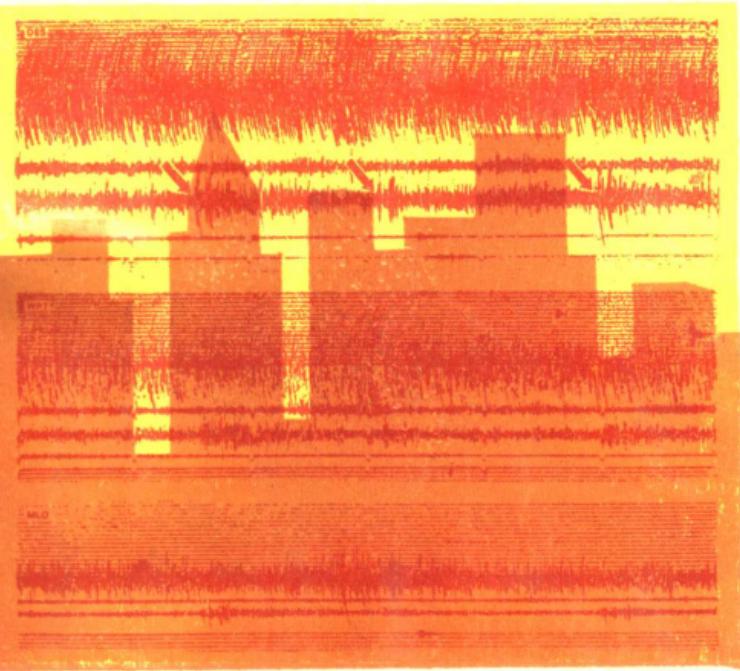


工程结构的振动

周正威 译

王魏軒 校

TONGJI DAXUE CHUBANSHE



同济大学出版社

工程结构的振动

〔英〕 C.A. 波列比亚

H. 图泰汉姆

G.B. 瓦白顿

J. 威尔逊

R. 威尔逊

周正威 译

王魏帆 校

同济大学出版社

内 容 提 要

在各种荷载作用下的复杂结构振动问题的求解是很困难的。本书针对这种情况，其内容从基本原理到随机振动的应用，列举了大量实例，包括梁、板、壳结构的振动；组合结构的振动；冷却塔频率和振型；大型设备基础振动对周围建筑物的影响；海洋石油平台随机振动等问题，既介绍建立力学模式的方法，又介绍各种求解的近似方法，并以较大篇幅介绍数值解。本书汇集的是五位国际上著名学者的科研成果，对于我国读者具有很大的参考价值和实用性。

责任编辑 曹炽康

封面设计 王肖生

工程结构的振动

[英]R·威尔逊等著

周正威 译 王魏 桓 校

同济大学出版社出版

(上海四平路1239号)

新华书店上海发行所发行

江苏启东市印刷三厂印刷

浙江上虞科技外文印刷厂排版

开本 850×1168 1/32 印张 10.25 字数 290 千字

1992年2月第一版 1992年2月第一次印刷

印数 1—2000 定价 8.50元

ISBN7-5608-0969-3/TH·24

译序

《工程结构的振动》是一本把近代的振动理论应用于解决工程结构中的动力问题的书籍。在书中汇集了五位著名学者的科技成果，列举了大量实用的例子，其中包括梁、板壳结构的振动及组合结构的振动，冷却塔频率和振型，大型设备基础振动对周围建筑物的影响，还有海洋石油平台随机振动问题等等。

特别是，在各种荷载作用下的复杂结构振动问题求解是很困难的。书中针对这些情况，既介绍了建立力学模式的方法，又介绍了各种求解的近似方法。为了充分利用现代的计算机技术，以较大篇幅介绍数值解。尤其是把有限元法引用于二维、三维结构动力问题，如板、壳以及它们组合问题中，取得了满意的结果。还详细讨论了有限元的适用性和收敛性，并在数学上和实际问题中加以证明。这是其它书籍中很少见到的。在最后，讨论了动力相互作用，包括结构振动与下部的土体、周围介质（流体和空气）之间相互关系。在这方面的研究是新近发展起来的土体、介质与工程结构之间的交叉学科，随着工程建设的发展，特别是核电站、海洋平台、坝体、大型设备基础工程的发展，这门学科在今后将会有较大的发展。本书为读者提供了学习这方面的理论基础和入门指南。

由于时间仓促，水平有限，不足之处请读者指正。

译者 周正威

1991.9

本书译稿经同济大学工程力学教授王魏毓先生仔细校订，当校对此书样稿时，王教授已悄然离世，借本书出版之际，向王先生致以深切的怀念。

前　　言

由于在工程中新的结构力学范围的扩大及其复杂化，对设计者来说，认识结构力学的动力特性已是十分必要。在大多数的工程科目中，动力学在习惯上只是肤浅的教学科目。本书内容从基本原理开始，一直到随机振动的应用，作者向工程师们提供了较深的动力分析方法，并且应用这些方法解决一些新的振动问题。本书的初稿是在 1975 年，作者们（它们的分工为：C·A·波列比亚编写第七、十三、十六章，H·图泰汉姆编写第五、十四、十五章，G·B·瓦白顿编写第一、六、十二章，J·威尔逊编写第九、十一章；R·威尔逊编写第二、三、四、八、十章。）在英国安普敦（Southampton）应用力学中心，作了一周的讲学中完成的。在这次讲学后，我们在这本书出版前，对初稿作了重新编写和校正。特别注意保证本书的内容和符号的统一性。

作者

于南安普敦 1975 年

目 录

前 言	
第一章 振动引论	1
1. 绪言	1
2. 单自由度体系:运动方程和问题的类型	2
3. 响应	7
4. 一般结构:运动方程	12
5. 响应	15
6. 动力相互作用问题	20
第二章 自由振动、共振和阻尼	26
1. 引言	26
2. 弹簧-质量体系	27
3. 单摆	28
4. 集中荷载作用的梁	28
5. 船体的摇晃	29
6. 并联弹簧	30
7. 串联弹簧	31
8. 自由振动	31
9. 振动体系的能量	33
10. 阻尼自由振动	34
11. 无阻尼强迫响应	37
12. 阻尼强迫响应	39
13. 无阻尼的瞬态振动	41
14. 阻尼瞬态振动	42
15. 结果的归纳	43

第三章 多自由度体系的振动	45
1. 引言	45
2. 两个自由度体系的振动	46
3. 一个多自由度体系的自由振动	49
4. 振型的正交性	52
5. 模态的分解	55
6. 多自由度体系的阻尼自由振动	59
7. 多自由度体系的强迫振动	60
第四章 特征值-特征矢量的解	63
1. 引言	63
2. 三个自由度的体系	64
3. 行列式为零	68
4. 带状和对称矩阵	69
5. 特征值方程简化为标准形式	70
6. 用 Sturm 序列方法求解标准的特征值方程	72
7. 用 Sturm 序列方法求解原始方程	74
8. 同步迭代法	74
9. 特征值求解方法的比较	76
10. 结点凝聚法	78
11. 子结构分析法	80
12. 特征值变化率	80
第五章 计算弹性体系的固有频率和动力响应的近似方法	84
1. 相当一个自由度体系	84
2. 连续梁	88
3. 分配法	89
4. 多层框架	90
第六章 Rayleigh-Ritz 法	92
1. 引言	92
2. 能量原理	93

3. 非均匀梁的固有频率	95
4. 非均匀梁的响应	103
5. 矩形板	107
6. 壳体	111
7. 最终评述	114
第七章 有限元方法.....	116
1. 引言	116
2. 虚位移原理	117
3. 有限元的离散化和单元矩阵	121
4. 系统方程	134
5. 求解	140
第八章 二维问题和板的弯曲的应用.....	144
1. 引言	144
2. 平面板单元	146
3. 板的平面振动	150
4. 板弯曲单元体	153
5. 板的横向振动	154
6. 梁和板单元体的组合	153
第九章 结构的瞬态响应.....	166
1. 引言	166
2. 无阻尼的瞬态响应	166
3. 阻尼	168
4. 阻尼瞬态响应	175
5. 数值方法	181
第十章 机器的基础.....	191
1. 引言	191
2. 在刚性地基上的基础的传递率	192
3. 在柔性地基上的基础的传递率	194
4. 低调谐和高调谐基础	198

5. 动力减振器	201
6. 阻尼动力减振器	203
7. 设计规范	204
8. 涡轮式交流发电机的钢基础	205
9. 结论	207
第十一章 轴对称壳体的振动.....	209
1. 引言	209
2. Novozhilov 薄壳理论	209
3. 应用于轴对称壳体中有限元位移法	217
4. 振动应用	223
5. 例	223
第十二章 结构振动最近的进展概况.....	231
1. 引言	231
2. 壳体的有限单元体	232
3. 基本方程的近似法	235
4. 与响应计算有关的近似法	236
5. 数值比较	239
6. 减小响应	241
第十三章 流体-结构相互作用的问题	245
1. 引言	245
2. 阻力、惯性力和浮力的机理	249
3. 总的流体力	267
4. 最后的评述	267
第十四章 随机振动的导论.....	271
1. 随机过程	271
2. 谱密度函数	275
3. Weiner-Khinchin 关系式	278
4. 一个简单的弹簧体系对随机荷载的响应	280
5. 单一随机荷载作用下,更为复杂的体系.....	285

第十五章 连续弹性体系对随机荷载的响应、地震和高耸建筑物 的问题	286
1. 梁上一点的传递系数	287
2. 对一点荷载的响应谱密度	289
3. 随机过程的组合	291
4. 由二个随机荷载作用引起一点的响应	292
5. 对分布荷载的响应	292
6. 压力随时间作相同变化	293
7. 对地面运动的响应	295
第十六章 离岸结构的随机响应分析	298
1. 引言	298
2. 一个自由度的体系	299
3. 多自由度体系	308
4. 最后的评述	315

第一章 振动引论

G.B. 瓦白顿

1. 绪言

近年来，在实际使用中，很可能遇到动力作用而要求在设计阶段研究其动力影响的结构数目有了增加。促使这种数目增加的一些因素是：各种类型的结构体积在增大；随之而来的风力的重要性增加了；努力减小地震对结构的影响和防止整体倒塌；离岸结构的设计等等。两个重要的问题是：为什么在结构分析中必须包括动力效应。为什么动力分析比习惯（静力的）分析更困难。

对于以下几种情况假定结构中的应力是已知的：(a) 一个静荷载 P 作用在一个确定的位置上；(b) 在同一个位置上的一个荷载的大小随时间而变化，并有最大值 P 。那么，动力放大因子是(b) 中一点的最大应力除以(a) 情况中同一点的应力。这个因子与荷载如何随时间变化、结构刚度和质量的分布、阻尼出现等情况有关。它在某些情况下可以很大，而在另一些情况下又可能很小。显然，如果动力放大因子有比 1 大得多的任何可能性，那么必须进行结构的动力分析。本书主要涉及对各种类型的荷载和结构，确定其动力放大因子的方法。可是，对于确定这些因子又没有简单的规则。这样，动力问题要比类似的静力问题在概念上有较大的困难。² 因为能够帮助工程师形成静力作用下结构安全的合理观点的感性知识和经验，不能对有关的动力放大因子进行估计，还要建立时间和应力的关系以及必须包括质量和阻尼效应在

内，这样，也使动力分析要比相应的静力分析要复杂得多。还有许多实际困难，有些动力荷载，例如风载，以及大多数的阻尼力只能进行估算。

除了结构弹性破坏的可能性以外，如果忽略了动力效应，根据静力分析认为是安全的应力值，而在长期经受重复的动应力之下可能导致积累性的疲劳破坏。

在这一章里，将简单地讨论有关结构振动分析的概念。重点放在结构对动力的响应和不同类型随时间的变化的力如何影响方法的选择。从研究最简单的振动结构出发引出许多概念。由于这简单的结构限制了实际应用，于是再讨论一般的结构。为此，特别要注意确定响应的规格化振型方法，因为它比其它方法更好地说明结构的物理特性。最后，讨论动力相互作用的问题，在这里相互作用存在于结构振动与下部土体或周围流体的振动之间。现在的大量实际问题还有许多现代的研究成果都包含着相互作用的效应。

当然，在单独一章内，只能讲述结构的一些主要课题。这些课题的大多数将在以后各章中再深入研究。希望它们的初步介绍在此将会说明它们的相互关系并显示它们如何有助于确定由各种类型的动力激振所引起复杂结构的动应力。

2. 单自由体系：运动方程和问题的类型

虽然实际结构的动力响应是复杂的，我们必须从考察简单体系振动的基本原理来开始我们的研究。对于一个动态体系的复杂程度，可以调节体系所具有的自由度的数目来决定。这个数目等于完全确定体系位移所必须的独立坐标的个数。例如，一个被限制在 xy 平面内运动的刚体需要有三个坐标才能完全确定其位置——即沿 x 和 y 方向的线位移以及对于 z 轴的转角（ z 轴垂直于 xy 平面）。这样，这个物体有三个自由度。一个弹性体，例如一根梁必须通过一个连续方程才能完全确定它的每一点位置，所以

一个弹性体有无限多个自由度。在一个动力问题中，一个结构响应的振型的数目是等于自由度的数目，因此，最简单的结构仅有一个自由度。

图1表示具有一个自由度体系的习惯表示法；它是由受无摩擦导轨限制沿 x 方向运动和受刚度为 k 的弹簧约束的质量 m 组成，假定弹簧的质量与 m 相比可以忽略。这样，此体系的位移完全由 x 确定，质量或体系位移具有一个自由度。为了分析其动力响应起见，可以把有些简单的结构作为一个自由度体系来处理。

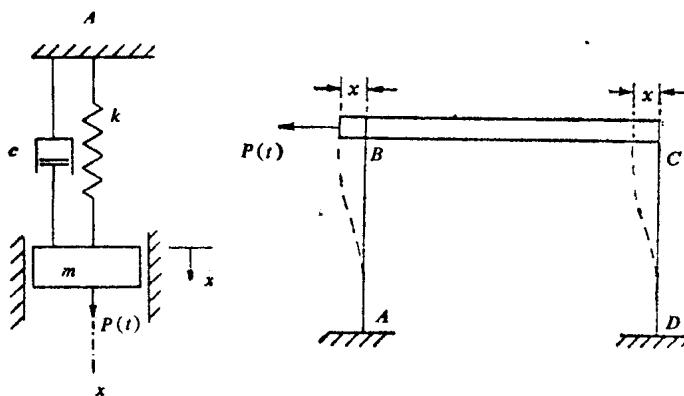


图1 单自由度体系

图2 具有一个自由度的简单框架

在图2的简单框架中，假定水平杆BC是刚性的，垂直杆AB和CD与BC杆的质量相比可忽略它们的质量，在任何横向摆动时，BC杆保持水平。于是，BC杆的水平位移 x 确定了体系的运动，而框架可被看作为一个自由度体系。对图1的体系所得的方程和结果将同样适用于图2的体系。

通过研究在任意时刻 t 作用在图1质量 m 上的力推导出一般运动方程。如果质量的位移 x 是从其静力平衡位置量起的，在此方程中不必包括重力 mg ，因为它与弹簧中的恢复力 kx_0 平衡，其中 x_0 是 m 的静位移而 k 是弹簧刚度亦即使弹簧产生单位位移

所需要的力量，这里假定弹簧是线性的，即 k 是一常数。

在任何一个实际的体系中，都存在某些阻尼，阻尼可有各种各样的形式，而这里假定是粘性阻尼，从而这种阻尼力与速度 \dot{x} 成正比，而与运动的方向相反（字符上面的一点表示对时间的导数，因而速度 $\frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}$ ，而加速度 $\frac{d^2x}{dt^2} \equiv \ddot{x}$ ）。习惯上对粘性阻尼采用图 1 中所示与弹簧平行的一个阻尼缓冲器来表示。实际上，阻尼力是弹簧等等中的内摩擦所引起，从而是与弹簧力共线的。

把牛顿第二运动定律用于这个体系，这就可以把它表示为质量与其沿 x 方向加速度的乘积等于沿 x 方向所有作用力。对于这个体系，后者有三个分力，即作用力 $P(x)$ 、恢复力或弹簧力 ($-kx$) 及阻尼力 ($-c\dot{x}$)。这样，运动方程为

$$m\ddot{x} = P(t) - kx - c\dot{x}$$

或

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P(x) \quad (1)$$

方程(1)的解给出质量对作用力 $P(t)$ 的响应。

方程(1)也表示图 2 框架的 BC 杆的运动，如果 m 为 BC 的质量， k 是柱子 AB 和 DC 的组合刚度，并假定一个粘性阻尼力 $c\dot{x}$ 与 BC 运动方向相反。各种单自由度体系的运动方程将在第二章中加以推导。

在支座处附加的运动可以激发振动。考虑到图 2 表示一个简单的结构，它对由地震、车辆运输、打桩机、重锤及爆炸等通过地面传播的振动的响应，在实践中具有重要的意义。设想对图 1 中的支座 A 给予一个竖直位移 $x_0(t)$ 或对图 2 中的基础 AD 给予一个水平位移 $x_0(t)$ 。在这二种情况下，由于弹簧或柱子的变形，作用在质量上的恢复力为 $k(x - x_0)$ ，阻尼力正比于并联阻尼器的相对速度（图 1）且为 $c(\dot{x} - \dot{x}_0)$ 。如果图 1 和图 2 中所示的力 $P(t)$ 不再作用，则运动方程为：

$$m\ddot{x} = -k(x - x_0) - c(\dot{x} - \dot{x}_0)$$

即

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = kx_0 + c\dot{x}_0 \quad (2)$$

用质量相对于支座的位移 $x_r = x - x_0$ (即弹簧或柱子的变形) 来表示再写出方程(2). 得

$$m\ddot{x}_r + c\dot{x}_r + kx_r = -m\ddot{x} \quad (3)$$

方程(3)的解给出与弹性杆件内的应力成正比的相对位移。当地基加速度 \ddot{x}_0 确定时, 就可求得这个解。关于地基运动而引起激振的实际问题中, 通常加速度是已知的, 而已知的不是位移和速度, 后者可以通过积分求得。

方程(1)、(2)、(3)在数学上是相似的。这样, 对不同类型激励的讨论, 亦即是作用力和基础运动如何随时间而变化的讨论都适用于这三个方程。从一个方程求得的解可被用来推断出其它二个方程中的任意一个方程的解。只要改变一下名称就能互换方程(1)和(3)之间的解。

研究图1和图2中所示的力 $P(t)$, 有三种主要的激振形式: (1)简谐力, 例如 $P(t) = P_0 \sin \omega t$ 或 $P(t) = c\omega^2 \sin \omega t$ (后者是在机器运转中, 由于不平衡所产生的力的一个分量的典型例子)。一个周期性的而不是简谐的力, 可以用 Fourier 级数表示为简谐项之和, 而对于一个线性体系, 总的响应可以通过每一个简谐分量的单独响应的叠加来求得。因此, 对于是周期力而不是简谐力的情况不准备作进一步的研究。(ii) 瞬时力或非周期力, 通常这些是突然或在短暂停时间间隔内作用的力, 说明这二种类型的简单例子表示在图3(a)和(b)中。(iii)随机力, 力 $P(t)$ 不能用一个确定的时间函数来表示, 而只能以统计形式描述; 由骤风产生的力成为这类激振的例子。

对于(i), 要求质量对简谐力的响应是稳态响应。对于(ii), 要求瞬态响应通常发生在力的作用周期中或是在紧随着此周期的运动中质量的最大位移或弹簧的最大伸长(体系的弹性杆件内的应力与这种伸长成正比)是具有极其重要意义的。对于(iii), 只能

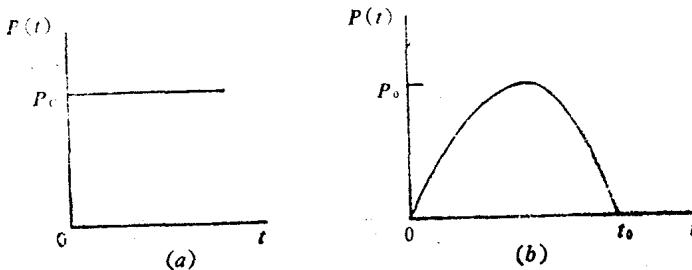


图 3 瞬态激振的例子

用统计的方法来确定响应。

在数学上,方程(1)的解由两部分组成:余函数,它是通过求解右边等于零的方程,亦即 $P(t) = 0$, 得到的函数,和取决于 $P(t)$ 的形式的特殊积分。在物理方面,此余函数代表自由阻尼振动,即如果给质量一个初始位移或一个初始速度,然后释放,所发生的振动。自由振动的解可以表示为

$$x = \exp(-\gamma\omega_n t)(A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t) \quad (4)$$

其中

$$\omega_d = \omega_n(1 - \gamma^2)^{1/2} \quad (5)$$

$$\omega_n = k/m, r = c/c_c \text{ 和 } c_c = 2(km)^{1/2} = 2k/\omega_n = 2m\omega_n \quad (6)$$

在方程(4)中,所选择的常数 A 和 B 要满足初始条件,即在时间 $t=0$ 时的 x 和 \dot{x} 值。方程(4)表示一个阻尼振动;当 $t \rightarrow \infty$ 时 $x \rightarrow 0$ 。已经假定了阻尼比 $\gamma < 1$ 。实践中的 $\gamma \ll 1$,这样,根据方程(5), $\omega_d \approx \omega_n$ 。现在 ω_n 是体系的(圆或弧度)固有频率,且在振动分析中具有很重要意义。如果图 1 或图 2 中的质量给予一个初始位移,随之而产生的振动频率严格地为 ω_d ,但是只有在 $\gamma \ll 1$ 的情况下,才能设想是已得到精确的固有频率 ω_n 。可以通过两个相邻振动幅值的衰减率确定 γ 来检验 $\gamma \ll 1$ 的假设。(更详细的讨论见第 2 章)。

3. 响应

概括地介绍单自由度体系(图1和图2)对各种类型的激励力的响应。

研究一个简谐的作用力,即 $P(t) = P_0 \cos \omega t$,这里 P_0 是一个常数,而 ω 为此力的圆频率,这时方程(1)成为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_0 \cos \omega t \quad (7)$$

其完全解是由自由阻尼振动[方程(4)]和一个特殊积分所组成。可是,前者很快消失,因此,特殊积分给出的是稳态解,特殊积分可以表示为

$$x = \frac{P_0 \cos(\omega t - \beta)}{[(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2]^{1/2}} \quad (8)$$

这里有

$$\tan \beta = \frac{c\omega}{k - m\omega^2}$$

利用定义(6),并令 $r = \omega/\omega_n$,即 r 为激振频率与固有频率之比值,从方程(8)得到的稳态振幅 X 为

$$\frac{kX}{P_0} = \frac{1}{[(1 - r^2)^2 + (2\gamma r)^2]^{1/2}} \quad (9)$$

现在 P_0/R 是由于一个静力 P_0 作用时质量产生的静变位,因此 $\frac{kX}{P_0}$ 是动力放大因子。方程(9)引进共振现象。动力放大因子是

频率比 r 和阻尼比 γ 的一个函数。对于小阻尼比 γ ,当 $r=1$ 时,动力放大因子出现陡峭的峰值,在方程(9)中令 $r=1$,求得的这个峰值为 $1/2\gamma$ 。因此对小阻尼的实际体系,当激振频率与固有频率相等时,动力放大因子非常大。可是在远离共振处,动力放大因子就不大了。(更详细的讨论见第2章)。

为更复杂的结构预作准备,图1所示的和用于上述方程中的粘性阻尼机构导致对高响应(严格说是高频共振)估计不足。为了克服这一困难,用滞后阻尼来代替粘性阻尼,即在方程(1)中用