



初一数学

特级教师教学

优化设计

南京师范大学出版社
与人教版新教材同步

系列丛书

特级教师教学优化设计



(与试验本新教材同步)

《特级教师教学优化设计》

编委会组织编著

16.12.25.01

南京师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

特级教师教学优化设计: 初一数学 / 《特级教师教学优化设计》编委会组织编著. —南京: 南京师范大学出版社, 1999. 7

ISBN 7-81047-324-7 / G·195

I. 特… II. 特… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 20511 号

书 名	特级教师教学优化设计: 初一数学
编 著	《特级教师教学优化设计》编委员
责任编辑	万 斌
出版发行	南京师范大学出版社
地 址	江苏省南京市宁海路 122 号(邮编: 210097)
电 话	(025)3598077(传真) 3598412(发行部) 3598297(邮购部)
E-mail	nnuniprs@publicl.pptt.js.cn
照 排	江苏兰斯印务发展有限公司
印 刷	溧阳市印刷厂
开 本	787×1092 1/16
印 张	9.5
字 数	243 千
版 次	2001 年 6 月第 2 版 2002 年 3 月第 3 次印刷
书 号	ISBN 7-81047-324-7/G·195
定 价	10.00 元

南京师大版图书若有印装问题请与销售商调换

版权所有 侵犯必究

《特级教师教学优化设计》丛书编委会

(初中部分)

主 任 李晏墅 王政红

委 员 (按姓氏笔画排列)

万 斌 卫懋勤 王政红 王欲祥

白 莉 李晏墅 陈士杰 陈兆金

周海忠 姜爱萍 高朝俊 徐德顺

赵惠清

(初一数学)

主 编 陈士杰

编写人员 陈士杰

出版说明

实施素质教育是当前教育改革的热门话题。在学科教学中,如何减轻学生的负担,提高教与学的质量,增强学生的全面素质,又是实施素质教育的关键。为了给学生提供一套能够体现当前教改精神、切实提高学习质量的读物,让学生用最少的时间获得最大的学习收益,我们在大量调查和深入开展研讨的基础上,组织一批特级教师主持编写了这套“特级教师教学优化设计”系列丛书。

随着教改的不断深入,随着高考 3+X 方案的逐步落实,教育观念、教学内容、教学方法、测评手段都会有较大的改变。本套系列丛书的编写,力图充分吸收当前教改的成果,贯彻现代教育思想,充分注意教学过程中教师的主导作用与学生的主体作用,尤其突出对学生的学法指导。本书对学科知识的辅导,既注意围绕各科的教学大纲,对课本中的知识要点、重点、难点进行系统的梳理和讲解,并安排相应的练习;又注意适应当前教改的要求,注意向 3+X 的考试内容靠拢,突出知识学习的迁移和综合。“学习指导”、“讲解设计”、“练习设计”是本系列丛书的基本栏目。“学习指导”梳理本课的知识要点或介绍学习方法,“讲解设计”对本课中的知识重点、难点进行阐释,“练习设计”根据本课的知识点安排相应的练习。练习又按“识记与理解”、“巩固与运用”、“拓展与迁移”三个层级进行设计。在语文中,还设计了“写作与欣赏”,题目强调典型性和少而精。

数、理、化以课时为编写单位是本系列丛书的又一大特色。一般的同类书都以单元为编写单位,虽与教材同步,但与课时不同步,操作上的缺陷是显而易见的。本系列丛书吸收了许多特级教师多年教学的研究、实验成果,以课时为单位进行编写,并且每课时安排为一页两面,课时与课时之间不转页,这必将会给使用者带来很大的方便。

为了保证编校质量,本系列丛书设立了责任验题人制度。除加强正常的三审三校外,所有的题目都请专人责任验题,以确保题目以及解题过程和答案的准确性。

作为师范大学出版社,我们力图编出一套有自己特色、有较高水平和实用价值的读物。我们衷心希望本系列丛书能像我社先前开发的“向 45 分钟要效益”丛书一样,得到广大读者的青睐;也衷心希望读者在使用过程中提出批评意见,以便我们进一步修订,使其日臻完善,成为名牌产品。

再版前言

依据中学各科教学大纲,配合现行教材和素质教育的要求,结合当前教学改革的实际需要,我们编写了这套《特级教师教学优化设计》丛书。根据新的教学大纲和人教版的试验新教材,我们进行了修订。

初一数学分册的编写,力求做到体现和反映以下“优化”的特色:

教学进度与课时安排优化 将初一数学的教学内容按实际教学的需要拆分为 62 课时,习题课和阶段小结课也合理安排穿插其中,对重要章节及各章节内的重难点内容,进行了合理的分散处理。这样的进度及课时安排可作为教学实施的参考。

知识内容与教法学法优化 每课时的知识内容突出重点,对概念与规律的介绍简洁明了、知识体系的梳理纲目清晰,注意前后承接过渡与迁移,覆盖相关的知识点。根据认知规律进行讲解设计,例题讲解循序渐进,先分析引导、详细解答,后提示思路与方法,放手让读者自行分析问题与解决问题。这些例题既可直接用于课堂教学的讲解举例,也可作为学生预习的主要内容。

练习内容与题量梯度优化 练习设计的内容注意到知识与能力的并重和同步提高,与社会生产、生活相结合的题较多,逐步向学科之外延伸。题型全面,新题较多,加大了主观题的份量。题量适中,难度梯度合理,有利于分类教学。每一课的“讲解设计”分为两个层次、“练习设计”分为三个层次,教学使用时有了较大的选择余地,因而普适性大大提高。

栏目设置与编排方式优化 全书栏目设置精当,一目了然。每课时的讲解与练习各占一页,便于进度的把握与对教学效果的实时反馈;书后的参考答案可供测评时灵活使用;大开本的设计符合当前教学用书的潮流与使用习惯。

我们期望由江苏一线特级教师编写的这本初一数学的教学优化设计能为初中数学教学提供有益的参考。

编 者

2001 年 6 月

目 录

代数部分

第一章 代数初步知识

- 01 代数式…………… (1)
- 02 列代数式…………… (3)
- 03 代数式的值…………… (5)
- 04 公式…………… (7)
- 05 简易方程…………… (9)

第二章 有理数

- 06 正数和负数…………… (11)
- 07 数轴…………… (13)
- 08 相反数…………… (15)
- 09 绝对值…………… (17)
- 10 有理数加法…………… (19)
- 11 有理数减法…………… (21)
- 12 有理数的加减混合运算…………… (23)
- 13 有理数乘法①…………… (25)
- 14 有理数乘法②…………… (27)
- 15 有理数除法…………… (29)
- 16 有理数的乘方…………… (31)
- 17 有理数的混合运算…………… (33)
- 18 近似数与有效数字…………… (35)
- 19 用计算器进行数的简单计算…………… (37)

第三章 整式的加减

- 20 整式…………… (39)
- 21 同类项…………… (41)
- 22 去括号与添括号…………… (43)
- 23 整式的加减…………… (45)

第四章 一元一次方程

- 24 等式和它的性质 方程和它的解…………… (47)
- 25 一元一次方程和它的解法…………… (49)
- 26 一元一次方程的应用①…………… (51)
- 27 一元一次方程的应用②…………… (53)
- 28 一元一次方程的应用③…………… (55)

- 29 一元一次方程的应用④…………… (57)

第五章 二元一次方程组

- 30 二元一次方程及二元一次方程组…………… (59)
- 31 用代入法解二元一次方程组…………… (61)
- 32 用加减法解二元一次方程组…………… (63)
- 33 简单的三元一次方程组…………… (65)
- 34 一次方程组的应用①…………… (67)
- 35 一次方程组的应用②…………… (69)
- 36 一次方程组的应用③…………… (71)

第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组

- 37 不等式和它的基本性质 不等式的解集…………… (73)
- 38 一元一次不等式和它的解法…………… (75)
- 39 一元一次不等式组和它的解法…………… (77)

第七章 整式的乘除

- 40 同底数幂的乘法…………… (79)
- 41 幂的乘方与积的乘方…………… (81)
- 42 单项式乘法…………… (83)
- 43 单项式与多项式相乘…………… (85)
- 44 多项式的乘法…………… (87)
- 45 平方差公式…………… (89)
- 46 完全平方公式…………… (91)
- 47 同底数幂的除法…………… (93)
- 48 单项式除以单项式…………… (95)
- 49 多项式除以单项式…………… (97)

几何部分

第一章 线段、角

- 50 直线、射线和线段…………… (99)
- 51 线段的比较与画法…………… (101)
- 52 角与角的比较…………… (103)
- 53 角的度量…………… (105)
- 54 角的画法…………… (107)

第二章 相交线、平行线	
55 相交线和对顶角.....	(109)
56 垂线.....	(111)
57 同位角、内错角、同旁内角.....	(113)
58 平行线.....	(115)
59 平行线的判定.....	(117)
60 平行线的性质.....	(119)
61 命题.....	(121)
62 定理与证明.....	(123)
初一年级第一学期数学期终测试题.....	(125)
初一年级第二学期数学期终测试题.....	(127)
练习设计参考答案与提示.....	(129)

01 代数式

【概念与规律】

1. 用字母表示数,可以把数或数量关系简明地表示出来;在公式与方程中用字母表示数,给运算带来方便。

2. 代数式:如 $5, a, 4a, ab, a+b, \frac{s}{t}, a^2, \dots$, 像这样的式子,叫代数式。

学习代数式,要注意以下几点:

- (1) 代数式中的字母表示数;
- (2) 代数式中可以含有加、减、乘、除运算符号及括号,但不含有等号、大于号、小于号;
- (3) 单独的一个数或字母也是代数式。

【讲解设计】·重点与难点

例1 填空:

(1) 一袋面粉重 25 千克, n 袋面粉重 _____ 千克;

(2) 长为 3cm、宽为 a cm、高为 b cm 的长方体体积为 _____ cm^3 ;

(3) 有两块稻田,今年,第一块稻田产稻谷 a 千克,第二块产稻谷 b 千克,则两块地共产稻谷 _____ 千克;

(4) 小明家原来的平房,高 a 米,现在把平房拆除盖楼房,高 b 米,则楼房比平房高 _____ 米;

(5) 在某段长江大堤上,参加抗洪抢险的军民共 x 人,其中解放军占 $\frac{2}{3}$,则这段大堤上的解放军共有 _____ 人。

分析 (1) n 袋面粉重量应是 25 千克的 n 倍,即 $25 \times n$ (千克),由于数字与字母相乘时,乘号可以省略,故记作 $25n$ (千克);

(3) 由于 $a+b$ 要表示两块地共产稻谷的千克数,所以要加括号。

解 (1) $25n$; (2) $3ab$; (3) $(a+b)$;

(4) $(b-a)$; (5) $\frac{2}{3}x$ 。

例2 解答下列问题:

(1) 一辆汽车平均每小时行驶 60 千米,则 t 小时行驶多少千米?

(2) 一辆汽车 3 小时行驶 s 千米,则平均每小时行驶多少千米?

(3) 黄豆生成豆芽后,体重增加 6 倍,现有 a 千克黄豆可生成豆芽多少千克?

(4) 一台拖拉机每小时可耕地 a 公顷,3 台这样的拖拉机 t 小时可耕地多少公顷?

分析 (1)、(2) 是行程问题,行程问题的基本关系式是:路程 = 速度 $\times$ 时间;

(3) 增加 6 倍,豆芽的重量应是黄豆的 $(6+1)$ 倍。

解 (1) t 小时可行驶 $60t$ 千米;

(2) 平均每小时行驶 $\frac{s}{3}$ 千米;

(3) a 千克黄豆可生成豆芽 $7a$ 千克;

(4) 3 台这样的拖拉机 t 小时可耕地 $3at$ 公顷。

【讲解设计】·思路与方法

例3 指出下列各式中,哪些是代数式?哪些不是?(可用每小题序号说明)

(1) $a(b+c) = ab+ac$; (2) $2+3-\frac{1}{2}$;

(3) a ; (4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; (5) $a+5 > b$;

(6) $x^2 - 4x + 5$ 。

提示 根据代数式的定义来解。

例4 下列式子中,符合代数式的书写格式的是()。

(A) $(a+b) \times 3$ (B) $ab \div (a-b)$

(C) $1\frac{1}{2}xy^2$ (D) $\frac{3}{a}$

提示 字母与数相乘、括号与数相乘,应把数因数写在前面,并省略乘号;除法通常写成分数形式,数因数若是带分数,一定要写成假分数。

【练习设计】·识记与理解

1. 学校举行跳绳比赛,初一(3)班共有 m 人参加比赛,其中男生为 n 人,则参加比赛的女生是_____人。

2. 一本练习本 0.50 元,买 3 本需_____元;买 x 本练习本共需_____元。

3. 在抗洪救灾活动中,初一(1)班捐款 a 元,初一(2)班捐款 b 元,两班共捐款_____元。

4. 小明家今年种了 6 亩水稻,共收稻谷 m 千克,平均每亩收稻谷_____千克。

5. 一种小麦磨成面粉后,重量要减少 15%, m 千克小麦磨成面粉后,则重量要减少_____千克,这时,可得到_____千克面粉。

6. 说出下列各代数式的意义:

(1) $x-5$; (2) $3(x+1)$;

(3) $\frac{1}{a}$; (4) $2a+b$ 。

7. 用字母表示:(1)加法交换律;(2)加法结合律;(3)乘法交换律;(4)乘法结合律;(5)乘法分配律。

8. 甲数为 8,乙数是甲数的 2 倍,则乙数为_____;若乙数是甲数的 x 倍,则乙数为_____。

9. 甲数为 3,乙数比甲数多 21,则乙数为_____;若乙数比甲数多 a ,则乙数为_____。

10. 某农民种植 20 公顷稻田,共收稻谷 120 000 千克,则平均每公顷产量为_____千克;若共收稻谷 m 千克,则平均每公顷产量为_____千克。

11. 一农户利用塑料大棚养殖蘑菇,1997 年收入 2.3 万元,1998 年比 1997 年多收入 0.8 万元,那么,1998 年收入_____万元;若 1998 年比 1997 年多收入 x 万元,则 1998 年收入_____万元。

12. 陈楼果园原有苹果树 4.8 万棵,去年又栽了 0.2 万棵,现在共有苹果树_____万棵;若原有苹果树 a 万棵,又栽 b 万棵,则现在共有苹果树_____万棵。

【练习设计】·巩固与掌握

13. 一个长方形,长为 a 厘米,宽比长少 b 厘米,则宽为_____厘米,周长为_____厘米。

14. 一支铅笔 0.12 元,一本练习本 0.50 元,买 m 支铅笔和 n 本练习本共需_____元。

15. 王欣今年 a 岁,张会比他大 2 岁,三年后,张会_____岁。

16. 张平每天早上跑 800 米,李刚每天早上比张平多跑 200 米,则他们 x 天共跑_____米。

17. 指出下列各组代数式的意义有什么不同:

(1) $3(x+y)$, $3x+y$, $x+3y$;

(2) $a^2 - \frac{b^2}{4}$, $\frac{1}{4}(a^2 - b^2)$, $\frac{(a-b)^2}{4}$ 。

18. 梯形上底长为 3 厘米,下底比上底多 a 厘米,高为 h 厘米,求梯形面积。

19. 某船在静水中的速度为 m 千米/时,水速为 2 千米/时,该船顺水 3 小时,可行水路多少千米?

20. 人步行每小时走 4 千米,骑自行车的速度是步行的 a 倍,又汽车的速度是自行车速度的 b 倍,则汽车的速度是多少?

21. 说出下列代数式的意义:

(1) $m + (n+1)$ _____;

(2) $x^2 + y^2$ _____;

(3) $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ _____;

(4) $\frac{a-b}{ab}$ _____。

【练习设计】·拓展与迁移

22. 若 n 表示整数, $2n$ 表示偶数,那么奇数怎样表示?

23. 圆锥底面的周长为 6.28cm,高为 h cm,则圆锥的体积是多少?(圆周率 π 取 3.14)

02 列代数式

【概念与规律】

1. 在解决一些实际问题时,往往需要先把问题中与数量有关的词语,用含有数、字母和运算符号的式子表示出来,也就是列出代数式。

2. 列代数式的关键是:一要抓住关键词语,如,增加、减少、大、小、扩大、缩小,还有除、除以、和、差、积、商等,这些词语的意义必须明确;二要理清运算顺序。

3. 要注意代数式书写的规范。

【讲解设计】·重点与难点

例1 设甲数是 x ,用代数式表示乙数:

- (1)乙数比甲数的3倍大1;
- (2)乙数是甲数的三分之一;
- (3)甲数减少它的10%,就与乙数相等;
- (4)甲数比乙数的2倍少1。

分析 (3)的意思是说甲数的90%就与乙数相等;(4)用逆运算来思考:甲数加上1就是乙数的2倍,所以乙数是甲数与1和的一半。

解 (1) $3x+1$; (2) $\frac{1}{3}x$;

(3) $90\%x$; (4) $\frac{1}{2}(x+1)$ 。

例2 如果两个数的和为8,其中一个数是 x ,那么这两个数的积是()。

- (A) $8x$ (B) $x(8+x)$
(C) $x(x-8)$ (D) $x(8-x)$

分析 和为8的两个数,其中一个为 x ,则另一个为 $8-x$,所以这两个数的积可表示为 $x(8-x)$ 。

解 选(D)。

例3 用代数式表示下列各式:

- (1) a 与 b 的平方的和;
- (2) a 的平方与 b 的和;
- (3) a 、 b 两数的平方和;
- (4) a 、 b 两数和的平方;
- (5) a 、 b 两数的和乘以这两个数的差,所

得的积;

(6) a 、 b 两数的倒数和;

(7) a 、 b 两数的平方差除以这两个数和的平方所得的商。

分析 首先要搞清句子的结构,如(1)中是()与()的和;在(7)中是()除以()的商,这样就容易理清运算顺序了,再就是必须注意到:“平方差、平方和、立方差、立方和、倒数和”是常用的数学术语,要在理解的基础上分清所表示的代数式。

解 (1) $a+b^2$; (2) a^2+b ;

(3) a^2+b^2 ; (4) $(a+b)^2$;

(5) $(a+b)(a-b)$; (6) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$;

(7) $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$ 。

【讲解设计】·思路与方法

例4 若 n 表示整数,用代数式表示:

(1)偶数;(2)奇数;(3)3的倍数;(4)被4整除的数;(5)被7除余1的数。

提示 根据偶数、奇数的定义,由此作为突破来解题。

例5 某农民有两块麦田,第一块有 m 公顷,平均每公顷产 a 千克;第二块有 n 公顷,平均每公顷产 b 千克,则这两块麦田的平均每公顷产量为_____千克。

提示 总产量÷总公顷数=平均每公顷产量。

例6 某人骑车行一段坡路,上坡的速度为 a 千米/时,下坡的速度为 b 千米/时,则此人骑车行这段坡路的平均速度为_____千米/时。

提示 平均速度=总路程÷总时间,故平均速度为 $\frac{1}{2}(a+b)$ 千米/时是错误的。

例7 现有15%的盐水 a 千克,加入 b 千克水,则加水后的盐水质量分数为_____。

提示

盐水的质量分数 = $\frac{\text{盐的质量}}{(\text{盐} + \text{水})\text{的质量}} \times 100\%$ 。

【练习设计】·识记与理解

1. 用代数式表示下列各式:

(1) a 的 $\frac{1}{3}$ 与 b 的和_____;

(2) a 的 $\frac{1}{3}$ 与 b 的 2 倍的和的平方_____;

(3) a 、 b 两数和的倒数_____;

(4) 比 a 的立方大 2 的数乘以 b 所得的积_____;

(5) a 、 b 、 c 三数和的平方_____。

2. 设甲数为 x , 乙数为 y , 用代数式表示。

(1) 甲数的 3 倍与乙数的差_____;

(2) 甲数的 3 倍与乙数的积_____;

(3) 甲数的 3 倍与乙数的商_____;

(4) 甲数与乙数差的 3 倍_____。

3. 用代数式表示: “ x 的 2 倍与 y 的和的平方”是()。

(A) $(2x + y)^2$ (B) $2x + y^2$

(C) $2x^2 + y^2$ (D) $x(2 + y)^2$

4. 若甲数为 a , 乙数为 b , 丙数比甲数少 1, 则甲、乙、丙三个数的和用代数式表示为_____。

【练习设计】·巩固与掌握

5. 被 a 除, 商为 q , 且余数为 r 的数是_____;

6. x 与某数的和的 2 倍为 $\frac{a}{5}$, 则某数为_____;

7. “比 a 的 2 倍与 1 的和的 3 倍大 5 的数”是()。

(A) $3 \times 2a + 5$ (B) $2a + 1 \times 3 - 5$

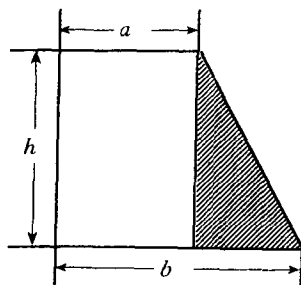
(C) $3(2a + 1) - 5$ (D) $3(2a + 1) + 5$

8. 轮船在静水中的速度为 $3a$ 千米/时, 水速为 $\frac{1}{2}a$ 千米/时, 则轮船的顺水速度为_____千米/时, 逆水速度为_____千米/时。若两码头相距(水路)80 千米, 则轮船航行于两码头之间, 顺水需_____小时, 逆水需_____小时, 往返一次共需_____小时。

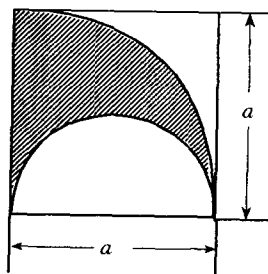
9. 一项工程, 甲独做, x 天完成, 乙独做, y

天完成, 则甲每天可完成全部工作量的_____, 乙的工作效率为_____; 若甲、乙合做, _____天可完成这件工程。

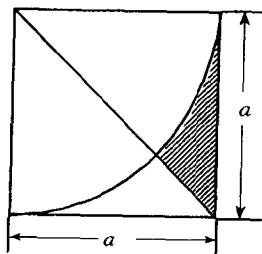
10. 求下列各图阴影部分的面积:



(1)



(2)



(3)

【练习设计】·拓展与迁移

11. 一个两位数, 个位数字为 a , 十位数字比 a 的 2 倍多 1, 则这个两位数可表示为_____。

12. 若 m 、 n 为整数, 两个连续偶数的平方和为_____; 两个任意偶数的平方和为_____。

03 代数式的值

【概念与规律】

1. 用数值代替代数式中的字母,按照代数式指明的运算,计算出的结果,就叫做代数式的值。

当字母取不同值时,代数式的值一般来说是不同的。这就是说,代数式的值是由代数式里字母所取的值确定的。

2. 在求代数式的值时,要注意:(1)一个代数式中的同一个字母只能用同一个数值去代替;(2)字母用数值代入时,省略的乘号要添上;(3)字母取分数代入时,有时要加括号,如 $(\frac{1}{2})^2$ 。

3. 代数式中字母的取值应使代数式有意义。如,分母不能为零,速度、面积等实际问题都要取正值。

【讲解设计】·重点与难点

例1 当 $a = \frac{1}{3}$, $b = 6$ 时,求代数式 $a^2 - 2ab + b^2$ 的值。

解 当 $a = \frac{1}{3}$, $b = 6$ 时,

$$a^2 - 2ab + b^2 = (\frac{1}{3})^2 - 2 \times \frac{1}{3} \times 6 + 6^2 = \frac{1}{9} - 4 + 36 = 32\frac{1}{9}。$$

例2 已知: x 的2倍与 y 的和除以 x 、 y 两数的平方和所得的商,写出这个代数式,并根据下面条件,求这个代数式的值。

$$(1) x = 1, y = 1;$$

$$(2) x = 2, y = \frac{1}{2};$$

$$(3) x = 3, y = 0。$$

分析 应先写出这个代数式,然后分别代入求值。

解 这个代数式为 $\frac{2x+y}{x^2+y^2}$ 。

$$(1) \text{当 } x = 1, y = 1 \text{ 时,}$$

$$\frac{2x+y}{x^2+y^2} = \frac{2 \times 1 + 1}{1^2 + 1^2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2};$$

$$(2) \text{当 } x = 2, y = \frac{1}{2} \text{ 时,}$$

$$\frac{2x+y}{x^2+y^2} = \frac{2 \times 2 + \frac{1}{2}}{2^2 + (\frac{1}{2})^2} = \frac{4 + \frac{1}{2}}{4 + \frac{1}{4}} = 1\frac{1}{17};$$

$$(3) \text{当 } x = 3, y = 0 \text{ 时,}$$

$$\frac{2x+y}{x^2+y^2} = \frac{2 \times 3 + 0}{3^2 + 0^2} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}。$$

【讲解设计】·思路与方法

例3 求下列代数式中有关字母的取值范围:

$$(1) \frac{c}{a}; (2) \frac{1}{x-1}; (3) \frac{2x}{x-y};$$

$$(4) \frac{3}{x+y}; (5) (3-x) \text{ 平方厘米。}$$

提示 字母的取值必须使代数式有意义,如分母不能为零,面积为正值。

例4 某车间的任务是加工 m 个零件,原计划每天加工 a 个,由于引进新技术,改进了加工流水线,故现在每天可多加工 b 个零件,那么可提前多少天完成任务?并求当 $m = 1500$, $a = 100$, $b = 50$ 时可提前的天数。

提示 工作总量 $\div$ 工作效率=时间。

例5 已知 $x + y = 5$,求 $2(x + y)^2 - \frac{4}{x + y} + x + y - 1$ 的值。

提示 由加法结合律可得 $+x + y - 1 = +(x + y) - 1$,再整体代入,即把代数式中的 $(x + y)$ 换成5。

例6 某服装厂第一年盈利 a 万元,第二年增长了 $x\%$,第三年又增长了 $x\%$,用代数式写出第三年盈利为_____万元;若 $a = 50$, $x = 10$,则第三年盈利为_____万元。

提示 先用代数式表示第二年的盈利,第三年是在第二年的基础上又增长了 $x\%$ 的。

【练习设计】·识记与理解

1. 当 $x = 3$ 时, 求代数式 $x^2 - 2x - 1$ 的值。

2. 当 $a = 2, b = \frac{1}{3}$ 时, 求下列代数式的值。

(1) $a^2 - b^2$;

(2) $(a + b)(a - b)$;

(3) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$;

(4) $a^3 - b^3$ 。

3. 已知代数式 $a + (a - b)(a - c)$, 根据下列条件, 求代数式的值。

(1) $a = b = c = 2$;

(2) $a = 5, b = 3, c = 1$;

(3) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{6}$ 。

4. 当 $a = 3, b = 1$ 时, 代数式 $\frac{a - 2b}{2}$ 的值是 ()。

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$

(C) 0 (D) $2\frac{1}{2}$

5. 一桶油 a 升, 用去了它的 $\frac{1}{3}$, 还有 _____ 升; 当 $a = 24$ 时, 则还有 _____ 升。

6. 当 x 依次取 0、1、2、3、4 时, 代数式 $x^2 + x$ 的值依次为 _____、_____、_____、_____、_____。

7. 含盐 $a\%$ 的盐水 b 千克, 含盐为 _____ 千克。当 $a = 5, b = 8$ 时, 含盐 _____ 千克; 当 $a = 10, b = 8$ 时, 含盐 _____ 千克。

8. 求下列代数式中有关字母的取值范围:

(1) $x + 1$; (2) $\frac{1}{y}$;

(3) $\frac{x}{5 - x}$; (4) $(12 - a)$ 厘米。

9. 一人从家出发去县城, 若步行每小时走 a 千米, t 小时可到达县城; 现骑自行车, 每小时比步行多行 b 千米, 则 _____ 小时可到达县城。当 $a = 4, b = 8, t = 6$ 时, 骑自行车到县城只需 _____ 小时。

【练习设计】·巩固与掌握

10. 当 $a = 1, 2, \frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}$ 时, 则代数式 $a^2 - (a + 1)(a - 1)$ 的值分别是多少?

11. 电灯泡的瓦数是 a , 那么 t 小时的用电量就是 $\frac{at}{1000}$ 度。用一个 15 瓦的灯泡, 如果平均每天用电 4 小时, 每月 (以 30 天计算) 共用电 _____ 度。

12. 某班有学生 56 人, 其中男同学为 x 人, 一次数学测验, 男生的平均分为 82 分, 女生的平均分为 88 分。(1) 用代数式表示全班的平均分; (2) 当 $x = 30$ 时, 求全班的平均分 (精确到 0.1 分)。

13. 某车间一月份生产 m 个零件, 二月份产量比一月份增加 20%, 三月份的产量是二月份产量的 1.5 倍还多 8 个。(1) 用代数式表示第一季度的产量; (2) 当 $m = 55$ 时, 求第一季度的产量是多少?

14. 若代数式 $2x^2 - x + 1$ 的值为 1, 这时 x 应取 ()。

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 0 或 $\frac{1}{2}$

15. 设甲、乙两人各加工 s 个零件, 甲每小时加工 a 个零件, 乙每小时比甲多加工 6 个零件, 则乙每小时可以加工 _____ 个零件, 甲加工 s 个零件需 _____ 小时, 乙加工 s 个零件需 _____ 小时, 甲比乙多用 _____ 小时; 当 $s = 360, a = 12$ 时, 甲比乙多用 _____ 小时。

【练习设计】·拓展与迁移

16. 当 $\frac{a+b}{a-b} = 3$ 时, $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} =$ _____。

17. 一项工程, 甲队独做 x 天完成, 乙队独做 y 天完成, 现两队齐做, 则需 _____ 天完成; 当 $x = 6, y = 3$ 时, 则两队齐做, 需 _____ 天完成。

04 公式

【概念与规律】

用字母表示数的一类重要应用就是公式。

公式本身可以看成是用等号联结起来的两个代数式。

在小学里,我们已学过不少公式,现在用字母表示有关的量,相应的公式如下。

(1)路程公式: $s = v \cdot t$;

(2)正方形周长公式: $P = 4a$,

面积公式: $S = a^2$;

(3)长方形周长公式: $P = 2(a + b)$,

面积公式: $S = ab$;

(4)三角形面积公式: $S = \frac{1}{2}ah$;

(5)平行四边形面积公式: $S = ah$;

(6)梯形面积公式: $S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$;

(7)圆的周长公式: $C = 2\pi r$ (π 为圆周率),

面积公式: $S = \pi r^2$ 。

请读者说出每个字母所表示的意义。

【讲解设计】·重点与难点

例1 已知有一个平行四边形的铁皮,有一边长为75厘米,这边上的高比这边短25厘米,求铁皮的面积。

分析 平行四边形的面积公式是 $S = ah$,从公式来看,只要知道 a 及 h 就可求得面积 S ,而边 $a = 75$ 厘米,根据 h 比75厘米少25厘米,可求出 h ,这样就可求出面积了。

解 高 $h = 75 - 25 = 50$ (厘米),

$S = ah = 75 \times 50 = 3750$ (平方厘米)。

答 这块铁皮的面积是3750平方厘米。

例2 工作量 = 工作效率 $\times$ 工作时间,若用 Q 表示工作量, m 表示工作效率, t 表示工作时间,请用字母表示这个公式,并指出下列各题中的工作量、工作效率及工作时间,再根据条件求出工作量:

(1)一台拖拉机每天耕地4.8公顷,照这样计算,6天可耕地多少公顷?

(2)甲队5天可完成一件工程,那么3天可以完成多少?

分析 在小学已学过用文字表示的这个公式。工作效率是指单位时间完成的工作量。在具体问题中要搞清什么是工作量、工作效率,什么是工作时间。

解 计算工作量的公式: $Q = mt$ 。

(1)工作效率是每天耕地4.8公顷,工作时间是6天,工作量是6天耕地的公顷数。

$Q = mt = 4.8 \times 6 = 28.8$ (公顷)。

(2)工作效率是 $\frac{1}{5}$, 工作时间是3天,工作量是3天完成的任务。

$Q = mt = \frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$ 。

【讲解设计】·思路与方法

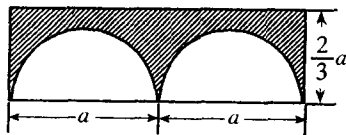
例3 一个弹簧,原来的长度为12厘米,当弹簧受到拉力时,弹簧就伸长,当受到1千克拉力时,弹簧伸长0.3厘米;当受到2千克拉力时,伸长0.6厘米;当受到3千克力时,伸长0.9厘米。若拉力用 F 表示,弹簧总长度用 L 表示,

(1)写出用拉力 F 表示弹簧长度的公式;

(2)求弹簧受到8千克拉力时弹簧的长度。

提示 在受到拉力时,弹簧的长度等于原来的长度加上伸长的长度,要注意找到弹簧伸长的长度与受力的关系。

例4 计算下图阴影部分的面积。



提示 两个半圆的直径都是 a , 故它们的面积和为以 a 为直径一个圆的面积。

【练习设计】·识记与理解

1. 如果长方形的长是 a 、宽是 b , 则它的周长 $P = \underline{\hspace{2cm}}$, 面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$; 当 $a = 4\text{cm}$, $b = 3\frac{1}{2}\text{cm}$ 时, 周长 $P = \underline{\hspace{2cm}}$, 面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如果正方形的边长为 a , 则它的周长 $P = \underline{\hspace{2cm}}$, 面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $P = 8\text{cm}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$, 面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$ 。

3. 若三角形的三边长为 a, b, c , 周长为 P , 则三角形周长公式为 $P = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $a = 5$, $b = 4$, $P = 12$, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 轮船在静水中的速度为 x 千米/时, 水流速度为 3 千米/时。若顺水速度为 v_1 千米/时, 则顺水速度公式为 $v_1 = \underline{\hspace{2cm}}$; 若逆水速度为 v_2 千米/时, 则逆水速度公式为 $v_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 已知 A, B 两地相距 s 千米, 有一辆快车及一辆慢车分别从 A, B 两地同时相向出发, 快车每小时行 v_1 千米, 慢车每小时行 v_2 千米, t 小时相遇, 则 $s = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $v_1 = 120$, $v_2 = 80$, $t = 3$, 则 $s = \underline{\hspace{2cm}}$ 千米。

6. 若一个正方体的表面积等于 24cm^2 , 则这个正方体的体积是()。

(A) 36cm^3 (B) 27cm^3

(C) 8cm^3 (D) $\frac{27}{8}\text{cm}^3$

7. 圆柱体的底面周长是 C , 高是 h , 则它的底面半径 $r = \underline{\hspace{2cm}}$, 体积 $V = \underline{\hspace{2cm}}$; 当 $C = 6.28\text{cm}$, $h = 3\text{cm}$ 时, 半径 $r = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$, 体积 $V = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^3$ (在计算时, 圆周率 π 取 3.14)。

8. 若 v 表示平均速度, t 表示时间, s 表示路程, 则路程公式为 $s = vt$, 那么, 速度公式为 $v = \underline{\hspace{2cm}}$, 时间公式为 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

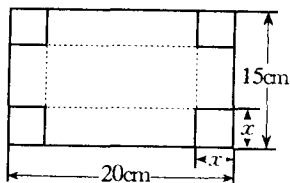
【练习设计】·巩固与掌握

9. 一件工作, 甲独做要 a 天完成, 乙独做要 b 天完成, 则甲每天的工作量为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 乙每天的工作量为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。甲、乙两人合作 3 天后, 已完成的工作量是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 余下的工作量是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\underline{\hspace{2cm}}$; 若余下的工作由乙独做, 还要 $\underline{\hspace{2cm}}$ 天完成。

10. 利用公式 $S_n = n^2$ 可以计算出前 n 个连续奇数的和, 其中 n 表示奇数的个数, S_n 表示前 n 个奇数的和, 利用此公式计算前 10 个连续奇数的和。

11. 下图中有一块长 20cm、宽 15cm 的硬纸板, 四个角都截去一个边长为 $x\text{cm}$ 的小正方形。按图中虚线把它折成一个无盖的长方形小纸盒, 那么这个纸盒的长是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$, 宽是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$, 高是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$, 容积是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^3$ 。



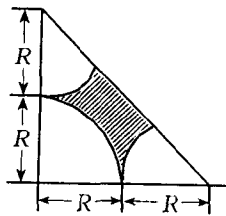
12. 将一个半径为 1 米的圆, 挖去一个以圆心为顶点、中心角为 60° 的扇形后, 则这个所剩图形的周长为()米。

(A) $\pi + 2$ (B) 2π

(C) $\frac{5}{3}\pi$ (D) $\frac{5}{3}\pi + 2$

【练习设计】·拓展与迁移

13. 用代数式表示下图中阴影部分的面积 S (单位 cm , π 取 3.14), 并求当 $R = 1\text{cm}$ 时, 阴影部分的面积 S 。



14. 利用公式 $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 可以计算出前 n 个连续自然数的平方和, 其中 n 是自然数的个数, S_n 表示前 n 个连续自然数的和, 例如 $S_5 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$, 利用此公式计算 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2$ 。

05 简易方程

【概念与规律】

含有未知数的等式叫方程。使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解。求方程解的过程叫做解方程。

解简易方程的基本方法:(1)将方程两边都加上(或减去)同一个适当的数;(2)将方程两边都乘以(或除以)同一个适当的数。

列方程解应用题,首先是设未知数 x ,再用关于 x 的代数式表示题中其它有关的量,接着是找出题中的相等关系,列出方程,最后解方程。

【讲解设计】·重点与难点

例1 下列各式是方程的是()。

- (A) $x+3$ (B) $2x-1$
(C) $12-9=3$ (D) $5x=10$

分析 判断一个式子是不是方程,要根据方程必须满足的两个条件:一是等式,二是含有未知数。由于(A)、(B)不是等式,(C)不含有未知数,故只有(D)符合条件。

解 选(D)。

例2 方程 $2x+1=7$ 的解是()。

- (A)1 (B)2
(C)3 (D)4

分析 将方程 $2x+1=7$ 的两边都减去1,得 $2x=6$,再将方程两边都除以2,得 $x=3$ 。

解 应选(C)。

例3 解方程 $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 5$ 。

分析 按照解简易方程的基本方法来解:

第一步,将方程两边同时减去 $\frac{1}{3}$,得 $\frac{2}{3}x = 4\frac{2}{3}$,

第二步,两边都除以 $\frac{2}{3}$,即可得到结果。

解 方程两边都减去 $\frac{1}{3}$,得

$$\frac{2}{3}x = 4\frac{2}{3},$$

方程两边都除以 $\frac{2}{3}$,得 $x=7$ 。

例4 一项工作,甲单独做3小时完成,乙单独做,6小时完成,问两人合做,几小时完成?

分析 甲单独做3小时完成,则甲的工作效率是 $\frac{1}{3}$,同样的,乙的工作效率为 $\frac{1}{6}$ 。设两人合作, x 小时可完成,由工作量=工作效率 $\times$ 工作时间,可列出方程。

解 设两人合作 x 小时可完成任务,依题意得,

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)x = 1,$$

$$\frac{1}{2}x = 1,$$

$$x = 2.$$

答 两人合作,两小时可完成这项工作。

例5 甲、乙两人在400米环形跑道上练习长跑,同时从同一起点同向出发,甲的速度是6米/秒,乙的速度是4米/秒,问用多长时间,甲可追上乙?

分析 由于是同时、同地、同向出发,所以甲要追上乙,必须比乙多跑一圈。

解 设经 x 秒甲可追上乙,依题意得,

$$(6-4)x = 400,$$

$$2x = 400,$$

$$x = 200(\text{秒}).$$

200秒=3分20秒。

答 3分20秒后甲可追上乙。

【讲解设计】·思路与方法

例6 黄豆生成豆芽后,重量增加了6倍,现要生产420千克黄豆芽,需黄豆多少千克?

提示 增加了6倍,就是比原来多6倍,故黄豆芽的重量是黄豆的 $(6+1)$ 倍。

例7 已知 $\frac{1}{2}[3(x+1)+5]=9$,求 $2x^2-x+1$ 的值。

提示 先解已知的方程,求出 x 的值,再代入 $2x^2-x+1$,就可以求出代数式的值。