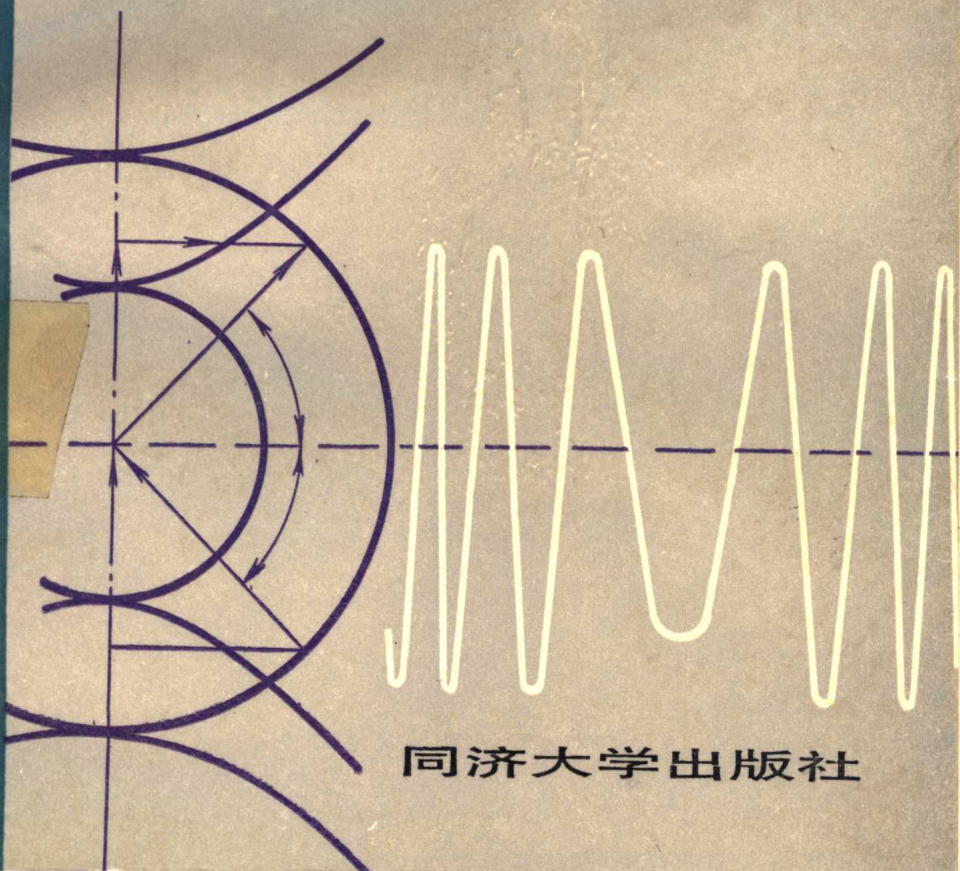


WAVE PROPAGATION IN ELASTIC SOLIDS

弹性固体中波的传播

[美]阿肯巴赫 著 徐植信 洪锦如 译



同济大学出版社

弹性固体中波的传播

[美]阿肯巴赫 著

徐植信 洪锦如 译

同济大学出版社

内 容 提 要

本书系统地阐述了弹性波传播的理论和数学基础。取材精练, 论证严密。内容包括弹性波传播的基本定理和基本解、波在界面的反射和折射、板和杆中的波导、波的绕射, 最后讨论了热、粘弹性、各向异性和非线性等效应。

本书可以作为有关专业的研究生教材, 也可以供固体力学、地震工程、地球物理、应用数学、机械工程等专业的教师和科技工作者参考。

责任编辑 郁 峰

封面设计 王肖生

弹性固体中波的传播

[美]阿肯巴赫 著

徐植伟 洪锦如 译

同济大学出版社出版

(上海四平路 1259 号)

浙江上虞科技外文印刷厂排版

新华书店上海发行所发行

崇明永南印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 13.75 字数 370 千字

1992 年 4 月第 1 版 1992 年 4 月第 1 次印刷

印数 1—1000 定价: 7.25 元

ISBN 7-5608-0363-4/TK·4

序 言

固体中机械扰动的传播在物理科学和工程的许多分支中都是很有意义的。本书旨在介绍弹性固体中的波的传播理论。内容是这样安排的：首先在一维条件下解释机械波传播的基本概念，讨论三维弹性动力学理论的定理和基本问题，以后几章阐述各种典型的波传播现象，如：辐射、反射、折射、波导中的传播和绕射。书中必然涉及大量数学分析，不过，对有些数学方法，用一定篇幅作了讨论。

我希望本书能起到双重作用。除了广泛意义上作为科技工作者的参考书之外，也想把它作为弹性波传播的研究生课程的教科书。作为教材，这书适合于修完第一学年力学和数学研究生课程的学生。为适于作为教科书，每一章都附有一套习题，可用来测验读者的理解程度，同时也可进一步阐明基本概念。

本书是在我在西北大学(Northwest University)给研究生上课的讲义的基础上发展而成的。1969年春，该教材的主要部分尚是打印的一系列讲座用的讲义，当时我是加利福尼亚大学拉·乔拉分校(University of California in La Jolla)的客座教师。对于能有那次机会，在此我深表谢意。我也要感谢台尔夫特工业大学(Technological University of Delft)的马格涅菲克斯(Rector Magnificus)校长和 Ir·可奈利·盖尔德曼基金会(Ir. Cornelis Gelderman fund)的董事们，感谢他们在1970—1971年邀请我作为工业大学机械工程系的客座教授。我在台尔夫特时

完成了更多的手稿。我十分感谢那段时间西北大学给了我学术休假。

关于第五章和第六章的材料，我应该感谢 R. D. 明德林 (Mindlin) 教授的讲座和著作。第三章的主要部分是根据德·霍普 (A. T. de Hoop) 教授的论文和斯特堡 (E. Sternberg) 教授的著作而写成的。我也要感谢我的许多同事，他们阅读了本书各个章节并给我提出了建设性意见。毋庸赘言，书中内容及逻辑上的错误，仅由我个人负责。

特别要对茹思·H·迈耶 (Ruth H. Meier) 女士致谢，多年来，她的秘书工作做得很出色，在将本书材料不断整理安排的过程中，她多次反复打印了大部分书稿。

最后，我希望本书能将波传播这一现象的使人着迷的诸方面介绍给读者，并希望它能正确反映出所用到的数学方法之精湛。

J.D. 阿肯巴赫

目 录

序言

绪论(1)

机械扰动的传播.....(1)

连续介质力学.....(3)

内容概述.....(4)

历史简介.....(6)

参考文献.....(8)

第一章 弹性连续介质的一维运动.....(9)

1.1 引言(9)

1.2 一维非线性连续介质力学(10)

1.2.1 运动(10)

1.2.2 变形(11)

1.2.3 时间变化率(11)

1.2.4 质量守恒(13)

1.2.5 动量平衡(14)

1.2.6 能量平衡(15)

1.2.7 线性化理论(16)

1.2.8 线性化理论的记号(19)

1.3 受均匀表面作用力的半空间(20)

1.4 反射和透射(24)

1.5 一维纵向应力波(27)

1.6 谐波(28)

1.6.1 行波(28)

1.6.2	复数表示	(29)
1.6.3	驻波	(30)
1.6.4	自由振动振型	(30)
1.7	时间谐波的能流	(31)
1.7.1	单位面积时间平均功率	(32)
1.7.2	能流速度	(33)
1.7.3	驻波的能量传输	(34)
1.8	富里埃(Fourier)级数和富里埃积分	(34)
1.8.1	富里埃级数	(35)
1.8.2	富里埃积分	(37)
1.9	富里埃积分的应用	(38)
1.10	习题	(40)
	第一章参考文献	(43)

第二章 线弹性理论.....(44)

2.1	引言	(44)
2.2	记号和数学预备知识	(45)
2.2.1	指标记号	(45)
2.2.2	矢量算符	(46)
2.2.3	高斯(Gauss)定理	(47)
2.2.4	记号	(47)
2.3	运动学和动力学	(48)
2.3.1	变形	(48)
2.3.2	线动量和应力张量	(48)
2.3.3	动量矩的平衡	(49)
2.4	均匀各向同性线弹性体	(50)
2.4.1	应力-应变关系	(50)
2.4.2	应力和应变偏量	(51)
2.4.3	应变能	(52)
2.5	动弹性理论问题的表述	(53)

2.6	一维问题	(54)
2.7	二维问题	(55)
2.7.1	反平面剪切	(56)
2.7.2	平面内运动	(56)
2.8	能量恒等式	(57)
2.9	汉密尔顿(Hamilton)原理	(58)
2.9.1	原理的叙述	(58)
2.9.2	运动的变分方程	(60)
2.9.3	汉密尔顿原理的推导	(61)
2.10	位移势	(62)
2.11	直角坐标系中方程的汇总	(63)
2.12	正交曲线坐标	(65)
2.13	圆柱坐标系中方程的汇总	(70)
2.14	球坐标系中方程的汇总	(72)
2.15	理想流体	(75)
第二章参考文献		(76)

第三章 弹性动力学理论

3.1	引言	(77)
3.2	解的唯一性	(78)
3.3	动力互易恒等式	(80)
3.4	位移场的标量势和矢量势	(83)
3.4.1	位移表达	(83)
3.4.2	完备性定理	(83)
3.5	矢量的海姆霍茨(Helmholtz)分解	(85)
3.6	体力产生的波动	(87)
3.6.1	辐射	(87)
3.6.2	弹性动力学解	(90)
3.7	二维辐射问题	(91)
3.8	弹性动力问题的基本奇异解	(93)

3.8.1	点荷载	(53)
3.8.2	压缩中心	(99)
3.9	三维积分表示	(100)
3.9.1	克希霍夫(Kirchhoff)公式	(100)
3.9.2	弹性动力学表示定理	(101)
3.10	二维积分表示	(103)
3.10.1	基本奇异解	(103)
3.10.2	反平面线荷载	(105)
3.10.3	平面内线荷载	(106)
3.10.4	积分表示	(107)
3.11	边值问题	(108)
3.12	稳态时间简谐响应	(112)
3.12.1	简谐源	(112)
3.12.2	海姆霍茨方程	(114)
3.12.3	海姆霍茨第一(内部)公式	(114)
3.12.4	海姆霍茨第二(外部)公式	(115)
3.12.5	二维稳态解	(116)
3.13	习题	(117)
	第三章参考文献	(119)

第四章 无限介质中的弹性波(121)

4.1	平面波	(121)
4.2	时间简谐平面波	(123)
4.2.1	非均匀平面波	(124)
4.2.2	慢度图	(126)
4.3	球极对称的波动	(126)
4.3.1	控制方程	(126)
4.3.2	球腔受压	(127)
4.3.3	谐波叠加	(131)
4.4	轴对称二维波动	(133)

4.4.1	控制方程	(133)
4.4.2	谐波	(134)
4.5	波阵面的传播	(136)
4.5.1	传播间断	(137)
4.5.2	波阵面上的动力学条件	(138)
4.5.3	波阵面上的运动学条件	(139)
4.5.4	波阵面和射线	(140)
4.6	波阵面后的展开	(142)
4.7	用特征线性解轴向剪切波	(146)
4.8	径向运动	(150)
4.9	波方程的齐次解	(152)
4.9.1	恰普雷金 (Chaplygin) 变换	(152)
4.9.2	线荷载	(154)
4.9.3	弹性楔体中的剪切波	(155)
4.10	习题	(158)
	第四章参考文献	(162)

第五章 弹性半空间中的平面谐波

5.1	在平面界面上的反射和折射	(164)
5.2	平面谐波	(165)
5.3	时间谐波的能流量	(165)
5.4	相联的半空间	(166)
5.5	SH波的反射	(168)
5.6	P波的反射	(170)
5.7	SV波的反射	(175)
5.8	自由面上能量的反射和分配	(179)
5.9	SH波的反射和折射	(180)
5.10	P波的反射和折射	(183)
5.11	瑞利(Rayleigh)面波	(185)
5.12	斯东利(Stoneley)波	(192)

5.13 慢度图	(193)
5.14 习题	(195)
第五章参考文献	(198)

第六章 波导中的谐波 (200)

6.1 引言	(200)
6.2 弹性层中的水平偏振剪切波	(201)
6.3 SH 波型的频谱	(204)
6.4 层中 SH 波的能量传输	(206)
6.5 能量传播速度和群速度	(209)
6.6 乐甫(Love)波	(216)
6.7 弹性层中的平面应变波	(218)
6.8 瑞雷-兰姆(Rayleigh-Lamb)频谱	(223)
6.9 圆截面杆中的波	(232)
6.10 实心圆杆的频谱	(236)
6.10.1 扭转波	(237)
6.10.2 纵向波	(238)
6.10.3 弯曲波	(242)
6.11 杆的近似理论	(245)
6.11.1 伸长运动	(245)
6.11.2 扭转运动	(246)
6.11.3 弯曲运动——贝努里-欧拉(Bernoulli-Euler)模型	(246)
6.11.4 弯曲运动——铁木辛柯(Timoshenko)模型	(247)
6.12 板的近似理论	(249)
6.12.1 弯曲运动——经典理论	(250)
6.12.2 横向剪切和转动惯量的影响	(250)
6.12.3 伸缩运动	(252)
6.13 习题	(253)

第六章参考文献	(255)
第七章 半空间的受迫运动	(258)
7.1 积分变换法	(258)
7.2 指数变换	(260)
7.2.1 指数富里埃变换	(261)
7.2.2 双侧拉普拉斯(Laplace)变换	(263)
7.2.3 单侧拉普拉斯变换	(265)
7.3 其他积分变换	(266)
7.3.1 富里埃正弦变换	(266)
7.3.2 富里埃余弦变换	(266)
7.3.3 亨克尔(Hankel)变换	(267)
7.3.4 梅林(Mellin)变换	(267)
7.4 积分的渐近展开	(268)
7.4.1 一般考虑	(268)
7.4.2 瓦特生(Watson)引理	(269)
7.4.3 富里埃积分	(269)
7.4.4 鞍点法	(270)
7.5 稳相法和最速下降法	(271)
7.5.1 稳相近似	(271)
7.5.2 最速下降近似	(275)
7.6 受反平面表面扰动的半空间	(279)
7.6.1 精确解	(280)
7.6.2 渐近表示	(284)
7.6.3 最速下降近似	(285)
7.7 时间谐和变化线荷载的兰姆(Lamb)问题	(286)
7.7.1 平面应变状态的控制方程	(286)
7.7.2 稳态解	(287)
7.8 无限介质中突然作用的线荷载	(291)
7.9 卡尼阿-德·霍普(Cagniard-de Hoop)方法	(294)

7.10	关于线荷载解的一些结果	(297)
7.11	半空间中的瞬态波	(299)
7.12	半空间上的垂直点荷载	(305)
7.12.1	求解方法	(306)
7.12.2	$z=0$ 的垂直位移	(309)
7.12.3	$\lambda=\mu$ 的特殊情形	(311)
7.13	垂直点荷载产生的表面波	(314)
7.14	习题	(317)
	第七章参考文献	(321)

第八章 层和杆中的瞬态波 (323)

8.1	概述	(323)
8.2	层的强迫剪切运动	(323)
8.2.1	稳态简谐运动	(325)
8.2.2	瞬态运动	(327)
8.3	层的瞬态平面内运动	(328)
8.3.1	求解方法	(329)
8.3.2	变换的反演	(332)
8.3.3	稳相法的应用	(334)
8.4	层上的点荷载	(339)
8.5	杆的冲击	(341)
8.5.1	精确解	(344)
8.5.2	变换的反演	(346)
8.5.3	长时质点速度的估计	(347)
8.6	习题	(350)
	第八章参考文献	(353)

第九章 波在裂缝旁的散射 (354)

9.1	混合边值问题	(354)
9.2	反平面剪切运动	(355)

9.2.1 格林(Green)函数	(355)
9.2.2 混合边值问题	(359)
9.3 维纳-霍普夫(Wiener-Hopf)方法	(362)
9.4 函数的分解	(366)
9.4.1 一般步骤	(366)
9.4.2 例:瑞雷函数	(368)
9.5 水平偏振剪切波的绕射	(369)
9.6 纵波的绕射	(377)
9.6.1 问题的表述	(377)
9.6.2 维纳-霍普夫方法的运用	(379)
9.6.3 变换的反演	(382)
9.7 习题	(386)
第九章参考文献	(388)

第十章 温度和粘弹性的影响以及 各向异性和非线性的影响..... (389)

10.1 热效应	(389)
10.2 耦合热弹性理论	(390)
10.2.1 时间谐和平面波	(390)
10.2.2 横波	(391)
10.2.3 纵波	(392)
10.2.4 瞬态波	(393)
10.2.5 次声	(395)
10.3 解耦的热弹性理论	(396)
10.4 线性粘弹性固体	(396)
10.4.1 粘弹性性质	(397)
10.4.2 三维本构方程	(398)
10.4.3 复模量	(399)
10.5 粘弹性固体中的波	(400)
10.5.1 简谐波	(400)

10.5.2	纵波	(401)
10.5.3	横波	(401)
10.5.4	瞬态波	(401)
10.5.5	间断的传播	(404)
10.6	各向异性材料中的波	(406)
10.7	瞬态非线性波传播问题	(408)
10.8	习题	(414)
第十章参考文献		(415)
主题词索引		(417)

绪 论

机械扰动的传播

在离开激励区一定距离的位置上，介质的局部激励并不是立即被感知的，扰动从其激励源传播到其他位置需要时间。扰动传播的这一现象，大家在实际经历中都已相当了解，而且立时就能想出一些直观的例子来。例如地震或者地下核爆炸在它发生之后许久才能在另一大陆记录到。由于扰动在空气中的速度，即声速，一般要比炮弹的速度小，因而远程炮的爆声在炮弹到达之后才能听到。更为人们熟悉的扰动传播现象有绳索中的波动和水面上的涟漪。这些例子说明了机械波运动和机械波传播。

机械波产生于一部分可变形介质的强迫运动。当介质单元变形时，扰动从一点传到下一点，这样，扰动即波就在介质中推进。在这个过程中，必须克服由于介质的致密性而产生的对变形的阻抗，以及介质的惯性对运动的阻抗。当扰动在介质内传播时，它携带着一定数量的动能和势能形式的能量。通过波动，能量可以被传过很远的距离。能量传输的实现，是由于从一个质点到下一个质点的渐进运动，而不是通过整个介质的持久的总体运动。机械波的特点在于通过质点在平衡位置附近的运动来传递能量。因此，介质的总体运动，例如流体涡旋中发生的运动就不是波动。

可变形性和惯性是介质得以传递机械波运动的最根本性质。

如果介质不能变形,则在局部激励作用下介质的任何一部分将立即受到内力或加速度形式的扰动。同样,如果一种假想的介质没有惯性,就没有不同质点位移的滞后,从质点到质点的扰动传递,在瞬间便达到最远处的质点。在后面几章,将用解析式表明,机械扰动传播的速度总是表示为定义变形抗力的参数与定义介质惯性的参数之比的平方根的形式。当然,一切实际材料都是可变形的,并且具有质量,因而一切实际材料都能传递机械波。

起初,介质的惯性阻止运动,但一旦介质进入运动,介质的惯性和弹性一起将促使运动继续。如果过了一定时间之后,外部作用的激励稳定了,则介质的运动最后由于摩擦损耗而渐渐平息,并达到静力变形状态。动力效应的重要与否取决于两个特征时间:表征外部扰动作用的时间及扰动在物体中传播的特征时间的相对大小。

假设我们考虑一固体,它在点 P 受一外部扰动 $F(t)$ 作用。分析的目的是要计算作为空间坐标及时间的函数的变形和应力分布。如果扰动传播的最大速度是 c ,且在时间 $t=0$ 时作用有外部扰动,则在 $t=t_1$ 和 $t=t_2$ 时的扰动区域以圆心在 P 、半径分别为 ct_1 和 ct_2 的球面为界。因此,整个物体在 $t=r/c$ 时被扰动,式中 r 是物体内部离开 P 的最大距离。现在假设 $F(t)$ 的显著变化发生在时间 t_0 内。那么就可以说:如果 t_0 和 r/c 是同一数量级的,则动力效应是重要的。如果 $t_0 \gg r/c$,从本质上说,问题是准静态的而不是动态的,此时惯性作用可以忽略。因此,对于小尺寸的物体,若 t_0 较小时,则须进行波传播分析。如果撤去激励源,则物体经过一定时间便恢复静止。对于激励源作用后又被撤去的情况,如果作用的时间间隔与扰动传经物体的特征时间为同一数量级时,波动效应将是重要的。有限尺寸的物体承受爆炸源荷载和冲击荷载时便属于这种情况。对于持续的外部扰动,如果外部作用扰动随时间迅速变化,即频率较高时,则需考虑波动效应。

在数学上,一维行波用式子 $f=f(x-ct)$ 来定义,式中,作为空间坐标 x 和时间 t 的函数, f 代表扰动,它是某一物理量的