露天采矿手册

系统工程
经济 石材开采

前　　言

随着我国社会主义四个现代化建设的日益发展，党中央对能源工业提出了更高要求，对煤炭工业来说，在地质条件适合的地方，多开露天矿可以加快煤炭工业发展速度。国内外的实践证明，露天开采具有以下优点：建设周期短，开采规模大，生产效率高，成本较低，安全及劳动保护好等。在一定周期内，建设露天矿比建设井工矿规模可以大得多，产量可以多得多。近年来，为了加快我国煤炭能源建设，国务院决定在煤炭工业建设中扩大露天开采的规模，加快山西、内蒙五大露天煤矿的开发。这一决策是十分正确的。

为了配合我国露天煤矿的发展，煤炭工业出版社组织我国冶金、煤炭、化工和建材四个部门中矿山系统的生产、设计、科研及教学等二十多个单位，一百多名专家编写《露天采矿手册》。这部手册，当然也适用于金属、非金属露天矿。

《露天采矿手册》是我国成立三十多年来在露天开采领域中第一部综合性的，跨系统的大型工具书。书中反映了我国露天开采界很多专家和工程技术人员的工作经验和科研成果。书中还介绍了当代国外露天开采的新装备、新工艺、新技术。《露天采矿手册》的出版将有助于我国露天开采事业的发展，将会受到露天开采领域中广大读者的欢迎。

高扬文

1983.11.20

目　录

第 二 十 二 章

露天矿山系统工程

编纂　骆中洲　常本英

编写　张永高　骆中洲　梁克均　冯　华

　　　周文侯　陈仁宪　常本英　吴先双

审校　张幼蒂

第二十二章　露天矿山系统工程

第一节　总　　论

系统工程是以系统为研究对象的科学。

系统的特征有：

（1）系统由若干单元（或子系统）所组成，而各单元又有不同的属性，这些单元称为系统单元。

（2）一个系统各单元间彼此关联，互相结合，称为系统结构。

（3）一个系统各单元间相互制约，而对整个系统的形态有约束限制的作用，称为系统约束。

（4）一个系统的各个单元具有共同的目的或效用，称为系统目的。

所以，系统是由彼此联系，又相互制约、相互依存、具有共同目的的各要素所组成的有机整体。国家、工业部门、厂矿企业，设备仪表都可称为系统。可知系统有大小之分，有繁简之别。

系统有自然系统及人造系统两大类别。自然系统指的是完全由自然物所组成的整体。显然，存在于自然界的矿床、河流、山川等都属自然系统。人造系统包括人造的和自然物经过人工改造而成的各种系统，例如机械设备、矿山企业、水利工程、交通运输等均属人造系统。人造系统才是系统工程研究的对象。

本着"系统"与"工程"的特征及含义，可以得出：从系统整体出发，分析这一整体各组成部分间的联系和制约关系，统筹安排，相互协调，发挥各组成部分的固有功能，从而达到整体系统目标为最优，这是研究系统工程的目的，也可作为系统工程这一名词的定义。

系统工程是一门新的科学，仅有二十多年的历史。但是古今中外自觉或不自觉的以朴素的系统工程思想对待和处理问题由来已久。

随着近代科学技术的发展和反复不断的实践，人们对客观事物的认识日益深化与扩大，因而对系统的研究不但提出了要求，而且也具备了可能实现的条件。系统工程这门新兴学科就是在此基础上发展起来的。

系统工程的主要理论基础是运筹学。运筹学是英国于第二次世界大战初为了军事目的，开始组织力量，从事研究的。至本世纪40年代才发展起来，至今仅有四十多年的历史。运筹学的主要特点是重视实践，讲求效果。常用的运筹学分支是：

（1）线性规划；

（2）非线性规划；

（3）动态规划；

（4）图论及网络；

（5）排队论；

（6）存储论；

（7）决策论；

（8）计算机模拟；

（9）其它，如可靠性理论等；

其它数学分支，可参考有关文献。

系统工程的有力工具是电子计算机。系统工程研究的对象多属复杂的系统，计算机的特征与功能正符合解决这类对象问题的需要。系统工程的发展有赖于计算机，前者又是后者的用武之地。两者的紧密关系是显而易见的。

国际上，运筹学及电子计算机在矿业中的应用始于五十年代。随着计算机技术的不断更新换代，这一领域的研究也得以迅速发展。“计算机及运筹学在矿业中的应用（APCOM）”这一国际性学术组织的发展，就是这方面的反映。

“APCOM”是“Application of Compufers and Operafions Research in the Mineral Industry”的缩写，是由美国四所大学发起组织的。从1961年开始，每1～2年举行国际学术交流会一次，至今已举行过19届。表22-1-1列出了1961～1976年的基本情况。

表 22-1-1 APCOM 1961～1976

项目	1～7次会议	8～14次会议	1～14次总计
成长情况			
登记人数	250 ϕ	600 ϕ	6000
论文数	38 ϕ	68 ϕ	743
论文作者人数	48 ϕ	109 ϕ	843
参加国家，个	16	46	49
作者队伍			
北美	90%	50%	63%
南美	$\frac{1}{2}$%	2%	$1\frac{1}{2}$%
欧洲	$3\frac{1}{2}$%	26%	$18\frac{1}{2}$%
亚大	1%	6%	$4\frac{1}{2}$%
非洲	5%	16%	$12\frac{1}{2}$%
加入成员			
大学	44%	39%	40%
国家院所	12%	14%	13%
矿山企业	44%	47%	47%
论文包括的科目			
勘探	$27\frac{1}{2}$%	13%	19%
估价	$13\frac{1}{2}$%	21%	18%
采矿	$19\frac{1}{2}$%	33%	28%
选矿	16%	15%	15%
其它	$23\frac{1}{2}$%	18%	20%

六十年代初期，我国即开始将运筹学用于露天煤矿设备匹配及线路系统的研究。1964年在中国金属学会第一届全国露天开采学术会议上，介绍了电子计算机在采矿工业中应用的课题。同年，我国科学工作者开展了露天矿生产系统数学模型和计算机应用的研究。这

是我国矿山系统工程发展的萌芽时期。

矿山系统工程是实现我国采矿工业现代化的重要途径之一。为此，我国从1976年开始，有组织、有计划地进行了人员培训，开展这一领域的科研工作，多次组织学术交流，使我国矿山系统工程学科进入了蓬勃发展的时期。尤其进入八十年代以来，研究成果纷纷涌现，研究深度广度日益扩展。在近年举行的APCOM国际会议上，开始出现我国论文，且有迅速增长之势，标志着我国矿山系统工程的研究已走向世界。为了全面赶上世界先进水平，并将科学成果用于矿山实践，尚需我们做出努力。

第二节 矩阵基本知识

一、引言

在矿山系统工程中，常遇到矩阵的运算。

所谓矩阵就是作行与列排列的矩形列阵，它服从某种加法和乘法运算规则。例如，在用分层平面图进行露天矿生产剥采比计算时，可以得出如表22-2-1所表示的矿山工程量计算表。该表也可用矩阵表示。

表 22-2-1 矿岩工程量计算表 单位：万米^3

准备水平		1	2	3	4	5	6	Σ
所在水平	标高	-15	-30	-45	-60	-75	-90	
1	-15	$\frac{3.69}{}$	$\frac{51.99}{}$	$\frac{104.25}{}$	$\frac{59.63}{}$	$\frac{39.94}{}$	$\frac{45.94}{}$	$\frac{305.44}{}$
2	-30		$\frac{}{3.69}$	$\frac{6.0}{48.23}$	$\frac{43.69}{21.19}$	$\frac{62.63}{11.34}$	$\frac{45.4}{15.0}$	$\frac{157.72}{99.45}$
3	-45			$\frac{}{3.69}$	$\frac{4.16}{41.71}$	$\frac{58.31}{21.38}$	$\frac{58.88}{18.0}$	$\frac{121.35}{84.78}$
4	-60				$\frac{}{3.69}$	$\frac{19.31}{32.87}$	$\frac{44.69}{22.5}$	$\frac{64}{59.06}$
5	-75					$\frac{}{3.69}$	$\frac{16.5}{31.19}$	$\frac{16.5}{34.88}$
6	-90						$\frac{}{3.69}$	$\frac{}{3.69}$
Σ		$\frac{3.69}{}$	$\frac{51.99}{3.69}$	$\frac{110.25}{51.92}$	$\frac{107.48}{66.59}$	$\frac{180.19}{69.28}$	$\frac{211.41}{90.38}$	$\frac{665.01}{281.86}$

注：表中分子为岩石，分母为矿石。

剥离工程量矩阵为：

$$
\mathbf{B}=\begin{pmatrix}
3.69 & 51.99 & 104.25 & 59.63 & 39.94 & 45.94 \\
0 & 0 & 6.0 & 43.69 & 62.63 & 45.4 \\
0 & 0 & 0 & 4.16 & 58.31 & 58.88 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 19.31 & 44.69 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14.5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

矿石工程量矩阵为：

$$
K = \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 3.69 & 48.23 & 21.19 & 11.34 & 15.0 \\
0 & 0 & 3.69 & 41.71 & 21.38 & 18.0 \\
0 & 0 & 0 & 3.69 & 32.87 & 22.5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 3.69 & 31.19 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.69
\end{pmatrix}
$$

各水平剥离量和矿石量之和B_1和K_1为：

$$
B_1 = \begin{pmatrix} 305.44 \\ 157.72 \\ 121.35 \\ 64 \\ 16.5 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad K_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 94.45 \\ 84.78 \\ 59.06 \\ 34.88 \\ 3.68 \end{pmatrix}
$$

按最大工作帮坡角，为最下某水平开拓准备需在各水平采出的累计工程量之和B_2和K_2为：

$$B_2 = (3.69\ 51.99\ 110.25\ 107.48\ 108.19\ 211.41)$$

$$K_2 = (0\ 3.96\ 51.92\ 66.59\ 69.28\ 90.38)$$

矩阵横排为行，竖排为列。矩阵规模用行数m和列数n，即m×n表示。例如，上述矿岩工程量矩阵B和K是6×6矩阵，B_1和K_1是6×1，B_2和K_2是1×6矩阵。行数和列数相等的矩阵称方阵。例如，B，K是方阵。

只有一个行的矩阵就是一个行向量，例如上述B_2和K_2。只有一个列的矩阵就是一个列向量，例如上述B_1和K_1。

每个向量由若干元素组成。例如上述向量B_1，K_1和B_2，K_2各有六个元素。这种元素也称为分量。

各元素都是0的向量称作零向量。各向量都是零向量的矩阵称为零矩阵。

主对角线元素为1，其他元素都为0的矩阵称为单位矩阵。例如3×3的单位矩阵是

$$
I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

除主对角线外，其他元素都是0的矩阵称为对角矩阵，例如

$$
\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}
$$

各元素以主对角线为轴成对称的矩阵称为对称矩阵，如

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & -5 \\ 6 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

主对角线一侧元素皆为0的矩阵称为三角矩阵，如

$$\begin{pmatrix} 8 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

二、矩阵运算

1．加法

两个同等规模的$m\times n$矩阵可以相加，就是它们所有相应元素的相加，即

$$A+B=C \tag{22-2-1}$$

式中　C——A，B两矩阵之和。

如果上式成立，则有

$$B+A=C \tag{22-2-2}$$

$$C-B=A \tag{22-2-3}$$

$$C-A=B \tag{22-2-4}$$

$$-C+B=-A \tag{22-2-5}$$

2．转置

一个$m\times n$矩阵A的转置是一个$n\times m$的矩阵A^T。A^T的列向量和A的行向量一致。如

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 5 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix} \qquad A^T=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -7 & 8 \end{pmatrix}$$

3．乘法

以纯量m乘矩阵A，即以m乘A中的每个元素。

一个$m\times l$和矩阵A可以和一个$l\times n$的矩阵B相乘，形成一个$m\times n$的矩阵C。C的元素是

$$C_{ij}=\sum_{k=1}^{l}a_{ik}b_{kj} \quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m;\ j=1,\ 2,\cdots,\ n) \tag{22-2-6}$$

其中a_{ik}是矩阵A的元素；b_{kj}是矩阵B的元素。

矩阵相乘在电子计算机上可以运用现成的程序。手算时可把第一个矩阵A放在直角坐标系的第Ⅱ象限，第二个矩阵B放在第Ⅳ象限。A，B相乘得到的新矩阵C放在第Ⅰ象限。例如

$$
\begin{array}{c|c}
A & C \\ \hline
 & B
\end{array}
=
\begin{array}{cc|cccc}
2 & 5 & 25 & 4 & -2 & -4\\
1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 3\\
3 & 2 & 6 & 6 & -3 & 5\\ \hline
 & & 0 & 2 & -1 & 3\\
 & & 5 & 0 & 0 & -2
\end{array}
$$

C中圈出的数字-4是元素C_{14}。它与A中第一行（2 5）和B中第4列$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$相对应，即

$(2\quad 5)\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}=2\times 3+5\times(-2)=6-10=-4$。

一般不能认为$AB=BA$，即A乘B不一定等于B乘A。

矩阵相乘的计算式如下：

$$AI=IA=A\quad(I=\text{单位矩阵})\tag{22-2-7}$$

$$(AB)C=A(BC)\tag{22-2-8}$$

$$(A+B)C=AC+BC\tag{22-2-9}$$

$$A(B+C)=AB+AC\tag{22-2-10}$$

$$(AB)^T=A^TB^T\tag{22-2-11}$$

三、行列式，矩阵的秩

行列式是以方阵形式表示的一个数。例如，行列式

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix}=3\times(-3)-(-2)\times 1=-9+2=-7$$

对于$m\times n$的矩阵的行列式

$$|A|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

其中每一元素a_{ij}都有一个由A的第i行和第j列以外的其他元素构成$(n-1)\times(n-1)$行列式作为a_{ij}的子式。例如，对于$n=3$的行列式，元素a_{11}，a_{12}和a_{13}的子式各为：

$$\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\quad \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix},\quad \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

各元素a_{ij}的子式表示为C_{ij}，则矩阵A的行列式满足以下关系式：

$$|A|=\sum_{j=1}^{n}(-1)^{i+j}a_{ij}c_{ij}\tag{22-2-12}$$

例如 $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}=3\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}+4\begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$

$$=3\times(-9)-(-6)+4(4+3)=7$$

在m×n矩阵A中取某K行，K列（$k\leqslant m$，n）构成的行列式，称作A的K阶子式。

矩阵A中，子式均不为零的最高阶数r称为矩阵A的秩。n阶矩阵，如果秩等于n，则称为满阶矩阵；否则称为降阶矩阵。

四、矩阵初等变换

线性方程式：

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=b_n \end{cases} \qquad (22\text{-}2\text{-}13)$$

可用矩阵表示为：

$$AX=B \qquad (22\text{-}2\text{-}14)$$

其中

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix},\qquad X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

线性方程组可作以下变换：用一个非零的数乘某一方程；同一非零的数乘某一方程再加到另一方程上；改变两个方程顺序。

这种变换可以在矩阵中实现，方法是互换矩阵中的两行；用一非零数乘某一行；用一非零数乘某一行再加到另一行上。这种变换称之为初等变换。矩阵经初等变换，秩不变。

例如，线性方程组

$$\begin{aligned} x_1-2x_2-x_3-2x_4&=2 \\ 4x_1+x_2+2x_3+x_4&=3 \\ 2x_1+5x_2+4x_3+x_4&=0 \\ x_1+x_2+x_3+x_4&=\frac{1}{3} \end{aligned}$$

把左侧系数矩阵和右侧常数向量合成一个增广的矩阵

$$\left(\begin{array}{cccc:c} 1 & -2 & -1 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1/3 \end{array}\right)$$

经初等变换，成为

$$\left(\begin{array}{cccc:c} 1 & 0 & 1/3 & 0 & 8/9 \\ 0 & 1 & 2/3 & 0 & -7/18 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1/6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

可见，它的秩 $r=3$ 。

五、逆矩阵

如果A和A^{-1}满足 $$AA^{-1}=I \tag{22-2-15}$$

则A^{-1}称为A的逆矩阵。其中A，A^{-1}都是方阵。

方阵A可逆的充要条件是A为满阶矩阵。

逆矩阵可用下式求出

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}A^{*T} \tag{22-2-16}$$

其中，$|A|$ 是A的行列式，A^*是 A 的伴随矩阵。A的伴随矩阵由 A的各元素的对应余因子构成：

$$A_{ij}=(-1)^{i+j}C_{ij} \tag{22-2-17}$$

其中A_{ij}是A^*中的i行j列元素；C_{ij}为矩阵A的元素a_{ij}的子式。

逆矩阵也可由以下方法经初步变换求出。

$$(A\mid I)\xrightarrow{\text{初等变换}}(I\mid A^{-1}) \tag{22-2-18}$$

解：求矩阵A的逆矩阵，

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&2&0\\3&7&2\end{pmatrix}$$

解：用初等变换法

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&0&1&0&0\\1&2&0&0&1&0\\3&7&2&0&0&1\end{array}\right)\xrightarrow[\text{第一行}]{\text{第二行减}}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&0&1&0&0\\0&1&0&-1&1&0\\3&7&2&0&0&1\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{第一行乘 3}]{\text{第三行减}}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&0&1&0&0\\0&1&0&-1&1&0\\0&4&2&-3&0&1\end{array}\right)\xrightarrow[\text{第一行减第二行}]{\text{第三行除以 2，}}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&2&-1&0\\0&1&0&-1&1&0\\0&2&1&-3/2&0&1/2\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{第二行乘 2}]{\text{第三行减}}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&2&-1&0\\0&1&0&-1&1&0\\0&0&1&1/2&-2&1/2\end{array}\right)$$

于是
$$A^{-1}=\begin{pmatrix}2&-1&0\\-1&1&0\\1/2&-2&1/2\end{pmatrix}$$

对逆矩阵可列出以下关系式

$$AA^{-1}=A^{-1}A=I \tag{22-2-19}$$

$$(A^{-1})^{-1}=A \tag{22-2-20}$$

$$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1} \tag{22-2-21}$$

$$(A^{-1})^{T}=(A^{T})^{-1} \tag{22-2-22}$$

在计算机上，可用现成的程序求出矩阵的逆。

六、线性方程组求解

矩阵用途的一个显著例子是求线性方程组解。其关系是：线性方程组$AX=B$的解是

$$X=A^{-1}B \tag{22-2-23}$$

解：解三维线性方程组

$$\begin{aligned} x_1+x_2 &= 3 \\ x_1+2x_2 &= 2 \\ 3x_1+7x_2+2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

解：该方程组可用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

系数矩阵的逆已在上一段求出。故而

$$x=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1/3 & -2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

第三节　数理统计基本知识

在系统研究中，常常要用数理统计的方法来整理数据。以下作一些简要的介绍。

一、基本概念

1. 总体

所研究的对象的总体或全部可能数据总来源称为总体。例如地质取样中从矿床可能取得的全部矿样；露天矿铁道运输中通过某线路区间的全部可能的运行时间；等等。

2. 样本

从总体中抽样取得的一部分称为样本。样本的个数称为样本大小。

例如，下面是从河南义马露天矿测得的列车装载时间的一组数据（分），就是样本，其样本大小是56

35.5	37	43.5	44	35	58.5	35	28.5	37.5	31
48.5	53.5	31	26	32.5	30.5	41.5	36	42	36
28	35	19	51	26	36.5	23	41	30	23
57	53	32	41	33.5	31.5	28.5	24	41.5	28
47.5	30.5	34.5	28	36.5	31	44	28.5	42	48.5
33.5	24.5	31.0	26	30	48.5				

3. 频数、频率

为弄清数据的数值分布规律，宜按一定数值间隔（组距），把数据分组。例如，把上述列车装载时间按5分钟间距分组，列表（表22-3-1）。落在每数值间隔中的样本数称为

表 22-3-1　列车装载时间分组

分组区间	频数计算	频数	累计频数	频率	累计频率
19～24	下	3	3	0.05357	0.05357
24～29	正 正 一	11	14	0.19643	0.25
29～34	正 正 下	13	27	0.23214	0.48214
34～39	正 正 一	11	38	0.19643	0.67857
39～44	正 T	7	45	0.12500	0.80357
44～49	正 一	6	51	0.10714	0.91071
49～54	下	3	54	0.05357	0.96428
54～59	T	2	56	0.03571	1.0

该间距中的频数。频数与样本大小的比值称为频率，即

$$频率=\frac{频数}{样本大小} \tag{22-3-1}$$

4. 直方图

直方图是为了较清楚地看出数据分布规律的一种图。其做法是在横坐标上标出数据间距。以它为底，以相应的频数（或频率）为高作出矩形（图22-3-1）。

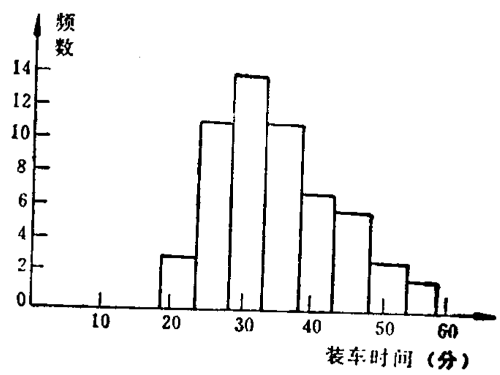

图 22-3-1　直方图

5. 随机变量

随机变量是随机发生的变量，是随机事件的数量性表征。例如，从矿床随机取得的矿样品位；电铲装载汽车的时间；列车运行周期；露天矿每小时完成的产量，等等，都是。随机变量取值的分布有离散和连续之分。前如每小时通过的列车数，每天出现的故障次数等；后如列车到达的时间间隔，故障时间长度等。

6. 概率分布

随机变量可能出现的概率用概率分布来描述。例如，投掷一颗完全均匀的骰子出现1，2，3，4，5或6点的概率各为1/6。我们可能要知道每小时来到6～10次列车的概率；一个矿床金属含量在2～6%或6～8%之间的概率；一个露天矿日产10000～12000吨的概率；列车运行周期在150～180分之间的概率，等等。为此，对于离散型随机变量，可将考虑范围内的变量x的出现概率P（x）相加，例如，完全均匀骰子出现1～4点的概率是：

$$P\{1\leqslant x\leqslant 4\}=P\{1\}+P\{2\}+P\{3\}+P\{4\}$$

$$=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$$

对于连续型随机变量，位于x和 $x+dx$ 之间的概率为概率密度函数 $f(x)$ 乘以 dx，即 $f(x)dx$。x位于a和b之间的概率是：

$$P\{a\leqslant x<b\}=\int_a^b f(x)dx \tag{22-3-2}$$

显然，当x扩展到 $-\infty$ 到 $+\infty$ 时，

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \tag{22-3-3}$$

随机变量小于某特定值 x_0 的概率称之 x_0 的累计概率或称随机变量 x_0 的分布函数，即：

$$P\{x < x_0\} = \int_{-\infty}^{x_0} f(x)dx = F(x_0) \tag{22-3-4}$$

必然地，$F(-\infty) = 0$，$F(\infty) = 1$。

7. 平均值、数学期望

均值和数学期望用来表示随机变量的中心趋势，随机变量将围绕这一中心变化。当我们取 n 个数值为x_i（$i = 1, 2, \cdots, n$）的样本时，其平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{22-3-5}$$

分布的平均值为 $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i p_i$，称为数学期望。

具有理论分布密度函数$f(x)$ 的随机变量x的数学期望为：

$$m = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \tag{22-3-6}$$

8. 方差、标准差

方差和标准差用来表示随机变量偏离中心的程度。

对于有限个数值为x_i的随机变量的总体的方差是

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2/(n-1) \tag{22-3-7}$$

对于具有理论分布的总体，其方差是

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 f(x)dx \tag{22-3-8}$$

式中　m——数学期望值。

方差的平方根称为标准差。

二、理论分布

下面简述露天开采文献中常见的一些理论分布。

1. 正态分布

这是一种常见的概率分布，其图形如图22-3-2。这是一条左右对称的钟形曲线。其密度函数包括两个参数，即数学期望m和标准差σ：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \tag{22-3-9}$$

正态分布常用符号$N(m, \sigma)$ 表示，$m = 0$，$\sigma = 1$的正态分布$N(0, 1)$ 称为标准正态分布。

正态分布的累计分布$F(x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x)dx$不易求出，故广泛用预先算出的数值表查找。这种表是以 $(x_0 - m)/\sigma$作自变量求出的（表22-3-2）。使用时，须把实际参数标准化，使

之变为均值等于0，标准差等于1的N(0，1)标准正态分布。

例：某露天矿用4米^{3}斗容的挖掘机装载25吨的汽车，装载时间t_z呈正态分布，均值140秒，标准差20秒，试求t_z<180秒和t_z<120秒的概率。

解： 把参数标准化

$$Z_1 = \frac{x_0 - m}{\sigma} = \frac{180 - 140}{20} = 2$$

$$Z_2 = \frac{x_0 - m}{\sigma} = \frac{120 - 140}{20} = -1$$

查表22-3-2，当$Z_1 = 2$时，累计概率$F(2) = 0.9772$。这就是装车时间小于180秒的概率。Z_2为负值，表中不能直接查得。为此，根据正态分布对称的原理，可使：

$$F(-1) = 1 - F(1) = 1 - 0.8413 = 0.2587$$

这就是装车时间小于120秒的概率。

可以用下式计算正态分布的近似值：

$$F(Z) = 0.5[1 + \{1 - e^{-2Z^2/\pi}\}^{1/2}] \qquad (22\text{-}3\text{-}10)$$

2. 对数正态分布

这是地质统计中常用的一种分布。经验表明，矿床金属品位往往不呈正态分布，而更近对数正态分布。一个典型的例子如图22-3-3。对数正态分布的密度函数如下：

$$f(x) = \frac{1}{x\beta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln r - \ln x}{\beta}\right)^2} \qquad (22\text{-}3\text{-}11)$$

其中 $r = e^{\alpha}$，α为对数平均值，β为其标准差。

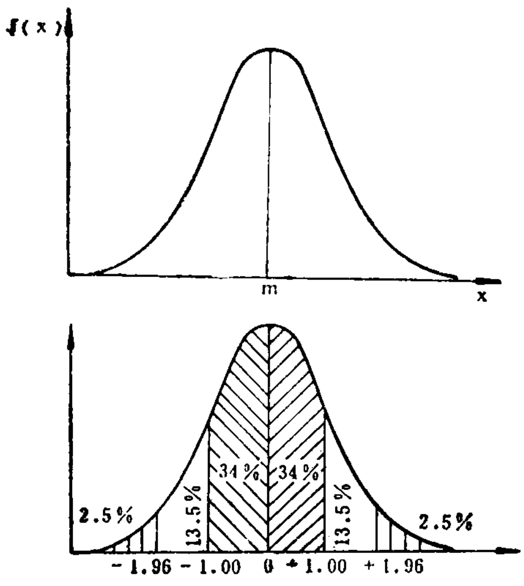

图 22-3-2 正态分布

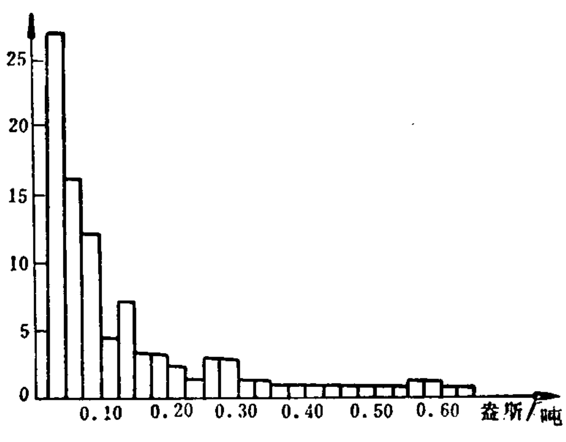

图 22-3-3 一个金矿的试样品位分布：对数正态分布

对数正态分布的均值可在理论上较妥当地用下式求算：

$$m = re^{\beta^2/2} = e^{\alpha + \beta^2/2} \qquad (22\text{-}3\text{-}12)$$

3. 二项分布

表 22-3-2 正 态 分 布 表

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	Z
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586	0.0
0.1	0.53983	0.54379	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57534	0.1
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409	0.2
0.3	0.61791	0.62172	0.62551	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173	0.3
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68438	0.68793	0.4
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240	0.5
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490	0.6
0.7	0.75803	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78523	0.7
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79954	0.80234	0.80510	0.80785	0.81057	0.81327	0.8
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83397	0.83646	0.83891	0.9
1.0	0.84134	0.84375	0.84613	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214	1.0
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87285	0.87493	0.87697	0.87900	0.88100	0.88297	1.1
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89616	0.89796	0.89973	0.90147	1.2
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91465	0.91621	0.91773	1.3
1.4	0.91924	0.92073	0.92219	0.92364	0.92506	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189	1.4
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408	1.5
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95448	1.6
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327	1.7
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96637	0.96711	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062	1.8
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670	1.9
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169	2.0
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574	2.1
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899	2.2
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158	2.3
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361	2.4
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520	2.5
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643	2.6
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736	2.7
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807	2.8
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861	2.9
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900	3.0
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929	3.1
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950	3.2
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965	3.3
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976	3.4
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983	3.5
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989	3.6
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992	3.7
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995	3.8
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997	3.9