最新版 全日制普通高级中学教科书同步辅导

名师指导
MINGSHI ZHIDAO

黄冈学法

黄冈市《黄冈学法》课题组 编

- 学法宝典
- 黄冈真经
- 设计优化
- 学练创新

数学

（高二上册）

陕西科学技术出版社
陕西人民教育出版社

名师指导

MINGSHI ZHIDAO

黄冈学法

数学

高二 上册

总 主 编 方水清 程金辉 何 郁

本册主编 金建平 龚达绩

本册编委(排名不分先后)

方水清 方 圆 丰孝初 汪小林

陈建国 金建平 金荷月 彭安福

周友东 肖继东 张仲顺 闻 炜

张祝华 黄孝银 廖再兴 王文娟

周 纯 朱东海 龚达绩

陕西科学技术出版社

陕西人民教育出版社

《名师指导·黄冈学法》编委会

图书在版编目(CIP)数据

名师指导·黄冈学法.数学.高中二年级.上册/《黄冈学法》课题组编.—西安:陕西科学技术出版社,2002.6

ISBN 7-5369-3526-9

Ⅰ.名…　Ⅱ.黄…　Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 040280 号

名师指导·黄冈学法

总主编　方水清　程金辉　何　郁

书　名　数学·高二上册

主　编　金建平　龚达绩

出版者　陕西科学技术出版社

陕西人民教育出版社

西安北大街 131 号　邮编 710003

电话(029)7211894　传真(029)7218236

http://www.snstp.com

发行者　陕西科学技术出版社

电话(029)7212206　7260001

传真(029)7257895

印　刷　西安旗舰印务有限公司

规　格　880mm×1230mm　32 开本

印　张　10.5

字　数　318 千字

版　次　2002 年 7 月第 1 版

2002 年 7 月第 1 次印刷

定　价　11.00 元

(如有印装质量问题,请与承印厂联系调换)

前　言

解读**黄冈**神话　奉献**学法**精髓

湖北黄冈，山青水秀，人杰地灵，自古有“惟楚有才，尽在黄冈”的美誉。如今的黄冈教育更是星光灿烂，成绩非凡——连续10年高考成绩居全国之首；在国际奥林匹克数、理、化竞赛中获5金、3银、1铜9枚奖牌。这些成绩源之于科研兴校，得之于素质教育。

《名师指导·黄冈学法》融汇黄冈多年的教研成果，解读黄冈教学神话，她围绕一个“学”字做文章：以学生为主体，以学法为核心，以学练为手段，以会学和学会为目的。

《名师指导·黄冈学法》由黄冈市著名特级教师、高级教师担纲，按人教社最新修订版教材编写，是小学一年级到高中三年级的同步辅导、训练读物。每课(每单元)开设以下窗口：

学点聚焦　阐明学习目的和要求，三言两语，学得明白。

学法指导　指明学习方法。【重点剖析】抓住知识主干，从知识的广度和深度分析问题。【疑难解析】针对学习中的疑点、难

点进行解析，帮助学生扫除学习障碍。

学解习题　教学解题方法：【导析】点拨解题思路，【解答】进行解题示范，【解后反思】总结解题规律。

学习误区　关注解题过程中带有普遍性、倾向性的失误。【错解】暴露错误思维，【错因】分析错误原因，防止学习失误。

学练结合　夯实基础，提高能力。为了更好地落实“分层教学，分类指导”的教学理念，特别区分基础、方法、能力三种题型：用题落实基础，用题掌握方法，用题提高能力。在学中练，在练中学。

学生小结　教师提示，学生小结。帮助学生梳理知识，培养学生良好的学习习惯。

单元达标和期中、期末测试　检验学习情况，帮助学生轻松过关。

虽然我们进行了大量的探索和努力，以审慎的态度和高度的责任感编写本套丛书，但错漏之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

本丛书在编写过程中，得到了教育界有关专家和许多同仁的热情关心和支持，在此一并表示衷心的感谢！

黄冈市《黄冈学法》课题组

2002年6月18日

目录

学点聚焦 学法指导 学解习题 学习误区 学练结合

第六章 不等式

6.1 不等式的概念和性质

学点聚焦

1. 掌握不等式的意义.

2. 通过实数与数轴上点的一一对应关系,理解并会用两个实数差的符号比较它们的大小.

3. 理解不等式的五个性质及其推论,并会用这些性质、定理证明一些简单的不等式.

学法指导

重点剖析

1. 实数比较大小的依据:

$a > b \Leftrightarrow a - b > 0$;

$a = b \Leftrightarrow a - b = 0$;

$a < b \Leftrightarrow a - b < 0$.

利用上述实数比较大小的依据,将比较大小的问题转化为二数(或二式)的差的符号问题,这是本章全部内容展开的基础.

2. 不等式性质定理:

定理1 $a > b \Leftrightarrow b < a$(反身性);

定理 2　$a>b, b>c \Rightarrow a>c$(传递性);

定理 3　$a>b \Rightarrow a+c>b+c$(加法性质);

定理 4　$a>b, c>0 \Rightarrow ac>bc$; $a>b, c<0 \Rightarrow ac<bc$(乘法性质);

定理 5　$a>b>0 \Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$($n\in\mathbf{Z}$,且 $n>1$)(开方性质).

由以上定理可推出以下结论:

(1) $a>b, c>d \Rightarrow a+c>b+d$;

(2) $a>b, c<d \Rightarrow a-c>b-d$;

(3) $a>b>0, c>d>0 \Rightarrow ac>bd$;

(4) $a>b>0 \Rightarrow a^n>b^n$($n\in\mathbf{Z}$ 且 $n>1$);

(5) $a>b, c\in\mathbf{R} \Rightarrow ac^2\geqslant bc^2$;

(6) $a>b, ab>0 \Rightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

疑难解析

1. 利用不等式性质证明不等式是本节的难点之一.要突破这个难点,必须抓住不等式条件及结论的式子结构,看它们是 $+$,$-$ 结构还是 $\times$,$\div$ 结构,联想相应的不等式性质即可得证.

2. 不等式性质定理的条件和应用也是本节的又一难点.例如:定理 4 中乘数 c 的符号极易忽视;提醒注意不等式性质在应用时,小心性质条件是否具备,做到有根有据,如 $a>b, c>d \Rightarrow ac>bd$ 是常见错误.

学解习题

例 1　比较 a^4-b^4 与 $4a^3(a-b)$ 的大小.

导析　比较两个实数的大小通常用作差比较法,通过分解因式,判定该差式的值的符号即可.

解　$\because a^4-b^4-4a^3(a-b)$

$=(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3-4a^3)$

$=(a-b)[(a^2b-a^3)+(ab^2-a^3)+(b^3-a^3)]$

$=-(a-b)^2(3a^2+2ab+b^2)$

$=-(a-b)^2[(\sqrt{3}a+\frac{b}{\sqrt{3}})^2+\frac{2b^2}{3}]\leqslant 0$,

$\therefore a^4-b^4\leqslant 4a^3(a-b)$（当且仅当 $a=b$ 时等号成立）.

解后反思 作差比较法是证明不等式或比较两数大小的常用方法之一.作差法的步骤是：作差——变形——定号，变形可变成一个常数，也可变成平方和，也可变成因式之积.

例2 已知 $a\in \mathbf{R}$，比较 $\frac{1}{1+a}$ 与 $1-a$ 的大小.

导析 作差与变形后，仍无法直接确定差的符号时，需进行分类讨论.

解 $\because \frac{1}{1+a}-(1-a)=\frac{a^2}{1+a}$.

(1) 当 $a=0$ 时，$\frac{1}{1+a}=1-a$.

(2) 当 $a\neq 0$ 时，

(i) 若 $a>0$，则 $\frac{1}{1+a}>1-a$.

(ii) 若 $-1<a<0$，则 $\frac{1}{1+a}>1-a$.

(iii) 若 $a<-1$，则 $\frac{1}{1+a}<1-a$.

例3 设 a、b 为正数，且 $a\neq b$，比较 a^ab^b 与 a^bb^a 的大小.

导析 比较两个正数 a 与 b 的大小，可先求 $\frac{a}{b}$，即作商比较法：

若 $\frac{a}{b}>1$，则 $a>b$；若 $\frac{a}{b}<1$，则 $a<b$；若 $\frac{a}{b}=1$，则 $a=b$.

解 $\because \frac{a^ab^b}{a^bb^a}=a^{a-b}\cdot b^{b-a}=(\frac{a}{b})^{a-b}$，

当 $a>b>0$ 时，$\frac{a}{b}>1$，$a-b>0$，

$\therefore (\frac{a}{b})^{a-b}>(\frac{a}{b})^0=1$.

$\therefore \frac{a^ab^b}{a^bb^a}>1$，又 $\because a^bb^a>0$，

$\therefore a^ab^b>a^bb^a$.

当 $0<a<b$ 时，$0<\frac{a}{b}<1$，$a-b<0$，

$\therefore (\frac{a}{b})^{a-b}>(\frac{a}{b})^0=1$.

$\therefore \frac{a^ab^b}{a^bb^a}>1$，又 $\because a^bb^a>0$，

$\therefore a^ab^b > a^bb^a$.

综上，当 a、b 是正数，且 $a \neq b$ 时，$a^ab^b > a^bb^a$.

解后反思 作商比较法一般用于比较幂指数式之间的大小.作商法的步骤是：作商——变形——与“1”比较.利用作商法一定要注意两数符号相同，且分母不为零，当需要讨论时，既不要重复，又不要遗漏.

例4 设 $0<x<1$，$a>0$ 且 $a\neq 1$，比较 $|\log_a(1-x)|$ 与 $|\log_a(1+x)|$ 的大小.

导析 本题可按以下三种思路解决：

思路1 作差$\longrightarrow$去绝对值$\longrightarrow$定符号$\longrightarrow$结论.

(1) 当 $0<a<1$ 时，由于 $0<1-x<1$，$1+x>1$，故有

$$|\log_a(1-x)|-|\log_a(1+x)|$$
$$=\log_a(1-x)+\log_a(1+x)$$
$$=\log_a(1-x^2)>0.$$

(2) 当 $a>1$ 时，因 $0<1-x<1$，$1+x>1$，故有

$$|\log_a(1-x)|-|\log_a(1+x)|$$
$$=-\log_a(1-x)-\log_a(1+x)$$
$$=-\log_a(1-x^2)>0$$

综上所述得 $|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$.

思路2 作商$\longrightarrow$变形$\longrightarrow$与1比较大小$\longrightarrow$结论.

$$\frac{|\log_a(1-x)|}{|\log_a(1+x)|}=\left|\frac{\log_a(1-x)}{\log_a(1+x)}\right|=|\log_{(1+x)}(1-x)|$$
$$=-\log_{(1+x)}(1-x)=\log_{(1+x)}\frac{1}{1-x}$$
$$=\log_{(1+x)}\frac{1+x}{1-x^2}>\log_{(1+x)}(1+x)=1.$$

即 $|\log_a(1-x)|>|\log_a(1+x)|$.

思路3 作平方差$\longrightarrow$变形$\longrightarrow$定符号$\longrightarrow$结论.

$$|\log_a(1-x)|^2-|\log_a(1+x)|^2$$
$$=[\log_a(1-x)+\log_a(1+x)]\cdot[\log_a(1-x)-\log_a(1+x)]$$
$$=\log_a(1-x^2)\cdot\log_a\frac{1-x}{1+x}.$$

$\because 0<1-x^2<1, 0<\frac{1-x}{1+x}<1$,

$\therefore$ 不论 $a>1$，或 $0<a<1$，都有

$$\log_a(1-x^2)\cdot\log_a\frac{1-x}{1+x}>0,$$

故 $|\log_a(1-x)|^2 > |\log_a(1+x)|^2$,

即 $|\log_a(1-x)| > |\log_a(1+x)|$.

解后反思 本题考查了绝对值的概念、对数函数的性质及两个实数比较大小的方法.一题多解对培养学生运算能力及分析问题的能力有很大的帮助,请读者注意领会和掌握.

例5 若 $a<b<0,0>c>d$,求证:$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

证明 $\begin{cases}a<b<0,\\ d<c<0.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-a>-b>0,\\ \frac{1}{c}<\frac{1}{d}<0.\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}-a>-b>0,\\ -\frac{1}{c}>-\frac{1}{d}>0.\end{cases}\Rightarrow\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

解后反思 本题证明运用了性质定理4及推论(见推论4、5).

推论(5)中,$\because ab>0$,$\therefore a$、b 同号,故若 $a>b>0$,则 $0<\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$;

若 $0>a>b$,则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$;

若 $a>0>b$,则 $\frac{1}{a}>0>\frac{1}{b}$.

此推论与定理5结合,可推出:若 $a>b>0$,s 为正有理数,则 $a^s>b^s$.

学习误区

例6 已知 $f(x)=ax^2+bx$,并且 $1\leqslant f(-1)\leqslant 2$,$2\leqslant f(1)\leqslant 4$,求 $f(-2)$ 的取值范围.

错解 由 $1\leqslant f(-1)\leqslant 2$ 得: $1\leqslant a-b\leqslant 2$ ①

由 $2\leqslant f(1)\leqslant 4$ 得: $2\leqslant a+b\leqslant 4$ ②

从①、②中消去 b 得:$\frac{3}{2}\leqslant a\leqslant 3$;消去 a 得:$0\leqslant b\leqslant\frac{3}{2}$.于是便有:

$3\leqslant f(-2)=4a-2b\leqslant 12$.

错因 产生错误的原因是由①、②得到的 a、b 的范围,其等号不一定能达到,所以应尽量使所求的范围最确切,是利用不等式解出某式取值范围这类典型问题的关键.

正解 设 $f(-2)=mf(-1)+nf(1)$，则

$$4a-2b=m(a-b)+n(a+b)$$
$$=(m+n)a+(-m+n)b,$$

$\therefore \begin{cases} m+n=4, \\ -m+n=-2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=3, \\ n=1. \end{cases}$

故 $f(-2)=3f(-1)+f(1)$.

$\because 1\leqslant f(-1)\leqslant 2$,

$\therefore 3\leqslant 3f(-1)\leqslant 6$.

又 $2\leqslant f(1)\leqslant 4$,

$\therefore 5\leqslant 3f(-1)+f(1)\leqslant 10$,

即 $5\leqslant f(-2)\leqslant 10$.

学练结合

1. 若 $a<b<0$，则下列不等式中，不能成立的是(　　).

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$

C. $|a|>|b|$　　D. $a^2>b^2$

2. 若 $-\pi<\alpha<\beta<\pi$，则下列各式中恒成立的是(　　).

A. $-2\pi<\alpha-\beta<0$　　B. $-2\pi<\alpha-\beta<-\pi$

C. $-\pi<\alpha-\beta<\pi$　　D. $-\pi<\alpha-\beta<0$

3. 若 $0<a<1$，则下列不等式中正确的是(　　).

A. $(1-a)^{\frac{1}{3}}>(1-a)^{\frac{1}{2}}$　　B. $\log_{(1-a)}(1+a)>0$

C. $(1-a)^3>(1+a)^2$　　D. $(1-a)^{1+a}>1$

4. 设命题甲为 $\begin{cases} 2<x+y<4, \\ 0<xy<3, \end{cases}$ 命题乙为：$\begin{cases} 0<x<1, \\ 2<y<3, \end{cases}$ 则甲是乙的________条件.

5. 若 $0<a<b$，且 $a+b=1$，则将 $a,b,\frac{1}{2},2ab,a^2+b^2$ 从小到大排列为：________.

6. 若 $a>b$ 可推出 $a-\frac{1}{a}>b-\frac{1}{b}$，则 ab 满足的条件是________.

7. 比较 $3x^2-x+1$ 与 $2x^2+x-1$ 的大小.

8. 设 $A=x^n+x^{-n}$, $B=x^{n-1}+x^{1-n}$, 且 $x\in\mathbf{R}^+$, $n\in\mathbf{N}$ 时, 求证: $A\geqslant B$.

9. 设 a、b、m、n 是正数, 且 $m+n=1$, 比较 $\sqrt{ma+nb}$ 与 $m\sqrt{a}+n\sqrt{b}$ 的大小.

10. 甲、乙二人沿着同一条路同时从 A 地向 B 地, 甲用速度 v_1 与 v_2 ($v_1\neq v_2$) 各走全程的一半, 乙用速度 v_1 与 v_2 各走全程所需时间的一半, 试判断甲、乙两人谁先到达 B 地, 并证明你的结论.

不等式的概念和性质单元达标测试题

一、单项选择题(每小题 5 分, 共 60 分)

1. 下列命题中的真命题是(　　).

A. $a\in\mathbf{R}^+\Rightarrow a>\sqrt{a}$　　B. $a>b\Rightarrow\frac{a}{c^2}<\frac{b}{c^2}$

C. $|a|>b>0\Rightarrow a^n>b^n(n\in\mathbf{N}^*)$

D. $a>b\Rightarrow a^{\frac{1}{2n+1}}>b^{\frac{1}{2n+1}}(n\in\mathbf{N}^*)$

2. 以下不等式中, 恒成立的是(　　).

A. $x+1>0$　　B. $x^2+1>x$

C. $x^2-1>x$　　D. $|x+1|>0$

3. 设 $0<a<b<1$, 则下面的结论正确的是(　　).

A. $\log_a b>1$　　B. $\log_a b<0$

C. $0<\log_a b<1$　　D. $\log_a b<-1$

4. 已知 a、b、$c\in\mathbf{R}$, 则下列推理中正确的是(　　).

A. $a>b\Rightarrow am^2>bm^2$　　B. $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}\Rightarrow a>b$

C. $a^3>b^3, ab>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　D. $a^2>b^2, ab>0\Rightarrow\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

5. 若 $x<a<0$, 则有(　　).

A. $x^2<ax<0$　　B. $x^2>ax>a^2$

C. $x^2<a^2<0$　　D. $a^2>x^2>0$

6. 若 $a, b\in\mathbf{R}$, 下列命题:

①若 $|a|>b$, 则 $a^2>b^2$;　　②若 $a^2>b^2$, 则 $|a|>b$;

③若 $a>|b|$,则 $a^2>b^2$;　　④若 $a^2>b^2$,则 $a>|b|$.

正确的是(　　).

A.①和③　B.①和④　C.②和③　D.②和④

7. 若 $a>b(ab\neq0)$,则下列不等式一定成立的是(　　).

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $\frac{a}{b}>1$

C. $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$　　D. $\log_2(a-b)>0$

8. 已知 $a+b>0$, $b<0$,那么 $a,b,-a,-b$ 之间的大小关系是(　　).

A. $a>b>-b>-a$　　B. $a>-b>-a>b$

C. $a>b>-a>-b$　　D. $a>-b>b>-a$

9. 已知 $-1<a<b<0$,则下面不等式正确的是(　　).

A. $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<b^2<a^2$　　B. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<b^2<a^2$

C. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<a^2<b^2$　　D. $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<a^2<b^2$

10. 若 $ac>bd$,且 $a>b>0$,则 c,d 的大小关系是(　　).

A. $c>d>0$　　B. $c>0>d$

C. $c<d<0$　　D. 不确定

11. 若 $x,y\in\mathbf{R}$,那么"$xy>0$"是"$|x+y|=|x|+|y|$"的(　　).

A. 充分但不必要条件　　B. 必要但不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

12. 下列命题:

①若 $x>4$,则 $x^2>16$;　　②若 $x<-4$,则 $x^2<16$;

③若 $x^2>16$,则 $x^2>24$;　　④若 $x^2<16$,则 $x<4$;

⑤若 $x>0$,则 $x\geqslant0$;　　⑥若 $x\geqslant0$,则 $x>0$.

其中正确的是(　　).

A.①②③　　B.①③⑤

C.①④⑤　　D.①④⑥

二、填空题(每小题 4 分,共 16 分)

13. 已知 $a<0$, $-1<b<0$,则 a,ab,ab^2 三者的关系是________.

14. 若 $a>b>0$,则 $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{b+1}-\sqrt{b}$ 的大小关系是________.

15. 若 $x<y<0$,则 $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ 与 $\frac{x+y}{x-y}$ 的大小关系是________.

16. 已知四个条件:① $b>0>a$,② $0>a>b$,③ $a>0>b$,④ $a>b>0$. 能推得

$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$成立的条件是(只填序号)________.

三、解答题(第 17 小题 10 分,第 18、19 小题 12 分,第 20 小题 14 分,第 21 小题 12 分,第 22 小题 14 分)

17. 若 $x<y$,$xy<0$,$xy>x$,求 x、y 的取值范围.

18. 若 $a>b>0$,$c<d<0$,$e<0$,求证:$\frac{e}{a-c}>\frac{e}{b-d}$.

19. 若 $x<y<0$,试比较$(x^2+y^2)(x-y)$与$(x^2-y^2)(x+y)$的大小.

20. 已知 $0<a<\frac{1}{2}$,$A=1-a^2$,$B=1+a^2$,$C=\frac{1}{1-a}$,$D=\frac{1}{1+a}$,

(1) 求证:$1-a>a^2$;

(2) 试比较 A、B、C、D 的大小.

21. 某顾客第一次在商店买 x 件某种商品花去 $y(y\geq1)$元,第二次再买这种商品发现该商品已降价,且 120 件恰好降价 8 元,第二次比第一次多买 10 件,共花去 2 元,那么他第一次至少买这种商品几件?

22. 设集合 $A=\{x\mid -2\leq x\leq a\}$,集合 $B=\{y\mid y=2x+3,x\in A\}$,集合 $C=\{y\mid y=x^2,x\in A\}$,求使 $C\subseteq B$ 时 a 的取值范围.

6.2　算术平均数与几何平均数

学点聚焦

1. 理解并掌握两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数定理.

2. 会运用均值定理处理某些非二次函数的最大值、最小值问题.

学法指导

重点剖析

1. 几个重要的不等式:

(1) 如果 a、$b\in \mathbf{R}$,那么 $a^2+b^2\geqslant 2ab$(当且仅当 $a=b$ 时取"="号).

(2) 如果 a、$b\in \mathbf{R}^+$,那么 $\frac{a+b}{2}\geqslant \sqrt{ab}$(当且仅当 $a=b$ 时取"="号).

(3)* 如果 $a_1,a_2,\cdots,a_n\in \mathbf{R}^+$,那么

$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}\geqslant \sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$(当且仅当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$ 时取"="号).

(注 右上角标"*"的为学有余力者选用,下同.)

在应用以上重要不等式时,一定要注意它们取等号的充要条件都是各项相等,(2)和(3)成立的前提条件都是几个正数.

2. 重要不等式的应用:

(1)探索与证明不等式.

(2)探求变量的最值.

定理 (i)对给定的函数 $U=x+y$, $x>0$, $y>0$, $xy=P$(定值),当且仅当 $x=y=\sqrt{P}$时,$U_{\min}=2\sqrt{P}$.

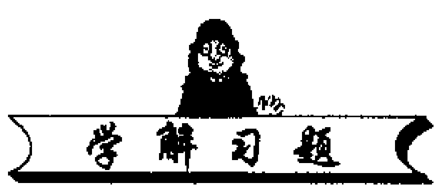
(ii)对给定的函数 $U=xy$, $x>0$, $y>0$, $x+y=S$(定值),当且仅当 $x=y=\frac{S}{2}$时,$U_{\max}=\frac{1}{4}S^2$.

应用此定理求某些函数的最大(小)值时,注意"和"或"积"应为常数.

疑难解析

1. 均值不等式成立的条件是 a、b 都是正数.

2. 用$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$, $\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$* 解最值问题时,"一正、二定、三等"缺一不可.一正:即 $a,b\in\mathbf{R}^+$;二定:积或和为定值;三等:即当且仅当各正数相等时取等号.此定理的应用是本节的难点.



例1 下列不等式:

①$x+\frac{1}{x}\geqslant 2$;　　②$\left|x+\frac{1}{x}\right|\geqslant 2$;

③若 $0<a<1<b$,则 $\log_a b+\log_b a\leqslant -2$;