

# 矫直理论与 参数计算

崔甫 编著



机械工业出版社

本书是在研究生教材和为《重型机械》编写的讲座基础上改写而成的。本书在写作过程中得到徐灏教授的热情支持和帮助；得到张继铣工程师在编写方法上的具体指导。本书特请刘培锷教授进行了审阅。采纳了他们的许多宝贵意见，在此一并表示衷心的谢意。

鉴于作者经验不足，水平有限，编写这样一本新著，实有错误难免之疾，诚希识者赐教。

## 前　　言

本书主要运用材料力学和弹塑性力学的基础理论，说明金属轧材弹塑性弯曲的基本原理；说明各种矫直方法的基本原理。系统论述了弯曲矫直过程中的应力与应变、弯矩与曲率、能量与曲率、以及各种曲率之间的关系。给出了各种力能参数、结构参数和工艺参数的计算方法。本书在曲率关系方程式、功率计算、恒功率工作原理、辊数的定量分析、压下量的解析方法、强化弯矩的计算法则、斜辊矫直的机理分析、二辊矫直特点及辊型分析、拉弯矫直的力学模型、滚动模转辊矫直的工作原理、连铸坯矫直的变形本质等方面都提出了许多新见解。这些构成了本书的独特体系。

本书共分五章，第一章属于弹塑性弯曲的基本原理，第二章到第四章是常见矫直过程的理论分析与参数计算，第五章是一些特殊矫直方法及其原理的介绍。每章中都介绍几种典型设备。最后一章提到了我国今后发展矫直技术的展望性意见。

本书统观了全部矫直领域，概括了大量的资料和作者的研究心得。针对金属轧材的矫直，由浅入深，从原理到工艺，从参数到设备，都作了必要的论述。它的服务对象很广，对有关的设计、研究、工程技术和现场操作人员以及有关的研究生、大学生都是必备的参考文献。它的适用范围很宽，在轧钢业、非铁金属轧制业、机械制造业、建筑业、仪器仪表业以及轻工业中都有使用价值。

# 目 录

## 前 言

第一章 金属轧材的弹塑性弯曲	1
§ 1-1 弹塑性弯曲的基本概念	1
1 弹塑性弯曲的定义	1
2 弹塑性弯曲的分类	5
3 弹塑性弯曲的应力与应变	6
4 简化的弹塑性弯曲	15
§ 1-2 弹塑性弯曲的弯矩	17
1 理想金属轧材的弯矩	17
2 强化金属轧材的弯矩	34
§ 1-3 弹塑性弯曲的曲率	43
1 弯曲、弹复与残留曲率	43
2 变形及挠度与弯曲曲率的关系	48
§ 1-4 弹塑性弯曲的变形能	55
1 一次弯曲的变形能	55
2 多次弯曲的变形能	61
3 旋转弯曲的变形能	62
4 强化的弯曲变形能	64
第二章 金属轧材的反弯矫直	73
§ 2-1 概述	73
§ 2-2 简单反弯矫直	74
1 矫直原理	74
2 矫直力与矫直功	80
3 矫直设备简述	83
§ 2-3 递减反弯矫直	86
1 矫直原理	86
2 压下方案与辊数	91
3 力能参数的计算	107
4 结构参数的计算	114
5 矫直设备简述	118

<b>第三章 金属轧材的旋转矫直</b>	123
<b>§ 3-1 多斜辊矫直</b>	123
1 矫直原理	123
2 辊系配置与辊数	133
3 圆材直径与辊子倾斜角	136
4 力能参数计算	141
5 辊型与结构参数计算	169
6 矫直设备简述	181
<b>§ 3-2 二斜辊矫直</b>	183
1 矫直原理	183
2 力能参数计算	191
3 结构参数与辊型计算	194
4 矫直设备简述	202
<b>§ 3-3 转辊矫直</b>	206
1 孔模式转辊矫直原理与参数计算	206
2 斜辊式转辊矫直原理与参数计算	210
3 二辊式转辊矫直原理与参数计算	212
4 滚动模式转辊矫直原理与参数计算	212
5 矫直设备简述	216
<b>第四章 金属轧材的拉伸矫直与拉弯矫直</b>	217
<b>§ 4-1 拉伸矫直</b>	217
1 锯式拉伸矫直原理与参数计算	217
2 辊式拉伸矫直原理与参数计算	220
3 矫直设备简述	223
<b>§ 4-2 拉弯矫直</b>	224
1 拉弯矫直原理与参数计算	224
2 液压拉弯矫直原理与参数计算	239
3 矫直设备简述	244
<b>第五章 矫直技术的扩充与发展</b>	248
<b>§ 5-1 控制尺寸及形状的矫直</b>	248
1 拉扭矫直法	248
2 振动矫直法	250
3 保持尺寸精度的矫直法	251

4 整形矫直法 .....	256
§ 5-2 高温矫直 .....	256
1 大尺寸轧材的高温矫直 .....	256
2 连铸坯的矫直 .....	258
§ 5-3 其它矫直技术 .....	262
1 变断面轧材的矫直 .....	262
2 行星矫直法 .....	263
3 轧拉矫直法 .....	265
§ 5-4 矫直技术的发展趋势 .....	266
参考文献 .....	268

# 第一章 金属轧材的弹塑性弯曲

## §1-1 弹塑性弯曲的基本概念

### 1 弹塑性弯曲的定义

金属轧材系指金属被轧制成板、带、型、管、线材的总称，其弹塑性弯曲就是既有弹性变形又有塑性变形的弯曲。一般金属在弹性变形阶段都遵循一定的线性规律，即虎克定律。在弹性弯曲阶段也遵守这一规律，受到弯曲的各条纤维的变形皆与其应力有线性关系，即

$$\sigma = E\varepsilon$$

式中弹性模量  $E$  与金属种类有关，根据文献[1][2]给出的数据，现将常见金属的  $E$  值列于表1-1。

表1-1 金属弹性模量  $E$

名称	$E$		名称	$E$	
	GPa	$10^4 \text{kgf/mm}^2$		GPa	$10^4 \text{kgf/mm}^2$
灰铸铁	118~126	1.2~1.3	硬铝	70	0.71
钢	208	2.1	软铝	69	0.7
纯铜	108	1.1	镁	39	0.4
黄铜	113	1.15	合金钛	111	1.13
黄铜	89~97	0.91~0.99	锌	82	0.84
铸青铜	103	1.05	铅	16	0.17

金属变形达到弹性变形的极限  $\varepsilon_e$  之后，变形进入塑性阶

段。在这个阶段，不管变形量如何增加，其弹复能力不再增加，或者有较少的增加；同时出现永久变形，我们称之为纯塑性变形。因此准确地说，这个阶段应属于弹塑性变形阶段。其中能恢复的变形为弹性变形，不能恢复的变形为塑性变形。金属在弹塑性弯曲时，其各条受弯曲纤维的变形也遵守这一规律。不过在研究弹塑性弯曲时，不能忽略它的另外一个含义，就是内层纤维的纯弹性变形与外层纤维的弹塑性变形是同时发生的。

金属进入弹塑性变形阶段的应力与应变关系是个增量关系，这个关系要比弹性阶段的全量关系复杂得多。它不仅取决于材料的种类，尚取决于该种材料的材质，以及材料内部的应力历史<sup>[3]</sup>。为了在工程上求解弹塑性问题，许多文献都给出了简化的应力应变模型。这些模型基本有三种：第一种是指数关系的模型，如图1-1 a 所示，图中  $E'$  称为强化弹性模量，指数  $n$  在 0 与 1 之间变化；对于一些没有明显弹性极限的材料，其指数关系可写成  $\sigma = A\varepsilon^n$ ，其中  $A$  为材料常数。第二种是线性强化关系模型，如图 1-1 b 所示，它相当于  $n = 1$  时前一种模型的特例。第三种是理想弹塑性模型，它相当于没有强化特性，即  $E' = 0$  时第一种模型的特例，如图 1-1 c 所示。在解决弹塑性弯曲和矫直问题时，采用后两种模型不仅简便，而且是可行的，它与实际的应力应变关系比较接近。

由于弹性变形是可逆的，塑性变形是不可逆的，所以弹塑性弯曲后必然有一部分变形得到恢复，另一部分被残留下。受弯曲的每条纤维都要遵守这一规律，正象图 1-1 c 中的  $\varepsilon_i$  是可以恢复的变形， $\varepsilon_o$  是残留的变形一样。但是每条纤维在轧材内互相连接成一整体，而且轧材在弯曲时很符合材

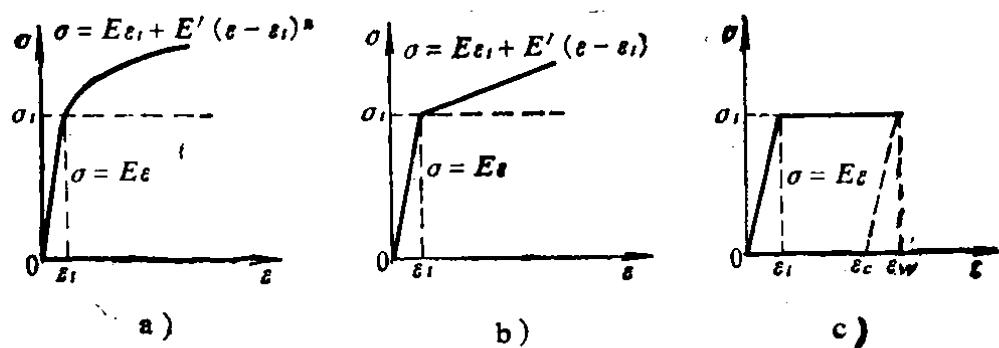


图1-1 应力应变模型

a) 指数强化关系 b) 线性强化关系 c) 理想弹塑性关系

料力学的弯曲条件，必将遵守平截面变形原理。因此变形与断面高度的关系必将是线性关系。于是轧材经过弯曲之后必将有残留应力现象，从图1-2及图1-3上可以看清这种现象。如图1-2，当厚度为 $H$ 的轧材受弯曲时，其单位长度轧材的两端横截面将不再互相平行而产生一个转角，使外缘纤维拉伸出 $\overline{AA_1}$ 长度，使内缘纤维压缩短 $\overline{AA_1}$ 长度。因此 $\overline{AA_1}$ 将代表该截面 $AA$ 边缘处的延伸率或压缩率，即代表单位长度轧材的弯曲变形，用 $\varepsilon_w$ 表示。卸载后，各条纤维将根据自己变形后所保存的弹复能力进行弹复。凡未超过弹性极限的纤维将恢复其原状；凡超过弹性极限的纤维都将按其最大弹复能力 $\sigma'_s$ ，恢复 $\varepsilon_s$ 的变形量，使变形线 $\overline{A_1A_1}$ 本能地回到 $\overline{A_2aaA_2}$ 状态。但是这种本能受到平截面原理的约束，只能回弹到 $\overline{A_3A_3}$ 位置。于是在折线 $\overline{A_2aaA_2}$ 与直线 $\overline{A_3A_3}$ 之间形成的影线面积代表着残留变形量。由于这些残留变形属于弹性变形，它与应力是线性关系，所以这些影线面积又代表残留应力的大小。图1-3表示线性强化金属弯曲时的应力与应变关系，它与前图的不同点在于超过弹性极限以后的各条纵向纤维离开中性层越远者弹复能力越大。假设边缘纤维的弹复能力为 $\sigma'_s$ ，弹复量为 $\varepsilon'_s$ ，则 $\sigma'_s > \sigma_s$ ,  $\varepsilon'_s > \varepsilon_s$ 。因此本能性的弹复折线

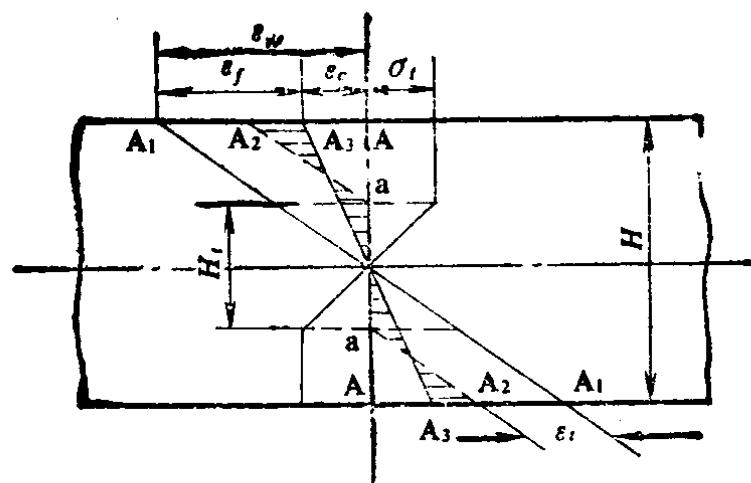


图1-2 理想材料的弹塑性弯曲

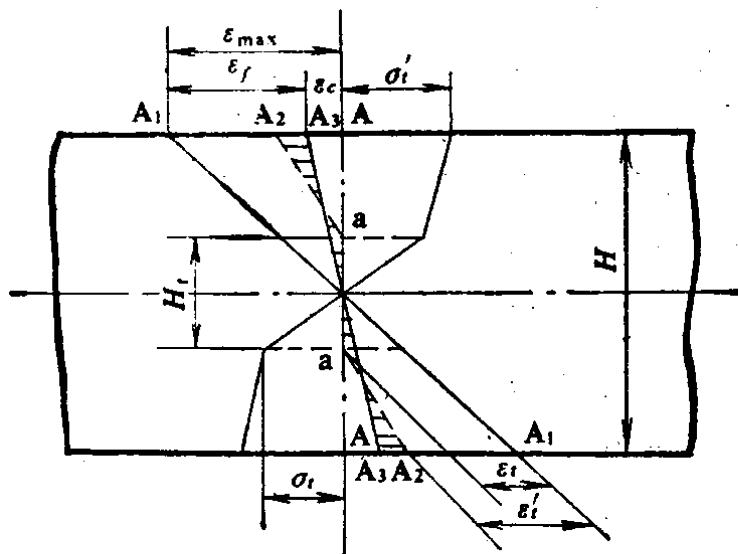


图1-3 强化材料的弹塑性弯曲

$A_2aaA_2$ 也将离开中性层越远时，它与变形线  $\overline{A_1A_1}$  的距离越大，即两者在弹性区  $H_t$  以外的部分不再平行；而且其不平行程度与材料的强化性能成正比， $E'$  越大，不平行度越大。最后按平截面原理弹复到  $\overline{A_3A_3}$  位置，这里的  $\overline{A_3A_3}$  位置的斜度也必将小于同样弯曲程度的理想材料的  $\overline{A_3A_3}$  斜度。因此强化材料的有效弯曲小于理想材料。同理可知，要得到同样的弯曲效果，对强化材料弯曲程度要加大。图中的  $\varepsilon_s$  表示外层纤

维的弹复量； $\varepsilon_c$  表示外层纤维的残留变形量，故总的弯曲变形 $\varepsilon_w = \varepsilon_s + \varepsilon_c$ 。

## 2 弹塑性弯曲的分类

弹塑性弯曲在方式上和弹性弯曲一样，有受弯矩作用的纯弯曲；受横向载荷作用的梁弯曲；受轴向压力的柱弯曲；轧材绕过圆柱体受轴向拉力作用产生的拉弯；圆形轧材和零件在旋转中受弯矩或横向载荷作用而产生的旋转弯曲；板材在轧制过程中由于变形不匀而产生的波浪弯曲；这种板材有时还出现侧向弯曲即波浪弯加镰刀弯的综合弯曲。前四种弯曲都属于单方向的弯曲，我们称为一维弯曲；旋转弯曲与波浪弯曲为二维弯曲；综合弯曲为三维弯曲。拉弯的模型见图1-4；旋转弯曲的模型见图1-5；波浪弯曲或称瓢曲，其模型见图1-6；三维弯曲的模型见图1-7。

图1-4中的 $\varepsilon_l$ 为拉伸变形， $\sigma_l$ 为拉伸应力； $\varepsilon_x$ 及 $\varepsilon'_x$ 为弯曲与拉伸变形的叠加， $\sigma_x$ 为弯曲与拉伸应力的叠加。它们的表达式为 $\sigma_x = \sigma_l - \sigma_i$ ， $\varepsilon_x = \varepsilon_w + \varepsilon_l$ ， $\varepsilon'_x = \varepsilon_w - \varepsilon_l$ 。

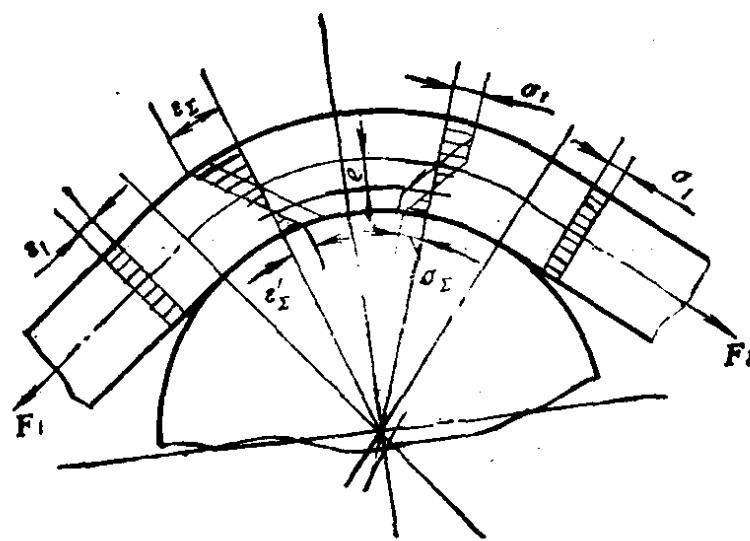


图1-4 拉弯

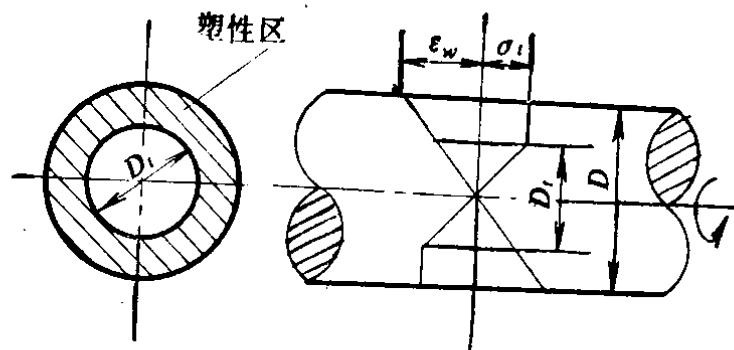


图1-5 旋转弯曲

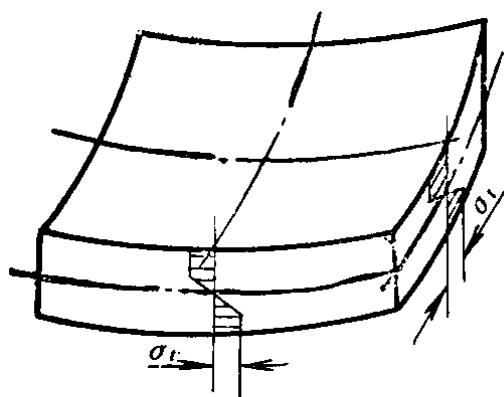


图1-6 飘曲

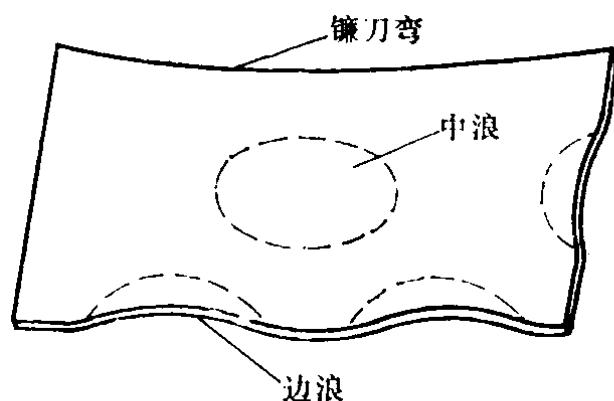


图1-7 三维弯曲

### 3 弹塑性弯曲的应力与应变

金属轧材在弹塑性弯曲时，其内部的应力除表层及中性层外都处于三向应力状态。如图 1-8 所示，按弹塑性力学所建立的应力模型<sup>(4)</sup>，当轧材宽度较大，而塑性变形不太大的情况下，每条纤维的变形可以作为平面变形来处理。在塑性区内的弹性变形部分可以分为  $x$  方向与  $y$  方向的两个分量，它们分别为

$$\begin{aligned}\varepsilon'_x &= \frac{\sigma_t}{E} = \varepsilon_t \\ \varepsilon'_y &= \nu \varepsilon'_x\end{aligned}$$

式中  $\nu$  ——泊松比。

塑性变形部分的两个分量分别为  $\varepsilon'_x$  及  $\varepsilon'_y$ 。根据体积不变原则，对于单位体积的变形有如下的关系：

$$1 - (1 + \varepsilon_s') (1 - \varepsilon_s')^2 = 0$$

此式展开后，略去高阶微量，得到

$$\varepsilon_s' = 2\varepsilon_s$$

于是可得总变形的两个分量为

$$\varepsilon_x = \varepsilon_s' + \varepsilon_s$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_s' + \varepsilon_s$$

这两个分量的比值为

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} &= \frac{\varepsilon_s' + \varepsilon_s}{\varepsilon_s' + \varepsilon_s} = \frac{\nu \varepsilon_s' + \varepsilon_s'/2}{\varepsilon_s' + \varepsilon_s} \\ &= \frac{2\nu + \varepsilon_s'/\varepsilon_s}{2(1 + \varepsilon_s'/\varepsilon_s)} \end{aligned}$$

将  $\varepsilon_s' = \varepsilon_s$  代入，得

$$\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{2\nu + \varepsilon_s'/\varepsilon_s}{2(1 + \varepsilon_s'/\varepsilon_s)}$$

由此式看出，在弹塑性弯曲时，两个垂直方向的变形之间的关系，不仅与泊松比有关，而且与纵向塑性变形量  $\varepsilon_s'$  有关。当  $\varepsilon_s'$  很大时；即  $\varepsilon_s' \gg \varepsilon_s$  时， $\varepsilon_x \approx 2\varepsilon_s$ 。当  $\varepsilon_s'$  很小时，即  $\varepsilon_s' \rightarrow 0$  时， $\varepsilon_x \approx \varepsilon_s/\nu$ 。因此弹塑性变形的条件是

$$\varepsilon_s = \left(\frac{1}{\nu} \sim 2\right) \varepsilon_s$$

或

$$\varepsilon_s = (0.5 \sim \nu) \varepsilon_s$$

而不只是单个变形量的大小。所以判别弹塑性弯曲也应该按三向应力的屈服准则来进行。米塞斯屈服准则的表达式为

$$(\sigma_z - \sigma_s)^2 + (\sigma_y - \sigma_s)^2 + (\sigma_x - \sigma_s)^2 = 2\sigma_s^2$$

为了实用上的方便把中间应力  $\sigma_s$  的影响考虑到系数  $\beta$  中去，故上式变为两个主应力关系式

$$\sigma_z - \sigma_s = \beta \sigma_s$$

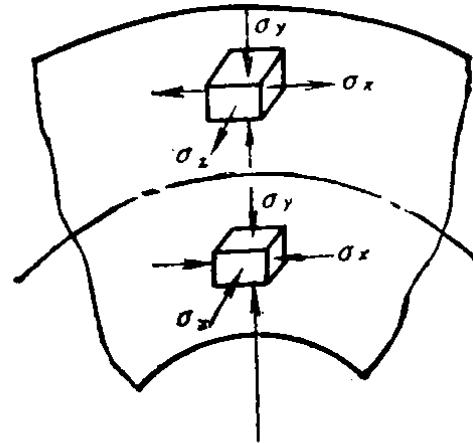


图1-8 弯曲应力状态

式中的 $\beta$ 值与变形状态有关，当平面变形时， $\beta=1.15$ 。因此在一般弹塑性弯曲条件下，即宽度较大而弯曲又不过大的条件下，屈服准则变为

$$\sigma_x - \sigma_y = 1.15\sigma_s \quad (1-1)$$

如果考虑应力方向时，上式应写成

$$|\sigma_x| \mp |\sigma_y| = 1.15\sigma_s \quad (1-2)$$

两个应力同方向用“-”，异方向用“+”。

由于弯曲状态下的应力 $\sigma_x$ 与 $\sigma_y$ 之间的关系尚受平衡条件的约束。如图 1-9 所示，在弯曲的拉伸区微分单元体的力学平衡关系为

$$2d\rho\sigma_x \sin \frac{da}{2} + \sigma_y (\rho + d\rho) da - (\sigma_y + d\sigma_y) \rho da = 0$$

鉴于 $da$ 为微小值，故取 $\sin(da/2) = da/2$ ，代入上式，得

$$d\sigma_y = (\sigma_x + \sigma_y) \frac{d\rho}{\rho}$$

由于拉伸区的 $\sigma_x$ 与 $\sigma_y$ 为异向，参照式 (1-2) 可写出

$$d\sigma_y = 1.15\sigma_s \frac{d\rho}{\rho}$$

积分后，得

$$\sigma_y = 1.15\sigma_s \ln \rho + C$$

将边界条件

$$(\sigma_y)_{\rho=\rho_{\max}} = 0$$

代入后，得

$$C = -1.15\sigma_s \ln \rho_{\max}$$

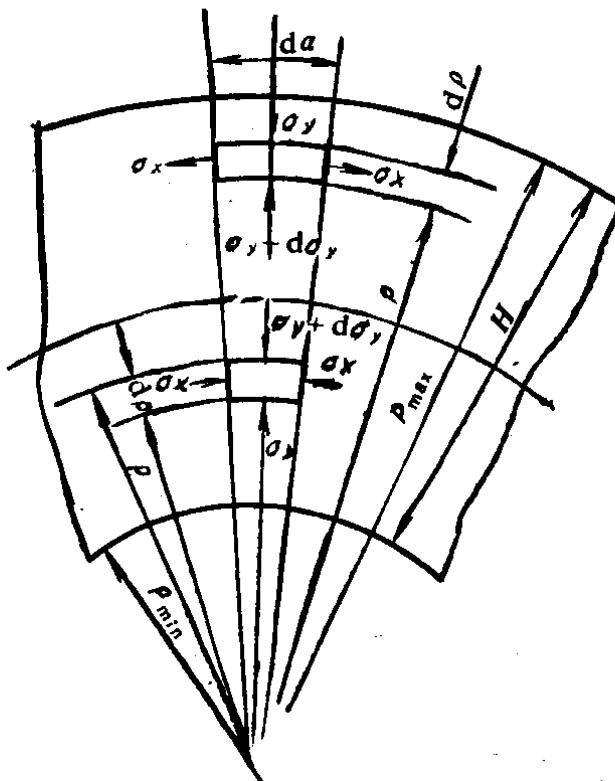


图1-9 应力平衡关系

$$\therefore \sigma_y = 1.15\sigma_i \ln \frac{\rho}{\rho_{max}} \quad (1-3)$$

由于  $\rho < \rho_{max}$ , 故  $\sigma_y$  为负值, 即压应力, 与设定的方向一致。由于它本身是负值, 故须用式 (1-1) 表达拉伸区的应力关系:

$$\begin{aligned} \sigma_z - 1.15\sigma_i \ln \frac{\rho}{\rho_{max}} &= 1.15\sigma_i \\ \therefore \sigma_z &= 1.15\sigma_i \left( 1 + \ln \frac{\rho}{\rho_{max}} \right) \end{aligned} \quad (1-4)$$

由于  $0 > \ln(\rho/\rho_{max}) > -1$ , 故  $\sigma_z$  为正值, 即拉应力, 也同设定方向一致。

根据平面变形的条件知

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2} 1.15\sigma_i \left( 1 + 2 \ln \frac{\rho}{\rho_{max}} \right) \\ &= 0.575\sigma_i \left( 1 + 2 \ln \frac{\rho}{\rho_{max}} \right) \end{aligned} \quad (1-5)$$

由于轧材厚度  $H$  比之弯曲半径  $\rho_{max}$  小得多, 故  $\rho$  比  $\rho_{max}$  小得很少。因此  $\ln(\rho/\rho_{max})$  是稍小于零的负值, 故  $\sigma_z$  为正值, 即拉应力。

从上面各式看出, 塑性变形发生在边缘附近时, 三个应力的绝对值中  $\sigma_z$  与  $\sigma_y$  最大,  $\sigma_x$  最小; 在中性层附近时, 三个应力的绝对值中  $\sigma_x$  与  $\sigma_z$  最小,  $\sigma_y$  最大。

在弯曲的压缩区, 微分单元体的应力平衡关系为

$$2\sigma_x d\rho \sin \frac{d\alpha}{2} + \sigma_y (\rho - d\rho) d\alpha - (\sigma_y + d\sigma_y) \rho d\alpha = 0$$

仍按前面的方法处理, 得

$$d\sigma_y = (\sigma_y - \sigma_z) \frac{d\rho}{\rho}$$

由于  $\sigma_z$  与  $\sigma_y$  为同向应力, 都是压应力, 故式 (1-2) 变

为  $\sigma_x - \sigma_y = -1.15\sigma_z$ , 代入上式得

$$d\sigma_y = -1.15\sigma_z \frac{d\rho}{\rho}$$

积分后, 得

$$\sigma_y = -1.15\sigma_z \ln \rho + C$$

将边界条件  $(\sigma_y)_{\rho=\rho_{\min}} = 0$  代入上式, 得

$$C = 1.15\sigma_z \ln \rho_{\min}$$

故

$$\sigma_y = -1.15\sigma_z \ln \frac{\rho}{\rho_{\min}} \quad (1-6)$$

由于  $\rho > \rho_{\min}$ , 故  $\sigma_y$  为负值, 即压应力, 与设定方向一致。代入式(1-2), 得

$$\sigma_z = -1.15\sigma_z \left( 1 + \ln \frac{\rho}{\rho_{\min}} \right) \quad (1-7)$$

$\sigma_z$  也是压应力, 与设定方向一致。同前面平面变形一样可知

$$\sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) = -0.575 \left( 1 + 2 \ln \frac{\rho}{\rho_{\min}} \right) \quad (1-8)$$

$\sigma_z$  也是压应力。

由上面三个应力式可以看出, 压缩区产生塑性变形的条件是: 在中性层附近, 三个应力绝对值都须增大; 在边层附近, 三个应力绝对值都可小些。

从上述两个变形区的分析可得出的结论是: (1) 从拉伸的边层到压缩的边层, 其塑性变形的发生是越来越容易的, 因此弯曲内层的宽展比外层的缩窄来得容易, 所以中性层向内边层方向的偏移是很明显的。2) 当塑性变形发生在中性层时, 式(1-3) 应等于式(1-6), 从而可以得出

$$\begin{aligned} \ln \frac{\rho}{\rho_{\max}} &= \ln \frac{\rho_{\min}}{\rho} \\ \therefore \rho &= \sqrt{\rho_{\max} \cdot \rho_{\min}} \end{aligned} \quad (1-9)$$

这是全断面发生塑性变形时，中性层的曲率半径。由于自然中性层的曲率半径为

$$\rho' = \frac{1}{2}(\rho_{\max} + \rho_{\min})$$

将  $\rho_{\max} = \rho_{\min} + H$  代入上面二式，得

$$\rho = \sqrt{\rho_{\min}^2 + H\rho_{\min}}$$

$$\rho' = \rho_{\min} + \frac{H}{2}$$

将此二式平方后相减，得

$$\rho'^2 - \rho^2 = \frac{H^2}{4}$$

由此式看出， $\rho' > \rho$ ，即中性层是向内边层方向移动的；而且  $H$  值越大，其偏移量也越大。即

$$e = \rho' - \rho = \frac{H^2}{4(\rho' + \rho)} \quad (1-10)$$

偏移量  $e$  与  $H^2$  成正比，与  $\rho$  成反比。

在工业生产中也常对宽度小于高度的断面轧材进行弯曲，即在断面模数大的方向上进行弯曲。这时可以把它当作平面应力问题来处理，即取  $\sigma_z = 0$ 。如果仍用前面的屈服准则，将无法求解下式

$$d\sigma_s = (\sigma_x + \sigma_y) \frac{dp}{\rho}$$

或

$$d\sigma_s = (\sigma_x - \sigma_y) \frac{dp}{\rho}$$

因为  $\beta$  系数不再是常数，而是  $\sigma_x$  与  $\sigma_y$  的函数。但是我们可以借助  $\sigma_z = 0$  这一条件，结合屈雷斯加给出的平面应力的屈服准则：

$$2\tau_s = \sigma_x - \sigma_y$$