

运
筹
学
基
础
知
识

初级自然科学自学丛书

运筹学基础知识

江苏人民出版社

初级自然科学自学丛书

运筹学基础知识

· 周伯璜编著

江苏人民出版社

內 容 提 要

这是一本数学知识读物，适合于高小毕业和初中文化程度的读者自学。书中重点介绍了运筹学中的重要部分——线性规划；对于运筹学的其他组成部分也作了扼要介绍；学完本书可以对运筹学的全貌有个初步认识。书中主要是介绍应用方法；理论方面多用实例来说明，避免了许多抽象的证明。

初級自然科学自学丛书

运 筹 学 基 础 知 识

周伯璜編著

*

江苏省书刊出版业营业许可証出〇〇一号

江 苏 人 民 出 版 社 出 版

南 京 湖 南 路 十 三 号

江苏省新华书店发行 江苏新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092 耗1/32 印张 7 9/16 字数 167,000

一九六一年十二月第一版

一九六一年十二月南京第一次印刷

印数 1—10,000

前 言

自从1958年以来,在党的领导与三面紅旗的光輝照耀下,我国許多数学工作者,走出了課堂,到工厂,到公社,与干部、群众結合在一起,运用了运筹学,特别是綫性规划(是运筹学里规划論中的一个部分),解决不少生产实践中的問題,为国家节省并創造了不少的財富。事实說明:任何一門学科,只有在群众掌握了以后,这門学科才能發揮出它应有的威力,才能正常而迅速地发展。

写本书的目的,就是要让工人与农民同志們能通过自学来掌握运筹学中的一些基本方法。我的希望是有小学毕业程度的讀者可以看懂并掌握本书的一部分,而有一些初中代数知識的讀者可以看懂全书(实际上,除了第七章需要二次方程以外,其余各章只要会联立一次方程就够了)。为此,书中主要介紹应用的方法;在理論方面,基本上用具体实例來說明,避免了許多抽象的証明。在现阶段看起来,綫性规划仍然是运筹学中解决生产問題最重要的一部分,因此本书的重点放在綫性规划上。至于运筹学的其他組成部分,多少也触及一些,使讀者在讀过这本书以后,对运筹学的全貌有一些初步的認識。

本书包含着不少的实际例子,这些例子大多是近几年来各地数学工作者从实际生产中得来的,不过都已改头換面,不是原来的問題了。近几年来,我国在綫性规划上取得的成果很大,所研究出来的方法很多,个人所见有限,而且其中某些

方法似乎很难为一个具有初中代数程度的人所掌握，加之限于篇幅，因而也不可能把它们都一一列出。相信读者在掌握本书的方法后，在实践中还可以发现更多的問題，也能研究出更好的方法。

最后，笔者水平有限，錯誤和不妥之处势所难免，希望讀者提出批評和指正。

作 者：1961年6月

目 录

緒 論	1
第一章 綫性规划的图上作业法	6
第一节 什么是图上作业法	6
第二节 一条路綫的作法	9
第三节 有环行綫的作法	11
第四节 有几条环行綫的作法	16
第五节 产销不平衡的作法	21
第二章 綫性规划的表上作业法	23
第一节 什么是表上作业法	23
第二节 就近供应法	26
第三节 检查基本方案的第一种方法	34
第四节 检查基本方案的第二种方法	40
第五节 怎样改进方案	44
第六节 求极大值問題的作法	54
第三章 一般綫性规划問題的解法	56
第一节 从养猪配飼料談起	56
第二节 关于綫性方程	61
第三节 求表达式的方法	70
第四节 一般綫性规划問題的解法	76
第五节 求极大值問題的解法	88

第六节	回到配猪飼料問題	91
第四章	綫性规划在农业上的一些应用	100
第一节	作物布局	100
第二节	定肥定工	109
第三节	輪种与間种的规划	122
第四节	劳力組合与劳力調配	129
第五节	工分比与工效比	134
第六节	稻场与肥庫的設置	145
第五章	綫性规划在工业上的一些应用	151
第一节	机床任务的合理分配	151
第二节	一套三个零件的配套	158
第三节	劳力調配	167
第四节	合理用料	176
第六章	概率与质量控制	185
第一节	概率	185
第二节	排列与組合	188
第三节	概率的基本規律	192
第四节	质量控制	197
第五节	产品交付	202
第七章	排队、规划与策略	208
第一节	能赶得上車嗎	208
第二节	要不要排队	212
第三节	更好地为顾客服务	216
第四节	零件加工的排序問題	223
第五节	数学规划	226
第六节	怎样战胜对手	231

緒 論

我国古代常用“运筹于帷幄之中，决胜于千里之外”这样一句话来形容一个有才能的军事家。这里的运筹与我们所要谈的运筹学是不相同的。固然运筹学确有这么一个分支叫策略论，它在军事上有一定的用处，也曾起着一定的作用，但是总的说来运筹学主要是为工农业生产服务的。运筹学中的“运”是运算的意思，“筹”就是筹划。运筹学就是应用数学的方法，来制定一种规划或方案，使得在有利的时候，能取得最大的效果，而在不利的时候，避免可以避免的损失。

任何一门科学都不是一夜之间诞生的，更不是哪一个科学家“灵机一动”而想出来的，它们都是在生产不断发展中，由于生产上的需要而逐渐地发展起来的。在工业革命以前，小业主们凭借着几件简单的工具来从事个体劳动，有时也雇用少数的工人，他们不需要机器，更不需要电力，因而也不需要较高深的科学。可是，随着生产的发展，人们逐渐地不满足于那样低效率的劳动，这就推动了工业革命，从而也推动了科学。工业革命以后，大量的机器产生了，工人们由个体劳动者变成了集体劳动者，生产上有了很大的发展。经过一段时期以后，人们又不满足于当时的生产情况，要求更进一步地提高产品质量，生产出更多更好的东西，于是更高深的科学就开始萌芽。由此，也就形成了运筹学的思想基础。

运筹学这个名词虽然是在 1940 年前后才提出来的，但是从文献上来看，运筹学的思想，远的可以追溯到二千多年以

前，近的也可回溯到上一世紀的中叶。

我国在战国时代有一个齐国，齐国的国王与他手下的一个巨子田忌有一次在临淄賽馬。他們都有上馬、中馬、下馬等三匹馬，競賽分三场进行，每场各出一匹馬参加競賽。就同等級的馬來說，国王的馬都比田忌的馬好，因此，如果用同等級的馬來競賽的話，国王肯定是会以三比零得勝的。但是由于田忌的上馬比国王的中馬跑得快，而田忌的中馬又比国王的下馬跑得快，所以田忌就听从了孙臆的意见，以他的下馬对国王的上馬，以他的上馬对国王的中馬，而以他的中馬对国王的下馬。競賽的結果，田忌反而以二比一获得了勝利。我們可以說，田忌是运用了最簡單的运筹学而获得勝利的。

在 19 世紀 80 年代，有人用統計的方法来調查研究工人挖煤所用的鍬子。如果鍬子很大，一个工人每一鍬鍬的煤就多，因而就容易疲乏，在一天之內反而不能挖出最多的煤。当然，鍬子太小，工效也不会高，所以当时提出来的問題是，鍬子應該多大，即每一鍬應該鍬多少煤，一个工人一天的工效才会最大。这时，可以說运筹学已經开始生根了。

到本世紀初叶，自动電話上占綫的問題發生了。這個問題促使了電話局的工作人員与数学工作者一道来研究占綫的次数及其分布的时刻，从而研究到底應該有多少对電綫自总局通到分局才最适当。后来发现，這個問題的解决，对于經濟、公用事业以及工业生产都有关系。因此，許多数学工作者在这方面进行了大量的研究。这些研究的結果形成了现在的排队論。

1939 年前后，苏联的交通运输上所發生的問題使得苏联的数学工作者研究了綫性规划，創始了规划論。随后，資本主义国家中的許多数学工作者，也加入了綫性规划研究的行列。

其后，由于生产进一步的发展，綫性规划已不足以应付生产上的迫切需要，因而非綫性规划，甚至于动态规划的問題也被提出来了。这就充实了规划論的内容。

把数学用于战争的問題在第一次欧洲大战时就已提出。早在1916年就有人企图把战争的策略問題列成一个数学方程来解决。在第二次世界大战的开头，在1940年，英国为了应付对希特勒德国的战争，召集了一批科学工作者，其中也包括了数学工作者，共同研究对德的战术問題。数学工作者把廿世紀初叶已經开始发展的博奕論加以引伸，使之能用于战争，变成策略論。同时，他們又广泛地应用了前一个世紀及本世紀所逐渐发展起来的数理統計、排队論等学科与策略論配合起来用于对德作战。他們称由这些学科配合起来的这个数学分支为运筹学。其后，同盟国的数学工作者又应用了运筹学，协助設計了一些方案，来保証同盟国之間的交通運輸。同时，也协助軍事当局来制定对德作战的許多战术計劃。

資本家們是无孔不入的。当他們知道了运筹学可以帮助他們賺錢以后，他們也就插足进来了。象美国的倍尔电话公司、太阳石油公司、美国橡胶公司、杜邦公司等大企业，都雇佣了許多数学工作者，专门研究运筹学，为他們筹划如何进一步剝削工人的劳动，并使他們能賺取更高的利潤。同时，这些人所研究的运筹学也帮助資本家們来排挤和并吞其他的資本家，并且进行“自卫”。

自从第二次大战以来，美国和英国的国防部都有机构庞大的运筹学研究的組織，专门用来研究打仗的問題。其他的資本主义国家，象比利时、荷兰、挪威、丹麦等，也都群起效尤。土耳其于1956年在他們的国防部科学顧問团內設立了运筹学小組。近年来，西德也在国防部資助并支持下，在許多大学內

設立了运筹學研究所。

雖然運籌學在為資產階級掌握以後，可以為資產階級服務；可是，運籌學在為我們所掌握以後，卻可以更好地為社會主義事業服務。我國開始注意運籌學的時期是比較遲的，至今才不過幾年的工夫。然而，在這短短的幾年中，我國在運籌學上——不論是方法上或是理論上卻有了飛躍的進展。特別是從1958年大躍進以來，在黨的領導下，用幹部、數學工作者與群眾三結合的工作方法，創立了不少土的、洋的以及土洋結合的方法，解決了許許多多工農業生產上的問題，開始形成了有我國特色的學科。這些問題的解決，使我們在生产上節省或創造了無數的財富，並且大力地推動了這門學科的發展。以山東省為例，從1958年起，開始重視了運籌學的研究。1959年10月，在山東省委的直接領導下，他們掀起了一个研究運籌學——從綫性規劃着手的群眾運動。在短短的一年內，在交通運輸方面、物資調撥方面、工業生產方面，以及農業生產、水利工程等方面，都取得了很大的成績。根據他們的經驗，在生产單位中運用了運籌學，一般可以提高工效5%—25%，工人的勞動強度與時間反而可以減少，而且原料利用率還可以提高。

目前運籌學還处在它的年青階段。在資本主義社會內，他們使用運籌學的目的是為資本家賺取更高的利潤，同時，一些資產階級的學者把運籌學的知識視為個人私有，不肯把它傳授給群眾，因此，運籌學在資本主義的社會里是不可能得到正常的發展的。與此相反，我們研究運籌學的目的是要加速建設社會主義，是為全體人民的利益着想的，所以我們也很樂意並期望廣大群眾能掌握這門學科，俾能多快好省地進行生产。不但如此，在大搞群眾運動的過程中，還會發現許多有關運籌

学方面的问题，这些问题的研究和解决将是运筹学发展的刺激素，也是运筹学发展的基本营养。因此，只有在社会主义制度下，才能真正发挥运筹学（以及其他的一切科学）的作用，这门学科才会正常茁壮地成长。

就我国目前的生产情况来说，线性规划无疑地是非常有用的，因而也是重要的。可是，运筹学的各个组成部分——规划论（线性规划是规划论中的一个部分）、质量控制、排队论、策略论，此外还有储存论（原料及产品的储存）、拆换论（机器零件的拆换问题）等也将在社会主义建设事业上起着重大的作用。随着我国生产在质与量上的不断提高与发展，运筹学的这些分支也必然会被我们广大群众所掌握，在群众中生根、茁长。

第一章 綫性规划的图上作业法

第一节 什么是图上作业法

通常，我們作一件事情，事先总要想一想怎样作法。如果有几种作法，我們就又要想一想哪一种作法最好。所謂“最好的作法”一般有两种含义：一种含义是，所得的效果虽然几种方法都差不多，但用最好的作法所出的力气最小，也就是說，出的代价最小；另一种含义是，虽然几种作法中出的力气都差不多，但是最好的作法却可提供最好的效果。“想一想”就是规划一下，想出来的主意就是方案。綫性规划就是运用一些数学上的方法来幫助我們对某些問題想出一个好的方案。

有許多簡單的問題是不需要用数学来解决的（其实是用数学方法）。例如，某人民公社要送 1,000 斤粮食到县里去，同时从县里也要帶 1,200 斤重的一件貨物回来，那么，这个人民公社就会用一辆可装 1,200 斤貨物的車子（或其他的运输工具），一方面把 1,000 斤粮食送进县城，另一方面在回程时又順便地把那 1,200 斤重的一件貨物帶回来。这就是运用了綫性规划的方法。表面上看来，用載重量 1,200 斤的車子来送 1,000 斤粮食似乎是浪費，但实际上是节省的，因为不然的話，这个公社还得另派一辆可装 1,200 斤貨物的空車去把那件 1,200 斤重的貨物接回来。送粮食的車子打空回来，而取貨的車子却打空上县里去，連打两次空車，当然是有浪費的。

对于某些比較复杂的問題，解法就不那么簡單了。仍以运输問題为例，我們往往会碰到这样的运输任务，其中所牽涉的貨物很多，要求也很复杂，有許多地点的貨物需要运出，也有許多地点需要运入貨物，如何来設計一种方案，使得只需調拨最少限度的运输工具与人力就能完成全部的运输任务，这是一个非常复杂的問題。但是这个問題的解决对国民經济所起的作用很大，因为这样就可以节省出大批的人力与物力来为社会主义的建設作更多的工作。从大的方面來說，全国范围内的貨物調运，例如煤、水泥、粮食、矿石等都与这个問題有关；而小到一个公社内部的調运，如果能更合理地設計出調用方案，都可以节省不少的人力与物力。

解决这些問題的有效而又簡便的方法，是我国数学工作者与广大群众一道在 1958 年所摸索研究出来的图上作业法。只要任务明确，有一张标出准确里程与道路条件（是否可通行汽車等）的地图，就可以用图上作业法来解决这一类的問題。因此，所謂图上作业法，就是用作图的方法对某一件任务（例如运输）設計出一个最好的方案。这是綫性规划的一种最簡捷的方法。

那么，什么是最好的方案呢？我們仍以运输問題来討論。上面說过，能够以最少限度的人力与物力（运输工具）就可完成运输任务的方案是最好的方案。但是，怎样計算所需的人力与物力呢？我們知道，运输量的多寡，不仅要看运的多少，也要看运的远近。“多少”与“远近”这两个因素合起来构成一个不可分割的整体。光看运的多少而不看运输的远近，或者光看运的远近而不考虑运的多少，都是不全面的。例如，假定一个整劳动力平均可以挑 100 斤重的担子一天走 50 里，那么，10 个整劳动力就可以在一天內把 1,000 斤重的貨运走

50 里。这就是說，10 个整劳动力，每人工作一天所起的效果就是把 1,000 斤重的貨运走 50 里。如果我們把这 10 个整劳动力重新安排一下，每人仍是工作一天（不过不在同一天），第一个人第一天把 100 斤重的貨运走 50 里，第二个人接着在第二天把这 100 斤重的貨再往前运 50 里，第三个人接着在第三天又把这 100 斤重的貨再往前运 50 里，……，象这样，在第十天的末了，这 10 个人就把这 100 斤重的貨物共計运走了 500 里。換句話說，在目前的安排下，我們仍然用了 10 个整劳动力，每人工作一天，其效果是把 100 斤重的貨物运走了 500 里。我們看到，同样是 10 个劳动日，一种安排是把 1,000 斤重的貨运走了 50 里，另一种安排是把 100 斤重的貨运走了 500 里。如果我們承认 10 个劳动日的劳动效果是一定的話，那么，1,000 斤重的貨运 50 里的运输量应该与 100 斤重的貨运 500 里的运输量是相等的。所以，在計算运输量时，我們总是把所运貨物的重量与所运的距离相乘，所得的数字就是运输量。例如，把 100 斤重的貨物运走 500 里所作的运输量就是

$$100 \times 500 = 50,000$$

它的单位就叫做斤里，就是說，把 100 斤的貨运走 500 里的运输量是 5 万个斤里。在铁路、公路、航运等运输企业方面，我們通常都以吨来作为重量的单位，而以公里来作距离的单位，因此，运输量就以吨公里来作单位，它就是把一吨的貨物运一公里所作的运输量，而且运量也是按照有多少吨公里来計算的。

运输量基本上可以代表人力与物力的消耗，因而所謂最好的方案就是指运输量最小的方案。

我們將在以下的三节中討論如何用图上作业法来設計一个最好的运输方案。

第二节 一条路线的作法

我們假定所需調运的貨物只有一种，例如大米。在某一个地区內(例如一个省，一个县，或者一个人民公社內)，我們要把在某些地方堆存的大米运到另外的一些地方去。为了便于叙述，我們把运出的地点叫做产地，运入的地点叫做銷地，而运出的量与运入的量分别叫做产量与銷量。由于产地运出的大米总归要运到銷地，所以总产量与总銷量是相等的。

我們先来确定任务。假定产地为五个，以大写拉丁字母 A、B、C、D、E 来表示，它們的产量分别为 25 吨、30 吨、15 吨、60 吨与 90 吨；銷地为四个，以小写拉丁字母 a、b、c、d 来表示，它們的銷量分别为 50 吨、80 吨、65 吨与 25 吨。从这个任务看来，由于所运的都是大米，因此从产地运出的大米到底运到什么地方是没有什么关系的；而銷地的大米从什么地方运来也是没有什么关系的。这就是說，只要能作出方案，并且按照这个方案进行时，能把所有的大米都从产地运出，而且使得运到各銷地的大米正好是上列的 50、80、65、25 吨就算完成了任务。但是仅能完成任务的方案并不一定是最好的，因此，为了要找出最好的方案，我們先繪制一张图(图 1)。

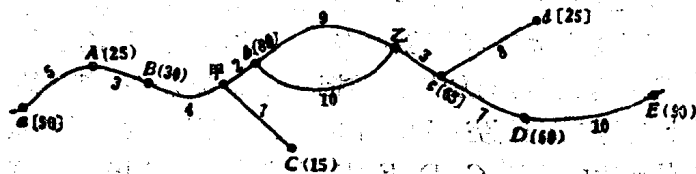


图 1

在这张图中，我們标出了所有的产地与銷地，这里的甲、

乙两地既不是产地也不是销地，不过它们是岔路口，所以也标了出来。两地之间的数字表示距离，例如 aA 之间的 5 就表示 a 与 A 之间沿这条路的距离是 5 公里。产地的产量用圆括号内的数字表示，例如 A 旁的 (25) 表示产地 A 的产量是 25 吨。销地的销量用方括号内的数字来表示，例如 a 旁的 [50] 表示销地 a 的销量是 50 吨。

现在我们就在图上来设计。设计的原则有两条：

第一条：走最短的路线。例如在 b 乙之间有两条路，一是 9 公里，另一是 10 公里，而且 10 公里的那段岔路上既无产地，又无销地，没有非走不可的理由，因此，我们调运大米时，可以根本不考虑这段岔路，只考虑走 9 公里的那段路就行了。

第二条：防止对流现象。如果我们设计不够周密，就会发现方案中有经乙调一部分大米到 b ，又从 b 调一些大米过乙点，那么，乙 b 之间就形成了对流现象，这显然浪费了人力与物力。

我们现在就根据这两条原则来设计方案。

先从路线的左端看起。销地 a 需运到 50 吨，它们只能从 $A、B、C、D、E$ 五个地点运来。如果 A 的 25 吨不全部运给 a ，则 A 的大米必定有一部分要往东运，而且这一部分最近要运到 b 地才能找到销地，因为中途只有产地。这时 a 的需要既未满足，而 A 又东调了一部分，所以非从 $B、C、D、E$ 四地调一些大米给 a 不可。这样，在 $A、B$ 之间一定会形成对流现象，这当然不是好的方案。应该把 A 的 25 吨大米全部调给 a 。这时 A 的产量已用完，可以不再考虑，但是 a 的销量还差 25 吨，就要考虑从 $B、C、D、E$ 调入才能满足。与上面所述的道理相同，如果 B 不调给 a 25 吨，那么 a 就必须从 $C、D、E$ 调进，这样， B 有一部分东调，而 $C、D、E$ 却有一部分西调，都要