弓肇祥 著

广义模态逻辑

中国社会科学出版社

弓肇祥 著

广义模态逻辑

中国社会科学出版社

（京）新登字 030 号

责任编辑：李　辑
责任校对：李　华
封面设计：鹿耀世
版式设计：王丹丹

广义模态逻辑
GUANGYI MOTAI LUOJI

出版发行　中国社会科学出版社
（北京鼓楼西大街甲 158 号）
编码 100720　电话 441531
经　　销　新华书店
印　　刷　中国人民大学出版社印刷厂

850×1168 毫米　32 开本　12.125 印张　2 插页　312 千字
1993 年 4 月第 1 版　1993 年 4 月第 1 次印刷
册数：1—1 200 册

ISBN 7—5004—1063—8/B·217　定价：10.00 元

前　言

广义模态逻辑是现代逻辑的重要分支。它的蓬勃发展正不断地拓宽逻辑研究的领域，丰富逻辑科学的内容；它的一些研究成果已被计算机科学所吸取并在实践中得到应用；它的一些理论和方法对哲学、语言学、规范科学产生了深远影响。

本书是广义模态逻辑方面导论性质的著作。它陈述了现代模态逻辑、时态逻辑、道义逻辑和认知逻辑的基本内容和发展概况。作者试图为逻辑学、哲学、语言学、法学、数学和计算机方面的科学工作者、研究生和高年级大学生提供一部具有现代水平的广义模态逻辑参考书。对作者来说这是一种大胆的尝试，是否成功有待于读者评定。

逻辑学是研究推理的科学。从信息论的观点看，推理过程就是信息变换过程，即由已获得的信息经过加工而得到新信息的过程。信息载体是语言。因此对信息负荷者（自然的或人工的）语言进行精确的逻辑分析是现代逻辑的重要任务。语言的逻辑分析包括语形分析和语义分析两个方面。作者在讨论广义模态逻辑各分支时也这样做，用较多的篇幅讨论逻辑语义学问题。

作者认为要想深入了解某一学科，就有必要了解它的历史发展情况。所以，本书在陈述某一逻辑分支时，常常简述它的发展概况，试图描绘出该分支的发展轮廓，为读者进一步研究提供一些线索。

本书涉及面较广，而且各章的难易程度不同，因此读者可以根据自己需要选择某些章节阅读而略去另一些章节。第四章、

第七章第十节、第九章第五节的内容较难，初读时可以略去不读

本书在撰写过程中参考了国内外一些文献，特别是直接引用了书末所列著作的有关章节的材料。在此对这些著作的作者们致谢。

由于作者学识浅薄，本书有许多不当甚至错误的地方，望读者们指正。

本书作者在写作过程中得到了哈尔滨师范大学政教系的领导和同事们的支持，并得到了黑龙江省教委的资助。同时还得到了下述老师和同志的指导和帮助：中国社会科学院丁伟志老师、周礼全研究员、张家龙、陈中立研究员、北京市社会科学院王雨田研究员、北京大学宋文坚教授、杨州师范学院张宏裕教授、哈尔滨师范大学王棠、申正、戴希培、赵守智教授。

中国社会科学出版社的李树琦同志为本书出版做了大量工作，付出了辛勤劳动。

我向以上各位老师和同志表示深深的谢意。

作者

1993年4月22日

目　录

第一章 一阶逻辑

第一节 命题逻辑

命题逻辑（又称语句逻辑或真值函项逻辑）是关于未解析命题的推理理论，即是关于由真值联结词(或真值算子)所构成的复合命题的逻辑特征及其规律的逻辑演算理论。它是数理逻辑的基础部分。

一、命题和命题形式

命题是陈述世界状态或事件状态的语句。这种陈述可以是真的，也可以是假的。因此，命题是有真假的。例如，命题"世界上现存的物种都是长期进化的产物"是真的，而命题"4是素数"则是假的。一般说来，所有陈述句都表达命题，而感叹句、祈使句和疑问句则不直接表达命题。

严格说来"陈述句"是语法概念而不是逻辑概念。从逻辑上看命题是陈述句的含义。

在这里，真和假称做命题的逻辑值或真假值(简称真值)。如果一个命题是真的，就说它的逻辑值为真，而如果一个命题是假的，就说它的逻辑值是假的。

在日常语言中，我们常常使用象"并非"、"和"（"并

且”)、“或”、“如果…，那么…”、“当且仅当”等联结词，把简单句结合为复合句。在逻辑中，把这些词项称做**命题联结词**。命题联接词和量词称做**逻辑常项**。

有的逻辑学家认为，逻辑学就是规定出这些语词的确切含义和运用它们的一般规则的学科。

不包含命题联结词的命题被称做**原子命题**或**初等命题**。如“笛卡儿是法国哲学家”、“2+2=5”。

包含逻辑联结词的命题称做**复合命题**。如，“如果一个发光天体以很高的速度背离我们而去，那么我们所见到的光线光谱就会发生红移现象”、“2是素数并且它也是偶数”、“曹操是唐朝人，或者他是宋朝人”。

复合命题也有真假。例如，上述三个复合命题中的第一、第二个是真的，而第三个则是假的。

复合命题的真值是由组成它的原子命题的真值决定的。例如，由原子命题“宇宙间充满着以太”和“光是在以太中传播的”构成的复合命题“宇宙间充满着以太并且光是在以太中传播的”是假的，这是因为两个假的命题由联结词“并且”结合成的复合命题一定是假的。正因为如此，我们才把这类联结词称做**真值函项联结词**。

在科学论断中，特别是在数学论断中，我们常常遇到一些其含义不完全确定的类似于命题的表达式。如，“x是素数”、“如果p，那么q”、“玫瑰花是F”等等。这些表达式是有意义的，但是意义不完整，因而不能确定其真值。其中包含的字母x、p、q、F都是变项。在这里x显然是代表自然数中任何一个，p和q代表任意命题，而F则代表任何一种属性。我们把象上面那些包含变项的表达式称做**命题形式**。命题逻辑的重要任务是研究命题形式及其相互关系。

在逻辑文献中，把命题和命题形式称做**公式**。如，

$$\lim_{x \to 0}\frac{e^x-1}{x}=1 \text{和} x=|x|$$

就是公式.其中，前者是命题，后者是命题形式。而

$$5-2, \qquad x/y, \qquad \lim_{x \to 0}\frac{e^x-1}{x}$$

则不是公式。其中，第一个代表一个数的名称，我们称它为**对象名称**；第二个和第三个则是**名称形式**。我们把名称和名称形式称做**项**。项和公式的区别是重要的。

所有命题形式都表达真值函项。所谓**真值函项**是指其自身的值和其所包含的变项的值都取真值的函项。真值函项可以有一个、两个或若干个主目。从数学角度看，主目就是独立的变元。于是f(p)是p的真值函项，当且仅当它的真值完全由p的真值所决定。同样f(p，q)是p和q的真值函项，当且仅当它的真值唯一由p和q的真值所决定。

二、命题逻辑的语言

我们所讨论的命题逻辑语言是一种人工的符号语言，这种语言能够清楚而准确地表达命题的结构。

语言是传达信息的表意符号系统。从形式上看，一种语言应由两部分构成：1.字母表或符号的集合；2.形成有独立含义的语言单位的规则。在形式语言中，往往只列举出初始符号的目录，其它符号可通过定义引入。而形成正确语言单位的规则称做**形成规则**(或合式公式定义)。

本书所使用的命题逻辑系统PM，其语言的构成要素如下：

1. **初始符号**：(1)**命题变项**：p，q，r，s，p_1，q_1，r_1，s_1，…；(2)**逻辑常项**：$\neg$，$\vee$；(3)**技术符号**：(，)

2. **形成规则**：(1)单独存在的命题变项是合式公式；(2)如果A是合式公式，那么$\neg A$是合式公式；(3)如果A和B 是合式公式，那么$A\vee B$是合式公式。

定义：

Def$\wedge$ ： $A\wedge B =_{Df} \neg(\neg A\vee\neg B)$

Def$\rightarrow$ ： $A\rightarrow B =_{Df} \neg A\vee B$

Def$\leftrightarrow$： $A\leftrightarrow B =_{Df} (A\rightarrow B)\wedge(B\rightarrow A)$

为了省略括弧，我们规定符号 $\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$的结合力依次递减。例如，$(p\wedge q)\rightarrow(p\vee q)$可以简写做$p\wedge q\rightarrow p\vee q$

这里所使用的大写拉丁字母A，B，C，…不属于我们所讨论的命题逻辑系统的语言，它是属于我们用来讨论命题逻辑系统语言的语言。我们把前者（命题逻辑系统的语言）称做**对象语言**，把后者（用来讨论命题逻辑系统语言的语言）称做**元语言**（**或语法语言**）。所谓对象语言是作为讨论的对象的语言，而用于讨论对象语言的语言则是元语言。例如，在一本用汉语写的英语语法书中，被讨论的用英文书写的语词和语句属于对象语言，而其中所用的汉语就是元语言。上面用元语言变项A，B，C，…等记写的公式$\neg A$，$A\vee B$等不是对象语言公式，而是**公式模式**。其中的A，B可以代入任何合式公式。如$p\vee q$，$(p\rightarrow q)\vee r$，$p\vee(q\wedge r)$等等公式都是公式模式$A\vee B$的示例。

三、逻辑符号语义学

现在我们对逻辑符号进行解释，并且借助图表给出它们

的确切含义。这就使我们进入逻辑语义学范围。而我们在上面所讨论的内容是属于逻辑语形学范围。所谓**逻辑语形学**是指研究符号之间关系的理论，而**逻辑语义学**是研究符号与它们所表示的对象之间关系的理论，也就是关于符号的解释理论。

我们确定五个基本逻辑符号的含义如下：

1. **否定号** $\neg$

公式p的否定记做 $\neg p$。显然，如果p是真的，那么 $\neg p$ 就是假的；而如果p是假的，那么 $\neg p$ 就是真的。我们用真值表示定义 $\neg p$ 的值：

(1)

p	$\neg p$
T	F
F	T

在这里，"T"指称"真"（或"真值真"），"F"（或⊥）指称"假"（或"真值假"）。由表可看出，当我们给定p的值时，就能给定 $\neg p$ 的值。于是，联结词 $\neg$ 可以看作由集合{T，F}取值的函项 $f^{\neg}$：

$f^{\neg}(T)=F$，

$f^{\neg}(F)=T$

例如，命题"孔子是大教育家"是真的，而它的否定"并非孔子是大教育家"则是假的；"孔子不是大教育家"是假的，而其否定"并非孔子不是大教育家"则是真的。

2. **合取号** $\wedge$

用联接词 $\wedge$ 结合起来的公式 $p\wedge q$ 称做**合取式**。由于p和q中每一个都可能是真的或假的，所以它们的真假组合有下述四种可能情况：p和q都是真的；p真q假；p假q真；p假q假。而一个合取式是真的，当且仅当p和q都是真的；而其余场合它是假的。于是，我们有表：

(2)

p	q	p∧q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

联结词∧是二元真值函项$f^{\wedge}$：

$f^{\wedge}(T, T)=T$,

$f^{\wedge}(T, F)=f^{\wedge}(F, T)=f^{\wedge}(F, F)=F$。

例如，命题"莱布尼茨是哲学家并且他也是数学家"是真的，因为它的两个支命题都是真的。命题"4是偶数并且4是素数"则是假的，因为它的第一个支命题虽然是真的，但第二个却是假的。

3. 析取号∨

我们用p∨q指称"p或q"，并且把它称做**析取式**。这里，是在相容意义下使用"或"字的，其含义是"至少有一个是真的"。于是，一个析取式是真的，当且仅当p和q中至少有一个是真的。如果p和q都是真的，那么p∨q也是真的。只有p和q都是假的时，p∨q才假。于是，我们有表：

(3)

p	q	p∨q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

联结词∨是二元真值函项$f^{\vee}$：

$f^{\vee}(T, T)=f^{\vee}(T, F)=f^{\vee}(F, T)=T$,

$f^{\vee}(F, F)=F$

例如，命题"司马迁是历史学家或是物理学家"是真的，因为它的第一个支命题是真的，第二个是假的。而命题"病毒是动物或细菌是动物"则是假的，因为它的两个支命题都是假的。

不相容的“或”，即“p或q，但不是二者”可用公式$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$来表达

4.蕴涵号→

我们用$p \to q$指称“如果p，那么q”或“p蕴涵q”。箭头左面的变项称做**前件**，箭头右面的变项称做**后件**。$p \to q$是真的，当且仅当它的前件p是假的或后件q是真的。只有当前件p真而后件q假时，它才是假的。于是，我们有表：

(4)

p	q	$p \to q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

联结词→是二元真值函项$f^{\to}$：

$f^{\to}(T, T) = f^{\to}(F, T) = f^{\to}(F, F) = T$,

$f^{\to}(T, F) = F$

例如，命题“如果你能揪着自己的头发上天，那么我就能头朝下行走”是真的，因为它的前件和后件都是假的。有人认为象“如果草是红色的，那么月亮是由绿乳酪做的”这类命题是无意义的。

5.等值号↔

我们用$p \leftrightarrow q$指称“p当且仅当q”。$p \leftrightarrow q$是真的，当且仅当p和q都是真的或都是假的。于是，我们有表：

(5)

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

联结词↔是二元真值函项$f^{\leftrightarrow}$：

$f^{\leftrightarrow}(T, T) = f^{\leftrightarrow}(F, F) = T$,