mj}X_j E_m\\&\quad+\frac{1}{2}\varepsilon_{mn}^X E_n E_m=U_{MM}+2U_{ME}+U_{EE}\end{aligned} \quad (1\text{-}31)$$

其中，压电体贮存的机械能密度

$$U_{MM}=\frac{1}{2}s_{ij}^E X_j X_i \quad (1\text{-}32a)$$

压电体输出的机械能和电能的相互作用能密度

$$U_{ME}=\frac{1}{2}d_{ni}E_n X_i=\frac{1}{2}d_{mj}X_j E_m \quad (1\text{-}32b)$$

压电体贮存的静电能密度

$$U_{EE}=\frac{1}{2}\varepsilon_{mn}^X E_n E_m \quad (1\text{-}32c)$$

由于压电现象中的机电转换同电工学中的电磁转换有十分相似之处，所以压电体的机电耦合系数K又可定义为

$$K=U_{ME}/\sqrt{U_{MM}E_{EE}} \tag{1-33}$$

由（1-33）式、（1-32）式和（1-25）得到K与压电系数的关系为

$$K_{ni}=U_{ME}/\sqrt{U_{MM}U_{EE}}=\sqrt{1/\varepsilon^{X}s^{E}}d_{ni}=\sqrt{\varepsilon^{X}/s^{E}}g_{ni}$$

$$=\sqrt{1/\varepsilon^{X}c^{E}}e_{ni}=\sqrt{\varepsilon^{*}/c^{D}}h_{ni} \tag{1-34}$$

在设计压电元器件时，K是决定带宽的重要参数。由于压电元器件的机械能与它的形状、振动模式有关，所以不同形状和振动模式的压电振子有相应的机电耦合系数。

四、频率常数N

压电体频率常数N是指振子谐振频率f_r与主振动方向长度（或直径）的乘积。它是一个常数，单位为Hzm或kHzmm。例如，长为l的薄长片长度伸缩振子模式压电振子，

$$N_l=f_rl \tag{1-35a}$$

直径为d的薄圆片径向伸缩振动模式压电振子，

$$N_r=f_rd \tag{1-35b}$$

厚度为t的薄长片厚度振动模式压电振子，

$$N_t=f_rt \tag{1-35c}$$

由于谐振频率f_r与压电振子主振动方向的长度成反比，所以频率常数N与振子尺寸无关，只与压电材料的性质、振动模式有关。它是表征压电材料压电性能的又一重要参数。因此压电振子由于材料和振动模式不同，频率常数N也亦不同。频率常数N在工程上是一个很有用的参数。当已知材料的频率常数N后，就可以根据所需要的谐振频率来确定压电振子尺寸；可根据工艺上可能获得的压电振子几何尺寸，估算谐振频率f_r的极限。