滤波理论与语音编码

·周 崇 经 编著·

辽 宁 科 学 技 术 出 版 社

滤波理论与语音编码

Lübo Lilun Yu Yuyin Bian ma

周 崇 经 编著

辽宁科学技术出版社出版（沈阳市南京街6段1里2号）

辽 宁 省 新 华 书 店 发 行　东北工学院印刷厂印刷

开本：850×1168 1/32　印张：11 1/8　字数：283,000

1986年12月第1版　1986 年 12 月第 1 次印刷

责任编辑：马凤兰

封面设计：王永春　　责任校对：王　莉

印数：1—1,400

统一书号：15288·209　定价：3.30元

内 容 提 要

本书是有关数字通信技术的专著，着重论述线性滤波理论和语音编码两方面的一些主要问题。

内容分为两部分，第一部分从经典的维纳、卡尔曼滤波理论出发，推演出两种滤波理论的简化应用方法。第二部分深入系统地论述了语音编码问题，其中包括语音信号的特点和评价，经典的 PCM 编码理论和编码技术的改进。特别讨论了子带编码、熵编码和最新出现的向量量化编码。

该书供通信方面的研究生、高年级的大学生阅读，也可供通信研究人员、工程技术人员和教师参阅。

前　　言

本书是有关通信技术的一本专著，选材于该领域的新理论与新材料。

内容分为两部分

第一部分为滤波理论，从第一章至第四章。主要介绍线性滤波，包括维纳滤波，连续时间和离散时间的卡尔曼滤波以及这两种滤波理论的简化应用方法。

第二部分为语音编码，从第五章至最后。从传输、存贮、转接的观点，对语音编码的一些实质性问题作了系统的分析，包括语言信号的统计特性和质量评价，PCM 编码的经典理论，并对编码技术的改进作深入的分析。另外，从统计模型出发，介绍了量化噪声的简化计算公式，还讨论了调制系统的稳定性问题，其中包括我们的研究成果。最后四章详细讨论了子带编码、熵编码、向量量化编码和其它编码技术。对该学科的基本理论，发展方向和研究状况作了比较完整的描述。

此稿曾作为研究生的教材试用过多次，后又经过整理和补充。本书可供通信专业的研究生和高年级大学生阅读，也可供从事通信方面工作的研究人员、工程技术人员和教师参考。

本书能得以出版是我系广大同志的鼓励、支持和帮助的结果。王文彰同志、刘书生同志参加了该书的整理工作，赵燕侠同志做了插图等具体工作，并由王文彰同志核校全书。在此，仅向对本书做了大量工作和提供有力帮助的同志表示谢忱。

由于该书涉及问题广泛，难免有不足之处，恳请读者批评指正。

作　者

1985年12月

目　　录

第一编　滤波理论

滤波理论是现代通信理论的重要组成部分，内容很广泛，我们这里只讨论线性滤波，并着重介绍维纳滤波、卡尔曼滤波和这两种滤波理论的简化应用。

第一章　维纳滤波

在通信系统中，信号在传输过程中总是要受到噪声的干扰。在强噪声干扰下对信号进行估计，这就是滤波问题。维纳滤波理论所解决的是最小均方误差准则下的线性滤波问题，也就是在这个准则下，寻求线性系统的最佳转移函数或相应的冲激响应函数。

在线性滤波中，输入信号和噪声是用其相关函数或功率谱来描述的，而最佳线性系统的转移函数也是由这些相关函数或功率谱来决定的，这个系统转移函数即是维纳—霍甫积分方程的解。

维纳滤波理论是从时间域来研究的，并且要求过程是平稳的，因而所能解决的问题受到了限制。六十年代初，卡尔曼等人在研究滤波问题时采用了状态变量，从而把滤波理论向前推进了一大步。卡尔曼滤波理论是下一章所要分析的内容。

1.1　均方误差

一般来说，滤波器的输入包括有用信号和干扰噪声，设信号为 $s(t)$，噪声为 $n(t)$，并且 $s(t)$与 $n(t)$是统计独立的，那么

混合输入为

$$x(t)=s(t)+n(t) \tag{1.1.1}$$

滤波器是线性滤波器，其冲激响应为 $h(t)$， 根据线性系统的叠加原理，则滤波器输出为：

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(z)h(t-z)dz \tag{1.1.2}$$

可见系统是用了时间 t 以前的全部数据，在时间$(-\infty,\ t)$范围内求和得到输出。为了得到常见的形式，设 $t-z=\tau$， 于是得到：

$$y(t)=\int_{0}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau \tag{1.1.3}$$

由于物理可实现系统，响应必须在引起响应的激励之后，$h(\tau)$为在 $\tau=0$ 时单位冲激脉冲产生的响应，在 $\tau<0$ 时单位冲激脉冲为零，那么 $h(\tau)$也必然为零，所以(1.1.3)式可写成：

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau \tag{1.1.4}$$

设 $y_{d(t)}$为滤波器理想输出，于是瞬时估计误差为：

$$\varepsilon_{(t)}=y(t)-y_d(t) \tag{1.1.5}$$

而均方误差为：

$$\begin{aligned}
\overline{\varepsilon^2{}_{(t)}}&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[y(t)-y_d(t)]^2dt\\
&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left[\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau\right.\\
&\quad\left.-\ y_d(t)\right]^2dt\\
&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}dt\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau\\
&\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}h(\sigma)x(t-\sigma)d\sigma\\
&\quad-2\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}y_d(t)dt
\end{aligned}$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

$$+\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}y_d^2(t)dt \qquad (1.1.6)$$

在以上展开式中用了下面的关系式：

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau\right]^2=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}h(\sigma)x(t-\sigma)d\sigma \qquad (1.1.7)$$

在(1.1.6)式中改变一下重积分的次序得到：

$$\varepsilon^2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\ d\tau\int_{-\infty}^{\infty}h(\sigma)d\sigma\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t-\tau)x(t-\sigma)dt$$

$$-2\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\ d\tau\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}y_d(t)x(t-\tau)dt$$

$$+\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}y_d^2(t)dt \qquad (1.1.8)$$

由于

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t-\tau)x(t-\sigma)dt=\varphi_{xx}(\tau-\sigma) \quad (1.1.9)$$

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}y_d(t)x(t-\tau)dt=\varphi_{xd}(\tau) \qquad (1.1.10)$$

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}y_d^2(t)dt=\varphi_{dd}(0) \qquad (1.1.11)$$

所以(1.1.8)式化为：

$$\overline{\varepsilon^2(t)}=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\ d\tau\int_{-\infty}^{\infty}h(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau-\sigma)$$

$$-2\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)d\tau\varphi_{xd}(\tau)+\varphi_{dd}(0) \qquad (1.1.12)$$

这一重要公式说明均方误差由以下各量决定；

$h(t)$为滤波器的单位冲激响应；

$\varphi_{xx}(\tau-\sigma)$为滤波器混合输入信号的自相关函数；

$\varphi_{xd}(\tau)$ 为混合输入信号与理想输出信号之间的互相关函数；

$\varphi_{dd}(0)$ 为滤波器理想输出的均方值，即是 $y_d(t)$ 的平均功率。

当输入和理想输出决定后，$\varphi_{xx}(\tau-\sigma)$、$\varphi_{xd}(\tau)$、$\varphi_{dd}(0)$ 就都完全决定了，均方误差就唯一依赖于 $h(t)$ 了；也就是均方误差是$h(t)$的函数，因此均方误差用 $\overline{\varepsilon_h^2(t)}$ 表示更合适。

以上求得的(1.1.12)式是任一个线性系统的均方误差，我们的任务是寻求一个最佳冲激响应，从而使均方误差达到最小。

1.2 维纳—霍甫积分方程

我们的任务是选择最佳的 $h(t)$、使 $\overline{\varepsilon_h^2(t)}$ 能达到最小。显然，这必须使用变分法。令 $h(t)$的变分为：

$$\delta h(t)=\epsilon\eta(t) \tag{1.2.1}$$

式中 ϵ 为独立于 t 的实参数，而 $\eta(t)$是 t 的任意可微函数，并且满足

$$\text{当 } t<0 \text{ 时 } \eta(t)=0 \tag{1.2.2}$$

上述条件是 $h(t)$的物理可实现性所要求的，即

$$\text{当 } t<0 \text{ 时 } h(t)=0 \tag{1.2.3}$$

否则 $\eta(t)$将引起 $h(t)$的变分不满足(1.2.3)式。在(1.2.1)式变分作用之下，将发生均方误差的变分 $\delta\,\overline{\varepsilon_h^2(t)}$。引用上述变分，(1.1.12)式变为：

$$\begin{aligned}\overline{\varepsilon_h^2(t)}+\delta\,\overline{\varepsilon_h^2(t)}=&\int_{-\infty}^{\infty}[h(\tau)+\epsilon\eta(\tau)]\,d\tau\\&\times\int_{-\infty}^{\infty}[h(\sigma)+\epsilon\eta(\sigma)]d\sigma\,\varphi_{xx}(\tau-\sigma)\\&-2\int_{-\infty}^{\infty}[h(\tau)+\epsilon\eta(\tau)]d\tau\varphi_{xd}(\tau)+\varphi_{dd}(0)\end{aligned} \tag{1.2.4}$$

展开上式右端的各项，我们将得到不含有 ϵ 的各项，那么这些项之和显然为$\overline{\varepsilon_h^2(t)}$。其余各项将包含有 ϵ 或 ϵ^2 的因子，这些项的出现是 $h(t)$变分的结果，它们的和是均方误差的变分，于是：

$$
\begin{aligned}
\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)} = {} & \epsilon \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau)\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) d\sigma \varphi_{xx}(\tau-\sigma) \\
& + \epsilon \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\sigma) d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} h(t) d\tau \varphi_{xx}(\tau-\sigma) \\
& + \epsilon^2 \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau)\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\sigma) d\sigma \varphi_{xx}(\tau-\sigma) \\
& 2\epsilon \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau) d\tau \varphi_{xd}(\tau)
\end{aligned}
\tag{1.2.5}
$$

由于上式右端的前二项是相等的，故上式可写成：

$$
\begin{aligned}
\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)} = {} & 2\epsilon \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau)\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) d\sigma \varphi_{xx}(\tau-\sigma) \\
& + \epsilon^2 \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau) d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\sigma) d\sigma \varphi_{xx}(\tau-\sigma) \\
& - 2\epsilon \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau) d\tau \varphi_{xd}(\tau)
\end{aligned}
\tag{1.2.6}
$$

为了简化起见，令

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau)\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma) d(\sigma) \varphi_{xx}(\tau-\sigma) \tag{1.2.7}$$

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau)\, d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\sigma) d\sigma \varphi_{xx}(\tau-\sigma) \tag{1.2.8}$$

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau) d\tau \varphi_{xd}(\tau) \tag{1.2.9}$$

则(1.2.6)式可写成：

$$\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)} = 2\epsilon A + \epsilon^2 B - 2\epsilon C \tag{1.2.10}$$

给定任何 $h(t)$ 和 $\eta_{(t)}$ 之后，可以找到一个 ϵ 值，使得 $\overline{\varepsilon_h^2(t)} + \delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}$ 有最大值或最小值，只需令：

$$\frac{d}{d\epsilon}\left[\overline{\varepsilon_h^2(t)} + \delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}\right] = 0 \tag{1.2.11}$$

即可，又由于$\overline{\varepsilon_h^2(t)}$不是 ϵ 的函数，它们是互相独立的，所以上

式变为：

$$\frac{d}{d\epsilon}\left[\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}\right]=0 \qquad (1.2.12)$$

然而，如原给定的 $h(t)$ 确实能使 $\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}$ 最大或最小，则变分 $\delta h(t)=\epsilon\eta(t)$ 应等于零；不论 $\eta(t)$ 为何函数，当求解(1.2.12)式时，ϵ 应等于零。这就是说，$h(t)$足以使 $\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}$ 变成最大或最小，不需要任何 $\delta h(t)$。根据这样的推理，我们得出结论：

$$\frac{d}{d\epsilon}\left[\delta\overline{\varepsilon_h^2(t)}\right]\Big|_{\epsilon=0}=0\text{对于所有可能的}\eta(t) \qquad (1.2.13)$$

至于我们得到的极值究竟是最大或最小，这要根据问题的物理性质来决定。

对于(1.2.10)式求微分，并令 $\epsilon=0$，得到：

$$\frac{d}{d\epsilon}\left[\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}\right]\Big|_{\epsilon=0}=(2A+2\epsilon B-2C)\Big|_{\epsilon=0}$$

$$=2A-2C \qquad (1.2.14)$$

令上式等于零，得到 $A-C=0$ 对所有的 $\eta(t)$ (1.2.15)

代入 A、C 的表达式得：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\eta(\tau)d\tau\int_{-\infty}^{\infty}h(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau-\sigma)$$

$$-\int_{-\infty}^{\infty}\eta(\tau)d\tau\varphi_{xd}(\tau)=0 \qquad (1.2.16)$$

式中左端两项中均有 $\eta(\tau)$，整理后得到：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\eta(\tau)\left[\int_{-\infty}^{\infty}h(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau-\sigma)\right.$$

$$\left.-\varphi_{xd}(\tau)\right]d\tau=0 \qquad (1.2.17)$$

须注意，变量 τ 存在范围为$(-\infty,\ \infty)$区间。我们先讨论在$(-\infty<\tau<0)$区间的情形。在此区间，由式（1.2.2）的条件知，$\eta(t)=0$。由此看出(1.2.17) 式左端方括号中的项即使不等

于零，(1.2.17)等式仍然成立。再看在$(0\leqslant\tau<\infty)$区间的情形，由于 $\eta(\tau)$在$(-\infty,\ \infty)$ 上是一个任意可微分的函数，为了使(1.2.17)式成立，(1.2.17)式中方括号中的项必须等于零。综上所述得关系式：

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau-\sigma)-\varphi_{xd}(\tau)\neq 0 \quad \tau<0 \qquad (1.2.18)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau-\sigma)-\varphi_{xd}(\tau)=0 \quad \tau\geqslant 0 \qquad (1.2.19)$$

(1.2.19)式就是维纳一霍甫积分方程，即为使 $\overline{\varepsilon_h^2(t)}$ 达到最小值的单位冲激响应函数所必须满足的条件。但须注意，(1.2.19)式中 $\tau\geqslant 0$ 的条件是必需的，否则就不是维纳一霍甫方程。

下面讨论(1.2.19)式所给出的 $h(t)$ 是使均方误差最大还是最小这一重要问题。假定(1.2.6)式中的 $h(\sigma)$满足(1.2.19)式，我们将(1.2.19)式写成为：

$$\varphi_{xd}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau-\sigma) \qquad (1.2.20)$$

然后将(1.2.20)式改写成：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau)d\tau\varphi_{xd}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau)d\tau \times\int_{-\infty}^{\infty} h(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau-\sigma) \qquad (1.2.21)$$

由此可见 (1.2.6) 式中第一项和第三项完全相等，由此互相抵消，所以得到：

$$\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}=\epsilon^2\int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau)d\tau\int_{-\infty}^{\infty}\eta(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau-\sigma) \qquad (1.2.22)$$

下面我们证明此式总是正的。因为 $h(t)$ 是单位冲激响应，而 $\epsilon\eta$ 是 $h(t)$ 的变分，所以，η 也是线性滤波器的单位冲激响应，而线性滤波器的输出为：

$$y_0(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\eta(v)x(t-v)dv \qquad (1.2.23)$$

那么 $t+\tau$ 时刻的输出为：

$$y_0(t+\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\eta(v)x(t+\tau-v)dv \qquad (1.2.24)$$

输出端的自相关函数为：

$$\begin{aligned}\varphi_{00}(\tau) &= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}dt\int_{-\infty}^{\infty}\eta(v)x(t-v)dv \\ &\quad\times\int_{-\infty}^{\infty}\eta(\sigma)x(t+\tau-\sigma)d\sigma \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\eta(v)dv\int_{-\infty}^{\infty}\eta(\sigma)d\sigma\lim_{T\ \infty}\frac{1}{2T} \\ &\quad\times\int_{-T}^{T}x(t-v)x(t+\tau-\sigma)dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\eta(v)dv\int_{-\infty}^{\infty}\eta(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(\tau+v-\sigma) \qquad (1.2.25)\end{aligned}$$

当 $\tau=0$ 时，输出的自相关函数为：

$$\varphi_{00}(0)=\int_{-\infty}^{\infty}\eta(v)dv\int_{-\infty}^{\infty}\eta(\sigma)d\sigma\varphi_{xx}(v-\sigma) \qquad (1.2.26)$$

这就是滤波器输出的均方值，此式与(1.2.22)式比较看出，两式中的重积分完全一样，故(1.2.22)式又可写成：

$$\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}=\epsilon^2\varphi_{00}(0) \qquad (1.2.27)$$

由上知 $\varphi_{00}(0)$实际上是输出的平均功率，$\varphi_{00}(0)>0$；又由于 ϵ是实数，所以 $\epsilon^2>0$。至此我们已证明，当 $h(t)$ 满足维纳一霍甫积分方程时，对 $\epsilon\eta(t)$的所有可能的变化都有：

$$\delta\ \overline{\varepsilon_h^2(t)}>0 \qquad (1.2.28)$$

这就说明了由维纳一霍甫积分方程解出的 $h(t)$ 就是使均方误差最小的最佳答案，也就是最佳滤波器的冲激响应。为了强调这个事实，我们将维纳一霍甫积分方程中的冲激响应记为 $h_{0pt}(t)$，于是维纳一霍甫积分方程可写为：

$$\varphi_{xd}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}h_{0pt}(\sigma)\varphi_{xx}(\tau-\sigma)d\sigma \quad \tau\geqslant0 \qquad (1..2.29)$$

维纳一霍甫积分方程还可写成另一形式。下面我们引用线性

滤波器的输入输出互相关函数：

$$\varphi_{x0}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)y(t+\tau)d\tau \tag{1.2.30}$$

冲激响应，输入及输出的关系为：

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(v)x(t-v)dv \tag{1.2.31}$$

将(1.2.31)式代入(1.2.30)式得到：

$$\varphi_{x0}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)\,dt\int_{-\infty}^{\infty}h(v)x(t+\tau-v)\,dv \tag{1.2.32}$$

更换积分次序得到：

$$\varphi_{x0}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}h(v)dv\ \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)x(t+\tau-v)dt \tag{1.2.33}$$

由于

$$\varphi_{xx}(\tau-v)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)x(t+\tau-v)dt \tag{1.2.34}$$

故得到：

$$\varphi_{x0}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}h(v)\varphi_{xx}(\tau-v)dv \tag{1.2.35}$$

与(1.2.29)式比较，可以把(1.2.29)式写成：

$$\varphi_{xx}(\tau)=[\varphi_{x0}(\tau)]\,|h_{0pt}\quad \tau\geqslant 0 \tag{1.2.36}$$

1.3 关于维纳滤波器的实现

一、物理上不能实现的解答

如果不考虑物理上实现的可能，求解维纳—霍甫方程，得出$h(t)$是相当容易的。对(1.2.29)式两端取富氏变换，并且应用时间卷积性质便得到：

$$\Phi_{xd}(w)=H_{0pt}(w)\Phi_{xx}(w) \tag{1.3.1}$$