

误差理论与 数据处理 习题集

合肥工业大学 李书富 主编

机械工业出版社

301

前 言

高等学校精密仪器专业《误差理论与数据处理》课程是实践性较强的一门专业基础理论课。学习该课程必须理论与实践紧密结合,并完成一定数量的课外作业,才能真正掌握该课程的基本内容,达到灵活运用理论解决实际问题的目的。为此,编写出版《误差理论与数据处理习题集》,作为与教材配套的辅助教材,供精密仪器专业教学和学习时选用。同时,本教材亦可供其他仪器仪表类和机械类有关专业学生及有关科研和生产单位的计量测试等科技人员参考。

本习题集从现有国内外各种书刊和科研生产实际以及编者多年来教学实践中,精选了 209 个习题,并按《误差理论与数据处理》教材各章内容顺序编写。本习题集也分为六章,各章习题与教材内容紧密结合,并选有 28 个示范题解,以加深对基本理论的理解并提高解题能力,达到举一反三的目的。

本习题集由合肥工业大学李书富主编,负责本书编写的有李书富(第一、二、三、四章)、合肥工业大学李有立(第五、六章)。本书由天津大学罗南星主审。

本习题集编写工作中,得到合肥工业大学费业泰教授、天津大学陈林才教授的积极热情指导与帮助,他们为本书提出了许多宝贵意见,在此表示衷心感谢!

由于本习题集是初次编写,加之编者水平有限,书中缺点和错误在所难免,恳望读者批评指正。

编者

一九八八年元月

目 录

第一章 绪论	1
例题	1
习题	2
第二章 误差的基本性质与处理	7
例题	7
习题	16
第三章 误差的合成与分配	24
例题	24
习题	33
第四章 线性参数的最小二乘法	44
例题	44
习题	54
第五章 回归分析与谐波分析	62
例题	62
习题	94
第六章 动态测试数据处理基本方法	107
例题	107
习题	112
主要参考文献	120

第一章 绪 论

例 题

例 1 在万能测长仪上，测量某一被测件的长度为 50 mm，已知其最大绝对误差为 $1\text{ }\mu\text{m}$ ，试问该被测件的真实长度是多少？

解： $L = 50\text{ mm}$ $\delta = 0.001\text{ mm}$

故 $L_0 = L \pm \delta = 50.000 \pm 0.001\text{ mm}$

例 2 用两种方法测量长度为 50 mm 的被测件，分别测得 50.005 mm；50.003 mm。试评定两种方法测量精度的高低。

解：因对相同的被测量，可用绝对误差的大小来评定其两种测量方法之精度高低。绝对误差小者，其测量精度高。

第一种方法的绝对误差为

$$\delta_1 = (50.005 - 50.000)\text{ mm} = 0.005\text{ mm}$$

第二种方法的绝对误差为

$$\delta_2 = (50.003 - 50.000)\text{ mm} = 0.003\text{ mm}$$

$$\therefore \delta_2 < \delta_1$$

故 第二种方法测量精度高。

例 3 若某一量值 Q 用乘积 ab 表示，而 a 与 b 是各自具有相对误差 f_a 和 f_b 的被测量，试求量值 Q 的相对误差。

解: $\because$ 相对误差 = $\frac{\text{绝对误差}}{\text{真 值}} = \frac{\text{测得值} - \text{真值}}{\text{真 值}}$

$$\therefore a = a_0(1 + f_a) \quad b = b_0(1 + f_b)$$

式中 a_0 、 b_0 分别为 a 、 b 的真值。

则
$$Q = ab = a_0(1 + f_a) \times b_0(1 + f_b)$$

$$\approx a_0 b_0(1 + f_a + f_b)$$

因此, Q 的相对误差约为 $f_a + f_b$ 。

例 4 若某一量值 Q 用 a 与 b 的商 a/b 表示, 而 a 与 b 是各自具有相对误差 f_a 与 f_b 的被测量, 试求量值 Q 的相对误差。

解: $\because a = a_0(1 + f_a)$

$$b = b_0(1 + f_b)$$

则
$$Q = \frac{a}{b} = \frac{a_0(1 + f_a)}{b_0(1 + f_b)} \approx \frac{a_0}{b_0}(1 + f_a + f_b)$$

因此, Q 的相对误差约为 $f_a + f_b$ 。

例 5 通过电阻 R 的电流 I 产生热量 (单位 J)

$$Q = I^2 R t$$

式中的 t 为通过电流的持续时间, 已知 I 与 R 测量的相对误差为 1%, t 测量的相对误差为 5%, 试求 Q 的相对误差。

解: $Q = I^2 R t$

$$\delta_Q = 2 I R t \delta_I + I^2 t \delta_R + I^2 R \delta_t$$

$$\frac{\delta_Q}{Q} = 2 \frac{\delta_I}{I} + \frac{\delta_R}{R} + \frac{\delta_t}{t}$$

$$= 2 \times 1\% + 1\% + 5\% = 8\%$$

习 题

1-1 研究误差的意义是什么? 误差理论研究的主要内

容是什么?

1-2 什么叫测量误差? 什么叫修正值? 含有误差的某一测得值经过修正后, 能否得到被测量的真值? 为什么?

1-3 误差的绝对值与绝对误差是否相同? 为什么?

1-4 测得某三角块的三个角度之和为 $180^{\circ}00'02''$, 试求测量的绝对误差和相对误差?

1-5 用量角器测得某角度样板的面角为 $35^{\circ}18'25'' \pm 10''$, 试求其相对误差。

1-6 用二等标准活塞压力计测量某压力得 100.2Pa , 该压力用更准确的办法测得为 100.5Pa , 问二等标准活塞压力计测量值的误差为多少?

1-7 在测量某一长度时, 读数值为 2.31m , 其最大绝对误差为 $20\mu\text{m}$, 试求其最大相对误差。

1-8 测量某一矩形的两边长, 其相对误差分别为 3% 和 4% , 试求矩形面积的相对误差为多少?

1-9 在满足欧姆定律的电路中, 电流 I 由关系式 $I = E/R$ 来计算, 其中 E 是电路的电动势, R 是电阻。试求由 E 和 R 的相对误差 f_E 和 f_R 引起的电流 I 的相对误差。

1-10 已知某电子管灯丝的电阻为 21Ω , 电子管灯丝上的电压为 6.3V , 若已知电阻绝对误差为 $\pm 0.01\Omega$, 电压绝对误差为 $\pm 0.001\text{V}$, 试求流过电子管灯丝的电流及其绝对误差。

1-11 若 $y = x^2/(1 + x^2)$, 当 (1) $x = 3$, $\delta_x = 0.1$; (2) $x = 2$, $\delta_x = 0.05$ 时, 求 δ_y/y 。

1-12 某量值 y 按被测量 x 表示为 $y = 4x - 2/x$, 若 x 的相对误差为 1% 时, y 的相对误差为多少?

1-13 由单摆公式 $g = 4\pi^2 l/T$ 计算 g 值, 若 $l = l_0(1$

$+f_l)$, $T = T_0(1 + f_T)$, 其中 f_l , f_T 分别为 l 和 T 的相对误差, 试求 g 值的相对误差。

1-14 用一旋转粘度计测量某液体的〔动力〕粘度 η , 所用圆柱的半径各为 a 和 b , 今用力矩 M 转动圆柱, 则有 $\eta = \frac{M}{4\pi\omega} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right)$, 其中 ω 为转动角速度。若已知 $a = 0.04 \text{ m}$, $b = 0.05 \text{ m}$, 两者最大测量误差为 0.0001 m , 且 M/ω 的误差可忽略不计。试求 η 的相对误差。

1-15 若 $y = \sin(2\omega t + \alpha)$, 当 (1) $t = \pi/2\omega$, (2) $t = \pi/\omega$ 时, 已知 t 的相对误差为 1% , 试求 y 的相对误差, 并求 y 的相对误差为最小时的 t 值。

1-16 若 $i = k \tan \theta$, 已知 θ 的测量误差为 δ , 求当 i 的误差为最小及 i 的相对误差为最小时的 θ 值各为多少?

1-17 使用Kater (凯特) 摆时, g 由公式 $g = 4\pi^2(h_1 + h_2)/T^2$ 给定。今测出长度 $(h_1 + h_2)$ 为 $1.04230 \pm 0.00005 \text{ m}$, 振动时间 T 为 $2.0480 \pm 0.0005 \text{ s}$ 。试求 g 及其最大相对误差。如果 $(h_1 + h_2)$ 测出为 $1.04220 \pm 0.0005 \text{ m}$, 为了使 g 的误差能小于 0.001 m/s^2 , T 的测量必须精确到多少?

1-18 在某种状态下, 简支梁的弯曲公式为 $f = PL^3/48EI$ 。若弯曲量 f 的相对误差为 $\pm 0.1\%$, 梁的跨度 L 的相对误差为 $\pm 0.05\%$, 惯性矩 I 的相对误差为 $\pm 0.1\%$ 时, 试求弹性模量 E 的相对误差?

1-19 按焦耳定律测定电阻 R 在 t 时间内通过电流 I 时所发出的热量 $Q = I^2 R t$, 今测得 $I = (4.0 \pm 0.1) \text{ A}$, $R = (40.0 \pm 0.1) \Omega$, $t = (10.00 \pm 0.01) \text{ s}$, 试求热量 Q 的测量误差。

1-20 检定 2.5 级（即引用误差为 2.5%）的全量程为 100 V 的电压表，发现 50 V 刻度点的示值误差 2 V 为最大误差，问该电压表是否合格？

1-21 检定一只 3 mA，2.5 级电流表的全量程（满刻度）误差，现有（1）10 mA，0.5 级；（2）10 mA，0.2 级；（3）15 mA，0.2 级；（4）5 mA，0.5 级标准电流表各一只，试问应选哪一只比较合理？为什么？

1-22 为什么在使用微安表等各种电表时，总希望指针在全量程的 $2/3$ 范围内使用？

1-23 用两种方法测量 $L_1 = 50 \text{ mm}$ ； $L_2 = 80 \text{ mm}$ 。分别测得 50.004 mm ； 80.006 mm 。试评定两种方法测量精度的高低。

1-24 多级弹导火箭的射程为 10000 km 时，其射击偏离预定点不超过 0.1 km，优秀射手能在距离 50 m 远处准确地射中直径为 2 cm 的靶心，试评述哪一个射击精度高？

1-25 若用两种测量方法测量某零件的长度 $L_1 = 110 \text{ mm}$ ，其测量误差分别为 $\pm 11 \mu\text{m}$ 和 $\pm 9 \mu\text{m}$ ；而用第三种测量方法测量另一零件的长度 $L_2 = 150 \text{ mm}$ ，其测量误差为 $\pm 12 \mu\text{m}$ ，试比较三种测量方法精度的高低。

1-26 氢原子的质量等于 $(1.673 \pm 0.001) \times 10^{-27} \text{ kg}$ ，而电子的质量等于 $(9.11 \pm 0.01) \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，试问这两个测量值哪一个更精确些？

1-27 用毫米钢尺测量某一被测件的长度为 80 mm，其绝对误差为 0.5 mm；又用一量角器测量另一被测件的角度为 90° ，其绝对误差为 $30'$ ，试比较二者测量精度的高低。

1-28 通过将液体注入 U 形管来求液体密度为 ρ 的表面张力 γ ，U 形管两端的半径分别为 r_1 和 r_2 。两端高度差经

测得为 h ， γ 由公式 $\gamma \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{2} g \rho h$ 计算。若 $h = 1.06 \text{ cm}$ ， $r_1 = 0.07 \text{ cm}$ ， $r_2 = 0.14 \text{ cm}$ ，而它们的测量误差都不大于 0.005 cm 时，试估计 γ 的相对误差。

1-29 若用测量范围为 $0 \sim 25 \text{ mm}$ 的 1 级千分尺（示值误差为 $\pm 8 \mu\text{m}$ ）来测量某轴轴径，读数为 12.472 mm ，试写出测量结果。

1-30 什么叫系统误差？什么叫随机误差？试比较它们的异同点。

1-31 如何根据系统误差与随机误差相互转化的特性来减小测量结果的误差，并举例说明之。

1-32 若某一被测件和标准器进行比对的结果为 $D = 20.008 \text{ mm}$ ，现要求测量的准确度、精密度及精确度均高，下述哪一种方法测量结果符合要求？

(1) $D = 20.012 \pm 0.004 \text{ mm}$ ；(2) $D = 20.015 \pm 0.003 \text{ mm}$ ；(3) $D = 20.015 \pm 0.002 \text{ mm}$ ；(4) $D = 20.005 \pm 0.002 \text{ mm}$ 。

第二章 误差的基本性质与处理

例 题

例 1 测量小轴直径共 10 次，得到一系列等精度测得值如下（单位 mm）：25.0360，25.0365，25.0362，25.0364，25.0367，25.0363，25.0366，25.0363，25.0366，25.0364°若已排除了系统误差的影响和剔除了粗大误差，试求其算术平均值及标准差，并写出测量结果。

解：列表计算如下：

序 号	d_i/mm	$v_i/\mu\text{m}$	$v_i^2/\mu\text{m}^2$
1	25.0360	-0.4	0.16
2	25.0365	+0.1	0.01
3	25.0362	-0.2	0.04
4	25.0364	0	0
5	25.0367	+0.3	0.09
6	25.0363	-0.1	0.01
7	25.0366	+0.2	0.04
8	25.0363	-0.1	0.01
9	25.0366	+0.2	0.04
10	25.0364	0	0
$n = 10$	$\Sigma d_i = 250.364\text{mm}$	$\Sigma v_i = 0$	$\Sigma v_i^2 = 0.40\mu\text{m}^2$

算术平均值: $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{250.364}{10} \text{ mm} = 25.0364 \text{ mm}$

标准差, 按贝塞尔公式:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.4}{10-1}} \mu\text{m} \approx 0.21 \mu\text{m}$$

算术平均值的标准差:

$$\sigma_{\bar{d}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx 0.07 \mu\text{m}$$

测量结果为 $d = \bar{d} \pm 3\sigma_{\bar{d}} = 25.0364 \pm 0.0002 \text{ mm}$

例 2 对某一 1 等米尺, 在 20°C 的条件下, 进行不等精度测量, 获得以下三组测量结果:

$$\bar{L}_1 = 1000.0045 \text{ mm}, \quad \sigma_{L_1} = 0.5 \mu\text{m}$$

$$\bar{L}_2 = 1000.0055 \text{ mm}, \quad \sigma_{L_2} = 1.0 \mu\text{m}$$

$$\bar{L}_3 = 1000.0015 \text{ mm}, \quad \sigma_{L_3} = 0.2 \mu\text{m}$$

试求其最终测量结果。

解: 已知各组标准差, 即可确定各组的权:

$$\begin{aligned} p_1 : p_2 : p_3 &= \frac{1}{\sigma_{L_1}^2} : \frac{1}{\sigma_{L_2}^2} : \frac{1}{\sigma_{L_3}^2} \\ &= \frac{1}{(0.5)^2} : \frac{1}{(1.0)^2} : \frac{1}{(0.2)^2} \\ &= 4 : 1 : 25 \end{aligned}$$

加权算术平均值为

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \left(1000.0015 + \frac{4 \times 0.0030 + 1 \times 0.0040}{4 + 1 + 25} \right) \text{ mm} \\ &= 1000.0020 \text{ mm} \end{aligned}$$

各组相应的残余误差为

$$\begin{aligned} v_1 &= \bar{L}_1 - \bar{L} = (1000.0045 - 1000.0020) \text{ mm} \\ &= +0.0025 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$v_2 = \bar{L}_2 - \bar{L} = (1000.0055 - 1000.0020) \text{ mm}$$

$$= +0.0035 \text{ mm}$$

$$v_3 = \bar{L}_3 - \bar{L} = (1000.0015 - 1000.0020) \text{ mm}$$

$$= -0.0005 \text{ mm}$$

加权算术平均值的标准差为

$$\begin{aligned} \sigma_L &= \sqrt{\frac{\sum p_i v_i^2}{(m-1)\sum p_i}} \\ &= \sqrt{\frac{4 \times (25)^2 + 1 \times (35)^2 + 25 \times (-5)^2}{(3-1)(4+1+25)}} \times 10^{-4} \text{ mm} \\ &= \sqrt{\frac{1350}{60}} \text{ mm} = 0.0009 \text{ mm} \end{aligned}$$

最终测量结果为

$$L_0 = \bar{L} \pm 3\sigma_L = 1000.0020 \pm 0.0027 \text{ mm}$$

例 3 对某一角度值，分两个测回进行测量，其权等于测量次数，测得值如下。

第一测回		第二测回	
α_i	p_i	α_i	p_i
$34^\circ 56'$	7	$34^\circ 55' 40''$	3
		$34^\circ 55' 30''$	2
		$34^\circ 55' 20''$	1
$34^\circ 54'$	1	$34^\circ 55' 0''$	1
		$34^\circ 55' 70''$	1
		$34^\circ 55' 10''$	1
$34^\circ 55'$	2	$34^\circ 55' 50''$	1

试求该角度的最可信赖值及其标准差？

解：第一测回的加权平均值及标准差

$$\bar{a}_1 = 34^\circ 54' + \frac{2' \times 7 + 1' \times 2}{7 + 1 + 2} = 34^\circ 55' 36''$$

$$v_1 = 24'', v_2 = -96'', v_3 = -36''$$

$$\begin{aligned} \Sigma p_i v_i^2 &= 7 \times (24'')^2 + 1 \times (-96'')^2 + 2 \\ &\times (-36'')^2 = 15840 \times ('')^2 \end{aligned}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\Sigma p_i v_i^2}{m-1}} = \sqrt{\frac{15840}{3-1}} ('') = 88.99''$$

$$\sigma_{\bar{a}_1} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{\Sigma p_i}} = 28.14''$$

第二测回的加权平均值及标准差

$$\bar{a}_2 = 34^\circ 55'$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{40'' \times 3 + 30'' \times 2 + 20'' \times 1 + 70'' \times 1 + 10'' \times 1 + 50'' \times 1}{3 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1} \\ &= 34^\circ 55' 33'' \end{aligned}$$

$$v_1 = 7'', v_2 = -3'', v_3 = -13'', v_4 = -33''$$

$$v_5 = 37'', v_6 = -23'', v_7 = 17''$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\Sigma p_i v_i^2}{m-1}} = \sqrt{\frac{3610}{7-1}} ('') = 24.53''$$

$$\sigma_{\bar{a}_2} = \frac{\sigma_2}{\sqrt{\Sigma p_i}} = 7.76''$$

两个测回的权比

$$p_1 : p_2 = \frac{1}{\sigma_{\bar{a}_1}^2} : \frac{1}{\sigma_{\bar{a}_2}^2} = \frac{1}{(28.14'')^2} : \frac{1}{(7.76'')^2} = 19 : 250$$

最可信赖值

$$\bar{a} = 34^\circ 55' + \frac{36'' \times 19 + 33'' \times 250}{19 + 250} = 34^\circ 55' 33.2''$$

$$\sigma_{\bar{a}} = \sigma_{\bar{a}_1} \sqrt{\frac{p_1}{p_1 + p_2}} = 28.14'' \sqrt{\frac{19}{269}} = 7.5''$$

或 $\sigma_{\bar{a}} = \sigma_{\bar{a}_2} \sqrt{\frac{p_2}{p_1 + p_2}} = 7.76'' \sqrt{\frac{250}{269}} = 7.5''$

例 4 在万能测长仪上测量某校对量具。重复测量 8 次，测得值（单位 mm）为 150.0015，150.0017，150.0016，150.0014，150.0013，150.0015，150.0016，150.0014。试分别以 99.73% 和 95% 的概率确定测量结果。

解：列表计算如下：

	x_i/mm	$\bar{x}/\text{mm}$	$v_i/\mu\text{m}$	$v_i^2/\mu\text{m}^2$
1	150.0015	150.0015	0	0
2	150.0017		+0.2	0.04
3	150.0016		+0.1	0.01
4	150.0013		-0.2	0.04
5	150.0014		-0.1	0.01
6	150.0015		0	0
7	150.0016		+0.1	0.01
8	150.0014		-0.1	0.01
Σ	1200.0120mm		0	0.12 μm^2

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n = 1200.0120\text{mm} / 8 = 150.0015 \text{ mm}$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2 / (n - 1)} = \sqrt{\frac{0.12}{8 - 1}} \mu\text{m} \approx 0.13 \text{ }\mu\text{m}$$

因测量次数 n 较小，应按 t 分布。

置信概率为 99.73% 时， $\alpha_1 = 0.0027$ ， $\nu_1 = 7$

置信概率为 95% 时， $\alpha_2 = 0.05$ ， $\nu_2 = 7$

查 t 分布表得 $t_{\alpha_1} = 4.53$ ， $t_{\alpha_2} = 2.36$

则算术平均值的极限误差为

$$\delta_{lim \bar{x}_1} = t_{\alpha_1} \sigma / \sqrt{n} = \frac{4.53 \times 0.13}{\sqrt{8}} \mu m \approx 0.21 \mu m$$

$$\delta_{lim \bar{x}_2} = t_{\alpha_2} \sigma / \sqrt{n} = \frac{2.36 \times 0.13}{\sqrt{8}} \mu m \approx 0.11 \mu m$$

最后测量结果为

$$\bar{x}_1 = 150.0015 \pm 0.0002 \text{ mm}$$

$$\bar{x}_2 = 150.0015 \pm 0.0001 \text{ mm}$$

例 5 在立式光学比较仪上检定 $L_0 = 10\text{mm}$ 的量块。所用基准量块为 4 等，其中心长度的实际偏差为 $-0.1\mu\text{m}$ ，检定的极限误差 $\delta_{lim_1} = \pm 0.2\mu\text{m}$ 。测量时恒温条件为 $t = 20 \pm 2^\circ\text{C}$ 。10 次重复测得值（单位 μm ）为 $+0.5, +0.7, +0.4, +0.5, +0.3, +0.6, +0.5, +0.6, +1.0, +0.4$ 。试求此测量方法的极限测量误差，并写出最后结果。

序号	$\frac{x_i}{\mu m}$	$\frac{v_i}{\mu m}$	$\frac{v_i^2}{\mu m^2}$	$\frac{v'_i}{\mu m}$	$\frac{v_i'^2}{\mu m^2}$
1	+0.5	-0.05	0.0025	0	0
2	+0.7	+0.15	0.0225	+0.2	0.04
3	+0.4	-0.15	0.0225	-0.1	0.01
4	+0.5	-0.05	0.0025	0	0
5	+0.3	-0.25	0.0625	-0.2	0.04
6	+0.6	+0.05	0.0025	+0.1	0.01
7	+0.5	-0.05	0.0025	0	0
8	+0.6	+0.05	0.0025	+0.1	0.01
9	+1.0	+0.45	0.2025	—	—
10	+0.4	-0.15	0.0225	-0.1	0.01
$n = 10$	$\Sigma x_i = 5.5 \mu m$	$\Sigma v_i = 0$	$\Sigma v_i^2 = 0.345 \mu m^2$	$\Sigma v'_i = 0$	$\Sigma v_i'^2 = 0.12 \mu m^2$

解：按测量顺序，用表格记下测得数据。

(1) 求算术平均值

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \left(10 + \frac{0.0055}{10}\right) \text{mm} = 10.00055 \text{ mm}$$

(2) 求各测得值的残余误差

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (\text{数据见上表})$$

(3) 求标准差

$$\sigma_{10} = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.345}{10-1}} \mu\text{m} = \sqrt{\frac{0.345}{9}} \mu\text{m} \approx 0.2 \mu\text{m}$$

(4) 判断有无粗大误差

1) 按罗曼诺夫斯基准则，首先怀疑第9个测得值含有粗大误差，将其剔除，根据剩下的9个测得值计算算术平均值及标准差，得

$$\bar{x}_9 = 10.0005 \text{ mm}$$

$$\sigma_9 = 0.12 \mu\text{m}$$

选取显著度 $\alpha = 0.05$ ，已知 $n = 10$ 查表得

$$k(10, 0.05) = 2.43$$

则 $k\sigma_9 = 2.43 \times 0.00012 = 0.00029$

因 $|x_9 - \bar{x}| = |10.001 - 10.0005| = 0.0005$
 > 0.00029

故第9个测得值含有粗大误差，应予剔除。

剩下9个测得值，再重上述步骤，由判别可知不再含有粗大误差。

2) 按格罗布斯准则，按测得值的大小，顺序排列得

$$x_{(1)} = 10.0003, x_{(2)} = 10.0004, \dots, x_{(9)} = 10.0007,$$

$$x_{(10)} = 10.001$$

今有两测得值 $x_{(1)}$ ， $x_{(10)}$ 可怀疑，但由于

$$\bar{x} - x_{(1)} = 10.00055 - 10.0003 = 0.00025$$

$$x_{(10)} - \bar{x} = 10.001 - 10.00055 = 0.00045$$

故应先怀疑 $x_{(10)}$ 是否含有粗大误差

$$q_{(10)} = \frac{x_{(10)} - \bar{x}}{\sigma} = \frac{10.001 - 10.00055}{0.0002} = 2.25$$

查表得 $q_0(10, 0.05) = 2.18$

则 $q_{(10)} = 2.25 > q_0(10, 0.05) = 2.18$

故表中第 9 个测得值含有粗大误差, 应予剔除。

剩下 9 个测得值, 再重上述步骤, 判别 $x_{(1)}$ 是否含有粗大误差。

$$\bar{x}' = 10.0005 \quad \sigma' = 0.12$$

$$q_{(1)} = \frac{\bar{x}' - x_{(1)}}{\sigma'} = \frac{10.0005 - 10.0003}{0.00012} \approx 1.67$$

查表得 $q_0(9, 0.05) = 2.11$

$$q_{(1)} = 1.67 < q_0(9, 0.05) = 2.11$$

故可判别 $x_{(1)}$ 不含有粗大误差, 而各 $q_{(i)}$ 皆小于 2.11, 故可认为其余测得值也不含有粗大误差。

3) 按狄克松准则, 将测得值从小到大顺序排列得

$$x_{(1)} = 10.0003, x_{(2)} = 10.0004, \cdots x_{(9)} = 10.0007,$$

$$x_{(10)} = 10.001$$

首先判别最大值 $x_{(10)}$

因 $n = 10$, 故计算统计量 γ_{11}

$$\gamma_{11} = \frac{x_{(n)} - x_{(n-1)}}{x_{(n)} - x_{(2)}} = \frac{10.001 - 10.0007}{10.001 - 10.0004} = 0.5$$

查表得 $\gamma_0(10, 0.05) = 0.477$

则 $\gamma_{11} = 0.5 > \gamma_0(10, 0.05) = 0.477$

故表中第 9 个测得值含有粗大误差, 应予剔除。